

半だ円および60°V形切欠きを有する 丸棒のねじりにおける応力集中*

西谷 弘信**, 野田 尚昭***
Hironobu NISITANI, Nao-aki NODA

Key Words: Elasticity, Body Force Method, Stress Concentration, Cylindrical Bar, Semi-Elliptical Notch, V-Shaped Notch, Torsion, Neuber's Trigonometric Rule

1. 緒 言

円周切欠きを有する丸棒の応力集中問題は、直接設計に用いられる場合のほかに強度研究用の試験片においても重要である。従来、この問題は解析困難のためノイバーの三角形による近似値⁽¹⁾が主に用いられてきたが、最近では電算機の発達に伴い高精度の解析が可能となってきた。著者らは丸棒の引張り問題⁽²⁾と曲げ問題⁽³⁾⁽⁴⁾において体積力法⁽⁵⁾⁽⁶⁾による解析を行い、ノイバーの値の誤差の程度を明らかにしてきた。

本報では半だ円および60°V形切欠きを有する丸棒のねじり問題(図1および図2)を取り扱う。円周切欠きを有する丸棒のねじり問題は、すでに多くの研究者によって取り上げられているが⁽⁷⁾、金属材料の疲労試験などでしばしば用いられている60°V形切欠きについて、切欠き形状に対する系統的な計算を行った例は見当たらないようである。切欠きの形状が半円形⁽⁸⁾および半だ円形⁽⁹⁾の場合にはすでに解析例があるが、本論文では60°V形と同様な方法により、これらの問題も扱った。計算方法は体積力法であるが、基礎式として無限体中の一点に作用する集中力による応力の式を用い、切欠きと丸棒円筒面の境界条件を統一的方法で満足させた。

本論文の方法は他の軸対称形状体のねじり問題にも適用が容易であり、切欠きの各種形状寸法の組合せに対する系統的計算に便利である。

2. 計算方法と体積力の密度の定義

本論文で用いる体積力法⁽⁵⁾⁽⁶⁾は、無限体中の一点に集中力が作用する場合の応力場の式を基礎式とし、そ

の重ね合せにより与えられた境界条件を満たす解析法である。

軸対称体のねじり問題では無限体中の一つの円周上に作用する周方向の集中力の輪(図3)による応力の式を基本解として使用する。具体的には、無限体中において、丸棒円筒面および円周切欠きとなるべき仮想

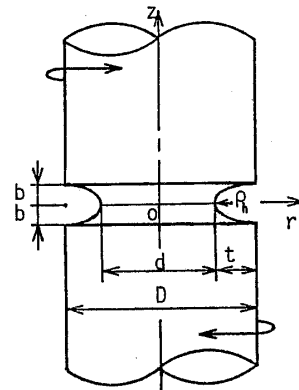


図1 半だ円切欠きを有する丸棒のねじり
(半だ円形の長半径 $a=t$, 短半径 b ,
切欠き半径 $\rho_n = b^2/q$)

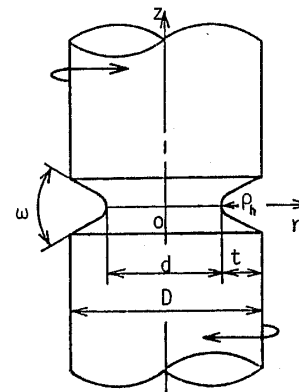


図2 V形切欠きを有する丸棒のねじり
(切欠きが浅い場合は円弧形切欠き)

* 昭和58年10月10日 第61期全国大会講演会において論文講演として講演, 原稿受付 昭和58年3月30日。

** 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

*** 正員, 九州工業大学 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

境界上に集中力の輪を連続的に作用させ、 \ominus 境界⁽⁵⁾ (無限小近傍からなる境界) で境界条件を満足させる。すなわち解法は、連続的に作用させる基本解の強さ(すなわち体積力の密度) を決定する問題に還元される。

面積 $\rho d\phi ds \{ ds = \sqrt{(d\rho)^2 + (d\zeta)^2} \}$ の微小要素に働く体積力の合力を dP_θ とする時、体積力の密度 ρ_θ を次のように定義する [円柱座標系において着力点の座標を (ρ, ϕ, ζ) とする(図3)]。

(i) 切欠き部:

$$\rho_\theta = \frac{dP_\theta}{2\rho \rho d\phi d\phi} \dots\dots\dots (1)$$

(ii) 丸棒円筒面:

$$\rho_\theta = \frac{dP_\theta}{\rho d\phi d\zeta} \dots\dots\dots (2)$$

切欠き部の ρ_θ については、打ち消すべき無限遠でのねじり応力 $\tau_{\theta z}$ に対応して式(1)の定義を用いると精度向上のため都合がよい。

$$\tau_{\theta z} = \tau_0(2r/d)$$

(τ_0 はねじりモーメントの大きさを表す定数)
 $\dots\dots\dots (3)$

最近、体積力法と同種類の基本解を用いる解法が多く、研究者により報告されているが、体積力法では体積力の密度の定義を工夫することによって計算精度を高めている。

3. 数値計算の具体的方法

数値計算の具体的方法をV形切欠きの場合を例にとって説明する。図4に無限体中に想定した体積力を分布させる仮想境界を示す。円筒面 $r = D/2$ に生じるせん断応力 $\tau_{r\theta}$ をあらかじめ小さくしておくため、切欠きとなるべき境界 BAB' のほかに $BA'B'$ にも同じ密度の体積力を分布させた。分布させるべき体積力の密度は閉じた形では求まらないので、切欠き先端の円弧部 AE を n_1 分割、切欠き側面の直線部 EB を n_2 分

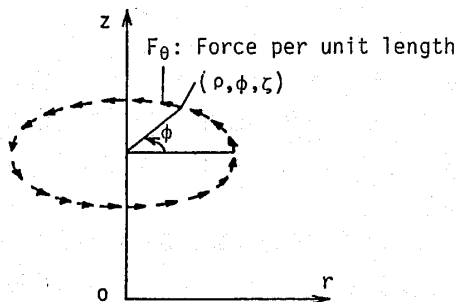


図3 無限体中の半径 ρ の円周上に作用する円周方向の集中力の輪 F_θ (F_θ は単位長さ当たりの集中力の大きさ)

割、丸棒円筒面 BC を n_3 分割する。分割した各区間の注目点(区間の中点)で境界条件を満たすよう各区間に分布させる体積力の密度を決定する。

分割した区間をAの側から $E \rightarrow B \rightarrow C$ のほうへ番号をつける。問題の対称性から境界条件は $z > 0$ の範囲で満たせばよいから i 番めの注目点(境界条件を満たす点)とは AEB 間にある i 番めの区間の中点を指すものとする。また、 j 番めの着力区間とは、切欠き部では $AB, AB', A'B, A'B'$ の対応する j 番めの区間を指し、丸棒円筒面では $BC, B'C'$ の対応する j 番めの区間を指すものと約束する。丸棒円筒面の分割は、切欠きに近いところでは細かくした。軸方向の長さ $O'C$ は計算結果に事実上影響しなくなる点までの長さ(最低の場合で直径 D の2倍程度)をとった。

j 番めの区間に単位密度の体積力を分布させた時の i 番めの注目点における応力の式 $\tau_i^{(j)}$ (影響係数) は図3に示す集中力の輪による応力の式 τ^{F_θ} を積分することによって求まる(単に τ と書くのは $\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$ の各応力を指すことにする)。

$$\tau_i^{(j)} = \int_j \tau^{F_\theta} \Big|_{F_\theta=1} \frac{2\rho}{d} \zeta d\psi$$

($j=1 \sim n_1$)

$$\tau_i^{(j)} = \int_j \tau^{F_\theta} \Big|_{F_\theta=1} \frac{2\rho}{d} d\rho$$

($j=n_1+1 \sim n_1+n_2$)

$$\tau_i^{(j)} = \int_j \tau^{F_\theta} \Big|_{F_\theta=1} d\zeta$$

($j=n_1+n_2+1 \sim n_1+n_2+n_3$)
 $\dots\dots\dots (4)$

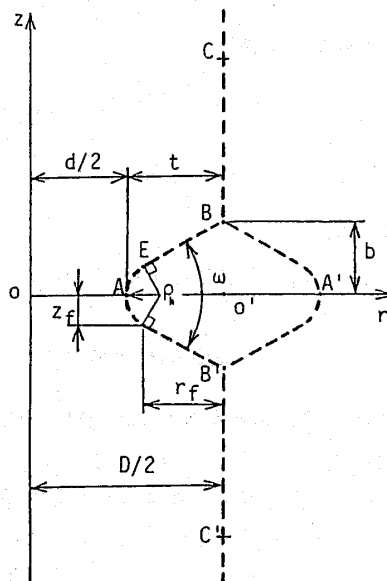


図4 無限体中に想定した体積力を分布させるべき仮想境界 (V形切欠きの場合)

ここで \int_j は区間 j における積分を表す(この積分は数値積分によって求めた). 切欠き先端を含む円弧部では切欠きの形状を式(5)で表現する変数 ψ について積分した.

$$r = -\rho_h \cos \psi + d/2 + \rho_h, \quad z = \rho_h \sin \psi \quad \dots\dots\dots (5)$$

図3に示すような集中力の輪が無限体中に作用する場合の応力の式は次のように表現される.

$$\tau_{r\theta}^{F_0^*} = \frac{F_0 \rho}{2\pi(2r\rho)^{3/2}}(-\rho I_0 - r I_1 + 2\rho I_2), \quad \tau_{\theta z}^{F_0^*} = \frac{F_0 \rho(z - \zeta)}{2\pi(2r\rho)^{3/2}} I_1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで,

$$I_0 = \frac{1}{e^2 - 1} K_1, \quad I_1 = \frac{e}{e^2 - 1} K_1 - K_2, \quad I_2 = \frac{2e^2 - 1}{e^2 - 1} K_1 - 2e K_2$$

$$K_1 = \int_0^\pi (e - \cos \varphi)^{1/2} d\varphi = \frac{2\sqrt{2}}{k} E(k), \quad K_2 = \int_0^\pi (e - \cos \varphi)^{-1/2} d\varphi = \sqrt{2} k K(k)$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{e+1}}, \quad e = 1 + \frac{(r-\rho)^2 + (z-\zeta)^2}{2r\rho}$$

$K(k), E(k)$ は第1種および第2種の完全だ円積分である.

i 番目の注目点(区間の中点)における境界条件 $\tau_{n\theta} = \tau_{r\theta} \cos \psi_i + \tau_{\theta z} \sin \psi_i = 0$ は式(7)で表される(n は i 番目の注目点における法線方向, ψ_i は法線と r 軸とのなす角度, r_i は注目点の r 座標である).

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_1+n_2+n_3} \rho_{0j} \tau_{r\theta}^{0j} + \tau_0 \frac{2r_i}{d} \sin \psi_i &= 0 \quad (i=1 \sim n_1+n_2): \text{切欠き部の条件} \\ \sum_{j=1}^{n_1+n_2+n_3} \rho_{0j} \tau_{\theta z}^{0j} &= 0 \quad (i=n_1+n_2+1 \sim n_1+n_2+n_3): \text{円筒面の条件} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

式(7)の($n_1+n_2+n_3$)元連立一次方程式を解いて各区間に分布させる体積力の密度 $\rho_{0j}(j=1 \sim n_1+n_2+n_3)$ が決定されれば, 任意の点における応力は体積力の密度 ρ_{0j} と影響係数との一次結合の形で求めることができる.

以上の議論において, 注目点が着力区間に含まれる時(すなわち $i=j$ の時)と, 切欠き底近傍に分布させた体積力の最大応力に及ぼす効果を求める際, 式(4)の被積分関数は特異性をもつので特別な配慮が必要となる. そこで中点を含む $2\varepsilon_0$ を除いた区間にはそのまま数値積分を実行し, 中点を含む $2\varepsilon_0$ の区間に対しては直接積分を実行した. 注目点を含む微小領域 $2\varepsilon_0$ に関する積分値は次のようになる⁽¹⁰⁾.

切欠きの円弧部:

$$\Delta \tau_{r\theta}^{0i} = \frac{3}{2\pi} r_i \sin^2 \psi_i \left(\frac{2}{d} \right) \left(\frac{\rho_h}{r_i} \sin \psi_i - \cot \psi_i \right) \varepsilon_0 + \frac{1}{2\pi} \rho_h \sin \psi_i \left(\frac{2}{d} \right) \left\{ 4 - 3 \ln \left(\frac{8r_i}{\rho_h \varepsilon_0} \right) \right\} \varepsilon_0$$

$$\Delta \tau_{\theta z}^{0i} = \frac{1}{2\pi} r_i \sin \psi_i \cos \psi_i \left(\frac{2}{d} \right) \left(-3 \frac{\rho_h}{r_i} \sin \psi_i - \tan \psi_i + 2 \cot \psi_i \right) \varepsilon_0$$

切欠き側面の直線部:

$$\Delta \tau_{r\theta}^{0i} = \frac{3}{2\pi} \cos^3 \left(\frac{\omega}{2} \right) \left(\frac{2}{d} \right) \varepsilon_0 + \frac{1}{2\pi} \cos \left(\frac{\omega}{2} \right) \left(\frac{2}{d} \right) \left\{ 4 - 3 \left(\frac{3r_i}{\varepsilon_0} \right) \right\} \varepsilon_0$$

$$\Delta \tau_{\theta z}^{0i} = \frac{3}{2\pi} \sin \left(\frac{\omega}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\omega}{2} \right) \left(\frac{2}{d} \right) \varepsilon_0$$

丸棒円筒面:

$$\Delta \tau_{r\theta}^{0i} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r_i} \left\{ 4 - 3 \ln \left(\frac{8r_i}{\varepsilon_0} \right) \right\} \varepsilon_0, \quad \Delta \tau_{\theta z}^{0i} = 0$$

4. 計算結果と考察

4.1 半円切欠きを有する丸棒のねじりにおける応力集中係数 3章に示した手順に従ってV形および半だ円切欠きを有する丸棒の応力集中係数を求める計算プログラムを作成した. 初めに, すでに多くの研究者によって解析のなされている半円切欠きの場合について計算結果を検討した. 表1は最近長谷川らによって得られた結果⁽⁸⁾と著者らの数値を比較したもので

ある. 両者は極めてよく一致しており本論文の方法の信頼性が高いことがわかる. 図5は表1の結果をノイバーの三角則による値とともに整理して示したものである.

4.2 半だ円切欠きを有する丸棒のねじりにおける応力集中係数 半だ円切欠きを有する丸棒のねじり問題はすでに体積法によって取扱われている⁽⁹⁾が, 切欠き半径 ρ_h と切欠き深さ l に関する系統的な計算は行われていないので, ここで再び取扱った. 前報の

方法と本論文の方法では、丸棒円筒面における境界条件の満たし方が異なるが、二、三の形状に対して数値を比較したところよく一致した。

表2は半だ円切欠きの応力集中係数を60°V形切欠きおよびノイバーの三角則の対応する値とともに示したものである。また、図6および図7は表1の結果を線図にまとめたものである。本論文で計算した範囲($2\rho_n/D \geq 0.02$)でノイバーの三角則による値は最大5%程度の過小の値を与えることがわかる。

4.3 60°V形切欠きおよび円弧形切欠きを有する丸棒のねじりにおける応力集中係数 60°V形切欠

きについて系統的な計算を行った結果を表2に示した。切欠きが浅い場合($t \leq \rho_n/2$)は円弧切欠きの結果である。図8は、表1の結果を縦軸に応力集中係数、横軸に $2t/D$ をとって整理したものである。参考のため半だ円切欠きの値とノイバーの三角則による値も示した。

表1 半円切欠きを有する丸棒の応力集中係数

$2\rho/D$	Present analysis	Hasegawa Kuriyama
0.02	1.9087	—
0.03	1.8682	—
0.05	1.7945	1.7946
0.1	1.6438	1.6439
0.2	1.4353	1.4354
0.3	1.3011	1.3012
0.4	1.2110	1.2110
0.5	1.1481	1.1480
0.6	1.1023	1.1023
0.7	1.0676	1.0679
0.8	1.0403	1.0424
0.9	1.0183	—

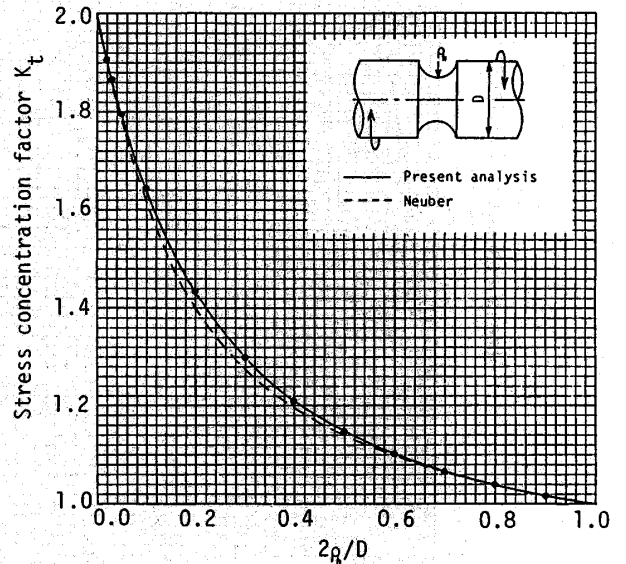


図5 半円切欠きを有する丸棒の応力集中係数

表2 60°V形切欠きおよび半だ円切欠きを有する丸棒の応力集中係数

(K_{tV} : 60°V形切欠きの応力集中係数
 K_{tE} : 半だ円切欠きの応力集中係数
 K_{tN} : ノイバーの三角則による応力集中係数)

$2t/D$	$2\rho/D=0.02$			$2\rho/D=0.03$			$2\rho/D=0.05$			$2\rho/D=0.1$		
	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}
0.02	1.91	1.909	1.91	1.720	1.734	1.74	1.538	1.559	1.57	1.361	1.384	1.39
0.05	2.35	2.309	2.28	2.072	2.052	2.03	1.793	1.795	1.78	1.520	1.537	1.53
0.1	2.70	2.619	2.54	2.350	2.294	2.23	1.996	1.969	1.92	1.642	1.644	1.61
0.2	2.91	2.809	2.68	2.517	2.435	2.33	2.115	2.062	1.98	1.711	1.691	1.64
0.3	2.89	2.785	2.65	2.491	2.407	2.30	2.093	2.032	1.95	1.690	1.661	1.61
0.4	2.77	2.671	2.56	2.394	2.311	2.22	2.015	1.954	1.89	1.633	1.602	1.56
0.5	2.60	2.511	2.43	2.258	2.179	2.11	1.909	1.851	1.80	1.559	1.530	1.50
0.6	2.41	2.321	2.26	2.098	2.025	1.98	1.784	1.733	1.70	1.474	1.450	1.43
0.7	2.19	2.103	2.07	1.912	1.848	1.82	1.640	1.599	1.58	1.379	1.360	1.35
0.8	1.91	1.846	1.82	1.691	1.643	1.62	1.474	1.446	1.43	1.272	1.261	1.25
0.9	1.56	1.523	1.51	1.412	1.388	1.38	1.272	1.260	1.25	1.148	1.145	1.14

$2t/D$	$2\rho/D=0.2$			$2\rho/D=0.5$			$2\rho/D=1.0$		
	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}	K_{tV}	K_{tE}	K_{tN}
0.02	1.241	1.260	1.27	1.137	1.152	1.16	1.088	1.098	1.10
0.05	1.336	1.356	1.35	1.183	1.199	1.19	1.111	1.123	1.12
0.1	1.404	1.418	1.39	1.209	1.224	1.21	1.122	1.133	1.12
0.2	1.435	1.435	1.40	1.213	1.221	1.20	1.118	1.125	1.11
0.3	1.415	1.408	1.37	1.197	1.200	1.18	1.106	1.110	1.10
0.4	1.375	1.365	1.34	1.174	1.175	1.16	1.093	1.095	1.09
0.5	1.326	1.316	1.30	1.148	1.148	1.14	1.078	1.079	1.08
0.6	1.272	1.264	1.25	1.121	1.121	1.12	1.063	1.064	1.06
0.7	1.212	1.207	1.20	1.093	1.092	1.09	1.048	1.048	1.05
0.8	1.148	1.146	1.14	1.063	1.063	1.06	1.033	1.033	1.03
0.9	1.078	1.078	1.08	1.032	1.032	1.03	1.017	1.017	1.02

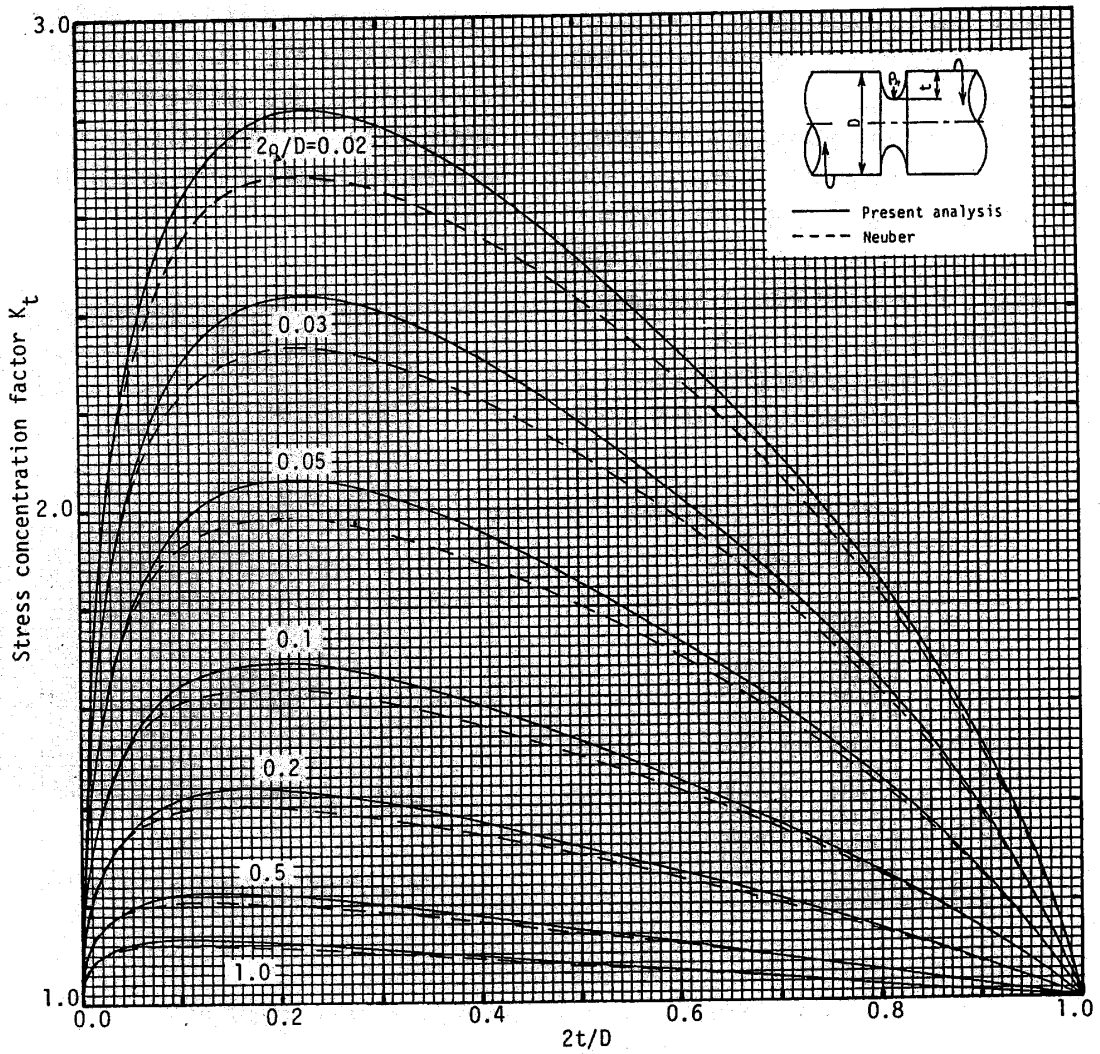
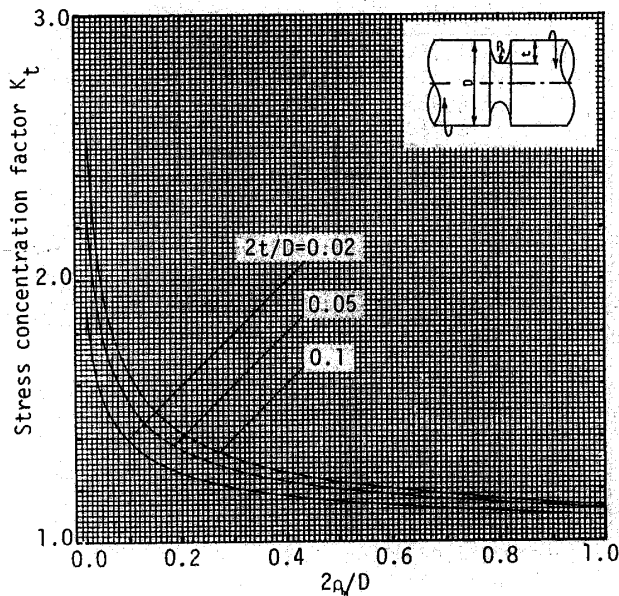
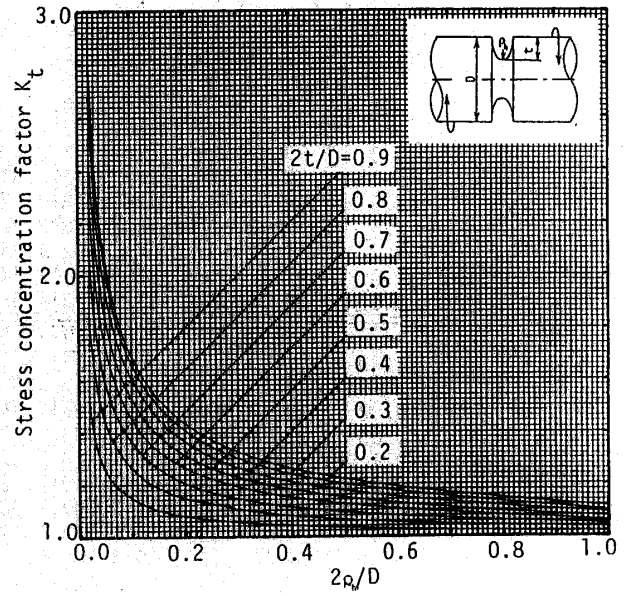


図6 半だ円切欠きを有する丸棒の応力集中係数
(ρ_h が一定で t が変化した場合, 破線はノイバーの三角則)



(a)



(b)

図7 半だ円切欠きを有する丸棒の応力集中係数 (t が一定で ρ_h が変化した場合)

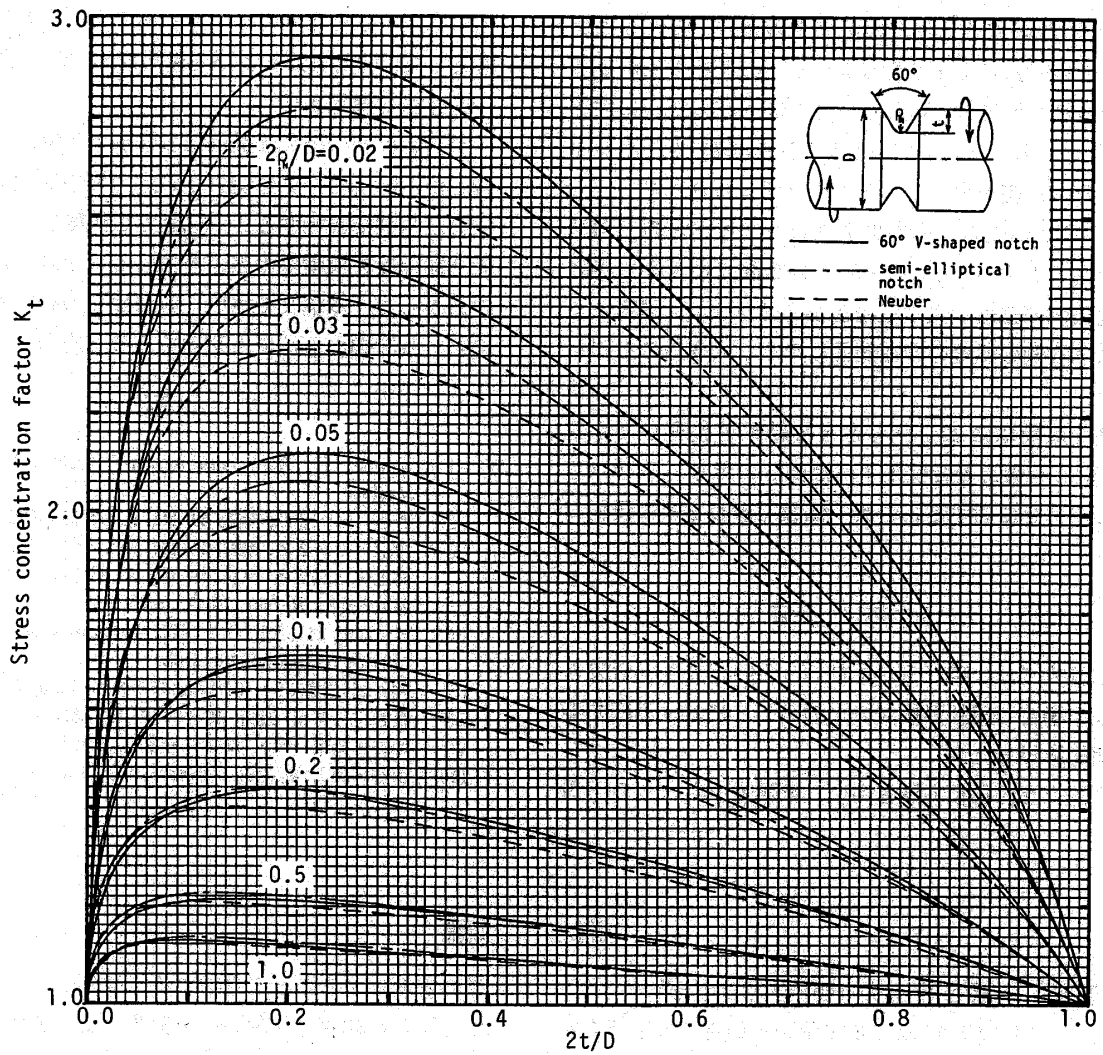
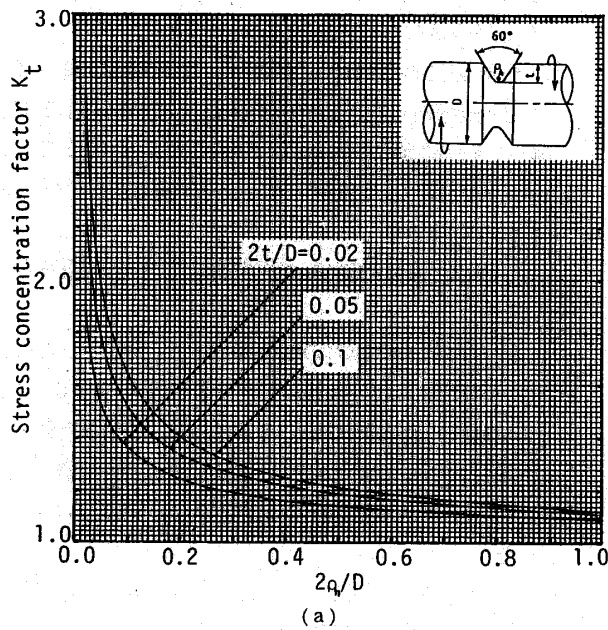
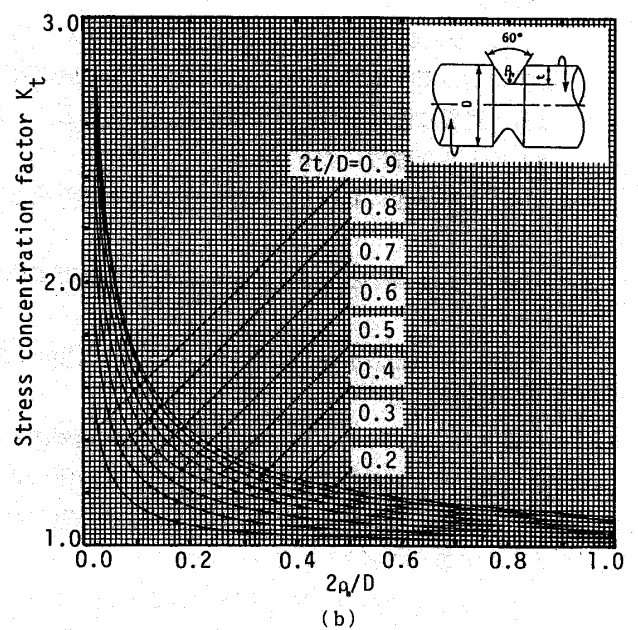


図8 60°V形切欠きを有する丸棒の応力集中係数
(ρ_n が一定で t が変化した場合, $t \leq \rho_n/2$ では円弧形切欠きを意味する)



(a)



(b)

図9 60°V形切欠きを有する丸棒の応力集中係数
(t が一定で ρ_n が変化した場合, $t \leq \rho_n/2$ では円弧形切欠きを意味する)

60°V形切欠きと半だ円切欠きの値は、切欠き半径の大きい時にはあまり差はないが、切欠き半径が小さくなるにつれて60°V形の場合のほうがしだいに大きくなる。これは ρ_h が t に比べて小さい時、半だ円とV形の形状の差が大きくなるためと考えられる⁽⁴⁾。

60°V形切欠きの応力集中係数をノイバーの三角則で評価する場合、 $2\rho_h/D \geq 0.02$ の範囲で最大8%程度の危険側の誤差が生じる場合がある。また、図8によれば危険側の誤差の存在範囲はかなり大きいことがわかる。

図9は横軸に $2\rho_h/D$ をとって結果を整理したもので、図8と合わせて使用すれば表2に示していない寸法の組合せに対する応力集中係数を求めるのに便利である。

5. 結 言

本論文では、半だ円および60°V形切欠き（切欠きが浅い場合は円弧形切欠き）のねじりにおける応力集中問題を扱った。

計算方法は体積力法を用い、無限体中の一つの円周

上に作用する周方向の集中力の輪による応力場を基本解として、切欠き部および丸棒円筒面の境界条件を統一的方法で満足させた。

半円切欠きの結果は長谷川らの解⁽⁹⁾と極めてよく一致した。また、60°V形切欠きの応力集中係数をノイバーの三角則で評価すると、本論文で計算した範囲で最大8%程度の危険側の誤差を生じるおそれのあることがわかった。本論文で用いた方法は他の軸対称形状体のねじり問題の解法にも有効であると思われる。

文 献

- (1) Neuber, H., *Kerbspannungslehre*, (1958), 9, Springer-Verlag.
- (2) 西谷・ほか2名, 機論, 48-441, A (昭58), 602.
- (3) 村上・ほか2名, 機論, 48-427, A (昭57), 312.
- (4) 村上・ほか2名, 機論, 48-430, A (昭57), 800.
- (5) 西谷, 機誌, 70-580 (昭42), 627.
- (6) Nisitani, H. (Sih, G. C. 編), *Mechanics of Fracture*, 5 (1978), Noordhoff Int. Pub.
- (7) 例えば, 文献(8), (9)およびその引用文献参照.
- (8) 長谷川・栗山, 機論, 49-443, A (昭58), 838.
- (9) 西谷・橋本, 機論, 43-374 (昭52), 3642.
- (10) 西谷・野田, 機講論, No. 830-1 (昭58-4), 105.

討 論

〔質問〕 長谷川 久夫〔明治大学工学部〕

(1) 切欠き軸のねじり問題のご研究, 興味深く拝読させていただいた。本解法における体積力の密度の定義方法のポイント(考え方)をご教示願えれば幸いです。

(2) 式(4)をみると, 切欠き底と円筒面では真の境界に沿って物体力を分布させ, 切欠き面の直線部では真の境界に沿っていないように見受けられる。これはどのような理由によるものか。

(3) 本問題において, 境界条件の満足度の最も悪い点はどこか。

(4) ρ_0 と F_0 の関係をお示しいただければ幸いです。

(5) 円筒面の不等間隔分割はどのような規則に従った分割方法か。

〔回答〕 (1) 体積力の密度は一般に連続的に変化しているべきものであるから, それらを階段状の分布で置き換える際には, なるべくそれらが一定になるような定義がのぞましいことになる。

式(1)の体積力の密度の定義は, この観点から, 遠方でせん断応力 $\tau^{\infty} = \tau_0(2r/d)$ を受けるだ円孔を有する無限体の面外せん断問題における体積力の密度を基

準の密度とすることを意味する(面外せん断問題に関する詳しい説明は文献(6)を参照いただきたい)。つまり, 切欠き部を n_1 分割して数値計算する際, 連続的に変化するべき体積力の密度を, 面外せん断問題における基準の密度を各区間ごとに一定の倍率で比例的に変えた階段状のもので置き換えることになる。

円周切欠きを有する丸棒のねじり問題において, 切欠き底近傍のごくせまい領域は, 面外せん断を受ける切欠きの問題に近いと考えることができるので, 式(1)の定義は, 本問題において高精度の解を得るのに有効となる。

(4) 説明の便宜上ご質問の(4)を先に回答させていただきます。

図3に示す集中力の輪の単位長さ当たりの力の大きさを表す F_0 は, それが与えられたとき式(6)によって任意の点における応力を計算するための変数として使用した。したがって, 幅 $ds(=\sqrt{(d\rho)^2+(d\xi)^2})$ の帯状のリング要素に作用する体積力の密度 ρ_0 が与えられた時,

(i) 切欠き部では F_0 として $\rho_0(2\rho/d)d\rho$ を,

(ii) 丸棒円筒面では F_0 として $\rho_0 d\xi$ を代入することによって任意の点における応力を求める

ことができる。

(2) 切欠き側面の直線部においても、体積力は真の境界に沿って分布させており、切欠き先端の円弧部や丸棒円筒面の場合と特別に違いはない。

式(4)の影響係数の表現について、もう少し説明を加えると、式(4)は j 番めの区間に単位密度 (すなわち $\rho_0=1$) の体積力を分布させた時の i 番めの注目点における応力の式を表したものである。したがって、

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i) 切欠き部:} \\ \tau_i^{\rho_0} = \int_j \tau^{F_0^*} \Big|_{F_0=1} \frac{2\rho}{d} d\rho \\ \text{(ii) 丸棒円筒面:} \\ \tau_i^{\rho_0} = \int_j \tau^{F_0^*} \Big|_{F_0=1} d\xi \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)'$$

切欠き先端の円弧部では、式(5)の ψ を用いて
 $d\rho = \rho_n \sin \psi d\psi = \xi d\psi$

となるので、式(4)のような表現が得られる。

(3) 連続的に変化しているべき体積力の密度を階段状の分布で置き換えた場合、連続した 2 個の区間の密度の差は、図 4 における B 点近傍で比較的大きいことから、そこではいくらか境界条件の満足度は悪いものと思われる。ただし、最大応力に注目した計算に関する限り、切欠き底近くの境界条件の満足度が重要であり、その影響はほとんどないものと考えている。

(5) 円筒面の分割は、境界 BC を B の側から長さを等比級数で増加させた基本区間に分け、各基本区間をさらに等間隔に分割した⁽³⁾。最終的な結果を外そう⁽⁵⁾⁽⁶⁾によって求める際には、各基本区間の長さは変わらず、各基本区間における分割数を増すことによって分割に規則性をもたせた。