

両縁に60°V形または円弧形切欠きを有する帯板の引張り*

西谷 弘 信**, 野田 尚 昭***
深 迫 泉****, 原田 昭 治***

Tension of a Strip with Symmetric 60° V-Shaped or Partially-Circular Notches

by Hironobu NISITANI, Nao-aki NODA,
Izumi FUKASAKO, and Shoji HARADA

This paper deals with the stress concentration analysis of 60° V-shaped or a partially-circular double edge notches in an infinite strip under remote tension. The stress field induced by a point force in a semi-infinite plate is used to solve these problems. The present results for semi-circular notch are in close agreement with other reports. The results calculated on the 60° V-shaped notches show that the Neuber formula gives an underestimated stress concentration factor in about 11% for a wide range of notch depth. However, in case of blunt notches, the Neuber solution of deep hyperbolic notches still gives a sufficient accuracy in engineering use. In addition, the stress concentration factors of 60° V-shaped notches are also represented by diagrams for wide use.

Key Words: Elasticity, Body Force Method, Test Specimen, Strip, Tension, V-Shaped Notch, Partially-Circular Notch, Neuber's Formula

1. 緒 言

両縁に対称な切欠き(V形または円弧形)を有する板状試験片は、金属材料の疲労試験においてしばしば用いられている。これら試験片の応力集中係数を求める研究はかなり古くから多くの研究者により行われている。しかし、それらの多くは個々の切欠き寸法に対

して応力集中係数を計算または測定したものであり、設計などに必要な任意寸法の切欠きに対して応力集中係数を与えた研究はほとんど見当たらない。このため、現在でもいわゆるノイバーの三角則⁽¹⁾による応力集中の評価が広く行われている。

本論文では、体積力法⁽²⁾⁽³⁾を用いて、引張りを受ける帯板の両縁に円弧形切欠きまたは60°V形切欠きが存在する場合の応力集中問題を考察する(図1)。切欠きの形状が半円形や円弧形の場合には、これまでに西谷⁽⁴⁾、長谷川⁽⁵⁾らにより、帯板両縁の境界条件を完全に満足するグリーン関数を用いた解法が示されている。しかしながら、帯板問題のグリーン関数は閉じた形では得られないので、数値計算上必ずしも便利ではない。そこで本論文では、閉じた形で解が得られている半無限板の一点に集中力が作用する場合の応力場の式を帯板問題に応用する方法を示す。この方法によれば、高精度の応力集中係数を切欠きの形状寸法を系統的に変化させて計算する際に便利である^(*)。

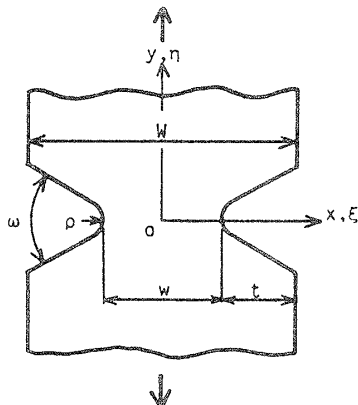


図1 両縁に60°V形切欠きを有する帯板の引張り

* 昭和60年4月1日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年11月1日。

** 正員、九州大学工学部(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

*** 正員、九州工業大学(〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

**** 学生員、九州工業大学大学院。

2. 解析方法の概略

体積力法では、無限板中の一点に集中力が作用する

* この特徴は計算機の高能力化によって、生かせるようになったものである。

場合の任意の点の応力の式を基本解として、原理的にはあらゆる二次元問題を解析することが可能である。また問題によっては、境界条件の一部をあらかじめ満足するグリーン関数を基本解として用いることが、解析精度を向上させるために有効となる。たとえば帯板問題では、これまでに、無限に長い帯板の一点に集中力が作用する場合の解を基本解として解析がなされている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

本論文で取扱う問題においても、帯板問題のグリーン関数を用いることにより、境界条件を満足すべき境界として切欠き部のみ考えればよいことになる。しかしながら、反面、帯板問題のグリーン関数は閉じた形では与えられないので、その使用には数値積分が必要となる。したがって、グリーン関数を利用した解法は、無限板の解を利用する一般的な解法と比較してすべての点では有利でない。そこで本論文では、これら二つの解法の長所を組合せた次のような方法を用いる。

図 2 は本論文で提案する方法の考え方を示した図である。図 2 (b), (c) に示すように帯板の自由縁となるべき境界 $x = \pm W/2$ をそれぞれ自由表面とする 2 枚の半無限板 (b), (c) を考える。半無限板の一点に集中力が作用するときの任意の点における応力の式 (半無限板問題のグリーン関数) は閉じた形で与えられる⁽²⁾。そこでこの解を利用して、 $\xi < 0$ の範囲の切欠きおよび帯板縁となるべき境界上の条件を満足させるための基本解としては、図 2 (b) の半無限板のグリーン関数を用いる。逆に $\xi > 0$ の範囲の境界条件は図 2 (c) の半無限板のグリーン関数を用いて満足させる。すなわち解法は、図 2 (b), (c) の半無限板において連続的に作用させるべき基本解の強さ、つまり体積力 (切欠き部) および表面力 (帯板縁) の密度を決定する問題に還元される。

このような解法を用いれば、帯板縁となるべき境界上に作用させるべき表面力の密度は一般にかなり小さくなり、精度を上げることができる。また、基本解は

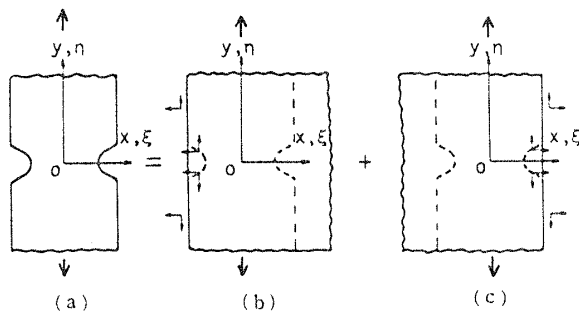


図 2 体積力および表面力が作用する 2 枚の半無限板の重ね合せによる帯板問題の解法

閉じた形で与えられているので数値計算に必要とする時間も節約できる。

3. 体積力および表面力の密度の定義

切欠き部および帯板縁となるべき境界上に作用させる体積力 (切欠き部) および表面力 (帯板縁) の密度を次のように定義する。微小要素 $ds = \sqrt{(d\xi)^2 + (d\eta)^2}$ に作用する体積力および表面力の合力の成分を dF_x, dF_y とすると、体積力および表面力の密度 ρ_x, ρ_y は式 (1), (2) で定義される [(ξ, η) は力を作用させる点の (x, y) 座標]。

(i) 体積力の密度 (切欠き部) :

$$\rho_x = \frac{dF_x}{d\eta}, \rho_y = \frac{dF_y}{d\xi} \dots\dots\dots (1)$$

(ii) 表面力の密度 (帯板縁) :

$$\rho_x = \frac{dF_x}{ds}, \rho_y = \frac{dF_y}{ds} \dots\dots\dots (2)$$

分布させるべき体積力および表面力の密度は閉じた形では求まらないので、切欠き部および帯板縁となるべき仮想境界を分割して、分割した各区間の中点で境界条件を満足するように各区間に分布させる密度を決定する。各区間に分布させる密度が求めれば、任意の点における応力は、分布させたすべての体積力および表面力の効果を積分することによって求めることができる。なお、数値計算の具体的手順の詳細は、これまでの報告⁽²⁾⁽¹⁰⁾とほぼ同様であるので省略する。

4. 基本解の表示

本論文の解析に用いる、図 3 (a), (b) に示すような半無限板の一点 (ξ, η) に x 方向の集中力 P または y 方向の集中力 Q が作用する場合の、点 (x, y) に生じる応力は式 (3) で表される⁽²⁾。なお、本論文の問題はポアソン比 ν に無関係となるので $\nu=0$ とおいた。

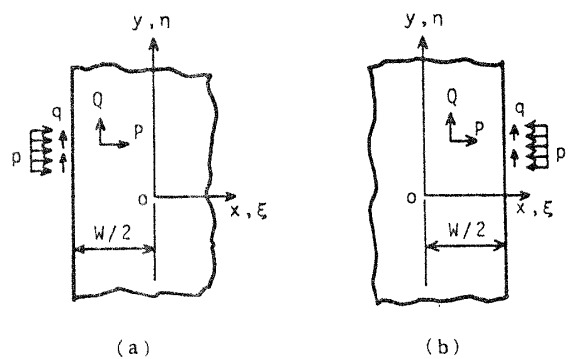


図 3 半無限板中の一点に作用する集中力 P, Q および表面に作用する分布力 p, q

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^P &= (\bar{P}/2\pi) \left\{ (1/2) [-(\bar{x}-\bar{\xi}) \{ (\bar{y}-\bar{\eta})^2 + 3(\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 \right. \\
 &\quad + (\bar{x}+\bar{\xi}) \{ (\bar{y}-\bar{\eta})^2 + 3(\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2] \\
 &\quad - \{ 1/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ (n-1)A^4 + 2n(2n^2-3n+3)A^2 + n^3(3n^2+3n-2) \} \} \\
 \sigma_y^P &= (\bar{P}/2\pi) \left\{ (1/2) [(\bar{x}-\bar{\xi}) \{ (\bar{x}-\bar{\xi})^2 - (\bar{y}-\bar{\eta})^2 \} / r_1^2 \right. \\
 &\quad - (\bar{x}+\bar{\xi}) \{ (\bar{x}+\bar{\xi})^2 - (\bar{y}-\bar{\eta})^2 \} / r_2^2] \\
 &\quad - \{ 1/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ (n+3)A^4 + 2n(2n^2+3n-3)A^2 + n^3(3n^2-5n+2) \} \} \\
 \tau_{xy}^P &= (\bar{P}/2\pi) \left\{ \{ (\bar{y}-\bar{\eta})/2 \} \{ [(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + 3(\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 + \{ (\bar{y}-\bar{\eta})^2 + 3(\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + \{ 2A/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ (n+1)A^2 + n^2(5n-3) \} \} \right\} \\
 \sigma_x^Q &= (\bar{Q}/2\pi) \left\{ \{ (\bar{y}-\bar{\eta})/2 \} \{ [(\bar{y}-\bar{\eta})^2 - (\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 + \{ (\bar{y}-\bar{\eta})^2 - (\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + \{ A/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ A^4 + 2(3n-1)A^2 - n^2(n^2+2n-6) \} \} \right\} \\
 \sigma_y^Q &= (\bar{Q}/2\pi) \left\{ \{ -(\bar{y}-\bar{\eta})/2 \} \{ [3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 + \{ 3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + \{ A/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ A^4 - 2(n-1)A^2 - n^2(n^2-6n+6) \} \} \right\} \\
 \tau_{xy}^Q &= (\bar{Q}/2\pi) \left\{ (-1/2) [(\bar{x}-\bar{\xi}) \{ 3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 \right. \\
 &\quad + (\bar{x}+\bar{\xi}) \{ 3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2] \\
 &\quad \left. + \{ 1/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ -A^4 + 6n(n-1)A^2 - n^3(n-2) \} \} \right\}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3\cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^Q &= (\bar{Q}/2\pi) \left\{ \{ (\bar{y}-\bar{\eta})/2 \} \{ [(\bar{y}-\bar{\eta})^2 - (\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 + \{ (\bar{y}-\bar{\eta})^2 - (\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + \{ A/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ A^4 + 2(3n-1)A^2 - n^2(n^2+2n-6) \} \} \right\} \\
 \sigma_y^Q &= (\bar{Q}/2\pi) \left\{ \{ -(\bar{y}-\bar{\eta})/2 \} \{ [3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 + \{ 3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + \{ A/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ A^4 - 2(n-1)A^2 - n^2(n^2-6n+6) \} \} \right\} \\
 \tau_{xy}^Q &= (\bar{Q}/2\pi) \left\{ (-1/2) [(\bar{x}-\bar{\xi}) \{ 3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}-\bar{\xi})^2 \} / r_1^2 \right. \\
 &\quad + (\bar{x}+\bar{\xi}) \{ 3(\bar{y}-\bar{\eta})^2 + (\bar{x}+\bar{\xi})^2 \} / r_2^2] \\
 &\quad \left. + \{ 1/\bar{x} (A^2+n^2)^3 \} \{ -A^4 + 6n(n-1)A^2 - n^3(n-2) \} \} \right\}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3\cdot b)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 r_1^2 &= (\bar{x}-\bar{\xi})^2 + (\bar{y}-\bar{\eta})^2, \quad r_2^2 = (\bar{x}+\bar{\xi})^2 + (\bar{y}-\bar{\eta})^2, \quad A = (\bar{y}-\bar{\eta})/\bar{x}, \quad n = 1 + \bar{\xi}/\bar{x}, \\
 \left\{ \begin{aligned}
 \bar{x} &= x + W/2, \quad \bar{y} = -y, \quad \bar{\xi} = \xi + W/2, \quad \bar{\eta} = -\eta, \quad \bar{P} = P, \quad \bar{Q} = -Q \quad \text{〔図 3 (a) の場合〕} \\
 \bar{x} &= -x + W/2, \quad \bar{y} = y, \quad \bar{\xi} = -\xi + W/2, \quad \bar{\eta} = \eta, \quad \bar{P} = -P, \quad \bar{Q} = Q \quad \text{〔図 3 (b) の場合〕}
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

である。

また、半無限板〔図 3 (a), (b)〕の表面 $y = \eta_1 \sim \eta_2$ の範囲に x 方向または y 方向の分布力 p, q が作用するときの任意の点の応力の式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^p &= \frac{p}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1) + \varphi_2 - \varphi_1 \right\} \\
 \sigma_y^p &= \frac{p}{\pi} \left\{ \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{1}{2} (\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2) \right\} \\
 \tau_{xy}^p &= \frac{p}{2\pi} (\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4\cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^q &= \frac{q}{2\pi} (\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2) \\
 \sigma_y^q &= -\frac{2q}{\pi} \left\{ \frac{1}{4} (\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2) + \ln \frac{|\cos \varphi_2|}{|\cos \varphi_1|} \right\} \\
 \tau_{xy}^q &= \frac{q}{\pi} \left\{ \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{1}{2} (\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2) \right\}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4\cdot b)$$

ここで、

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \frac{\eta_1 - y}{\xi - x}, \quad \varphi_2 = \tan^{-1} \frac{\eta_2 - y}{\xi - x}$$

である。

5. 計算結果および考察

4章に示した基本解を用いて両縁にV形切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数を求める計算プログラムを作成した。最終的な数値は、有限の分割数によって得られる結果から分割数が無限大の場合を

外そうすることによって求めた。

5.1 両縁に半円切欠きを有する帯板の引張り

半円切欠きの問題は多くの研究者によって解析されており、本解析の精度を確認することができる。表1は両縁に半円切欠きを有する帯板の応力集中係数を長谷川ら⁽⁵⁾、西谷⁽⁴⁾、Ling⁽⁶⁾⁽⁷⁾、石田⁽⁸⁾、Neuber⁽¹⁾(浅い切欠きの解として $K_{tV} = 3.065$ を使用)の結果と比較してまとめたものである。これより本結果は十分な精度をもつことがわかる。ノイバーの三角則による値と比較して線図にしたものを図4に示す。

5.2 疲労試験用の浅い円弧形切欠きを有する帯板の引張り

表2は両縁に浅い円弧形切欠きを有する帯板(最小断面の幅 $w = 10$ mm)の応力集中係数をノイバーの三角則による値 K_{tN}^{*2} およびノイバーの深い双曲線切欠きの解 K_{tH} と比較してまとめたものである。

表1 半円切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t

$2a/w$	Present analysis	Hasegawa Tokoyoda	Nisitani	Ling	Isida	Neuber
0.02	3.003	-	-	-	3.003	3.00
0.03	2.972	-	-	-	2.971	2.96
0.05	2.907	2.908	-	-	2.907	2.88
0.1	2.745	2.7446	2.746	2.745	2.745	2.68
0.2	2.429	2.4283	2.429	2.429	2.429	2.29
0.3	2.134	2.1330	-	2.134	2.134	1.98
0.4	1.865	1.8645	1.864	1.865	1.865	1.73
0.5	1.624	1.6241	-	1.624	-	1.54
0.6	1.420	1.4192	1.420	1.420	-	1.38
0.7	1.261	1.2602	-	1.261	-	1.26
0.8	1.151	1.1501	1.151	-	-	1.16
0.9	1.070	1.0693	-	-	-	1.07

表 2 より ρ と w を一定とし, W を増加させた場合, K_t と K_{tN} とでは変化の傾向に違いがあることがわかる。このことは, 実験により菊川らも指摘している⁽⁹⁾。切欠きが浅く, 切欠き半径 ρ が小さい場合を除き, ノイバーの深い双曲線切欠きの値 K_{tH} がかなり精度の良い近似値を与えることがわかる。

5.3 両縁に 60° V 形切欠きを有する帯板の引張り

表 3 は両縁に 60° V 形切欠きを有する帯板の応力集中係数 K_t を, 切欠き半径 ρ と, 切欠き深さ t について系統的に計算した結果をまとめたものである。切欠きが浅い場合 ($t \leq \rho/2$) は円弧形切欠きの値である。参考としてノイバーの三角則による値 K_{tN} を示した。

図 5 および図 6 は, 表 3 に示す値を線図にして整理したものである。図 5 は横軸に相対切欠き深さ $2t/W$ を, 図 6 は切欠き半径の相対値 $2\rho/W$ をとり, 縦軸に

応力集中係数の値 K_t をプロットしたものである。

両縁に 60° V 形切欠きを有する帯板の応力集中係数をノイバーの三角則を用いて評価する場合, 本論文で計算した範囲 ($2\rho/W \geq 0.02$) で最大 11% 程度の危険側の誤差を含む場合がある。図 5 によれば, ノイバーの三角則の値に危険側の誤差が存在する範囲はかなり広いことがわかる。

5.4 切欠き形状と応力集中係数の関係

表 4 は両縁に 60° V 形切欠きを有する帯板の応力集中係数 K_t と, その帯板と同一形状の切欠きを有する半無限板の応力集中係数 K_{t0} との比 K_t/K_{t0} をとり, 整理したものである。表 4 より, 切欠きが浅い場合には切欠き半径 ρ に無関係に K_t/K_{t0} の値は, ほぼ切欠き深さ t のみによって決まっていることがわかる。また, 切欠き半径が小さいとき(切欠きが鋭いとき)は切欠きが深い範囲まで上記の傾向がみられる。この性質を利用すれば, 本論文で解析していない鋭い 60° V 形切欠き ($2\rho/W < 0.02$) を両縁に有する帯板の応力集中係数が容易に推定できる。その手順を以下に示す⁽¹⁰⁾。

- (1) 帯板の切欠きと同一形状の 60° V 形切欠きを有する半無限板の引張りにおける応力集中係数 K_{t0} を, 文献(10)の図 7, 8 などを利用して求める。
- (2) 帯板と半無限板における応力集中係数の相対値 K_t/K_{t0} (切欠き深さ $2t/W$ によって決まる) を本論文の表 4 より求める。
- (3) $K_t = K_{t0} \times (K_t/K_{t0})$ より帯板の応力集中係数 K_t が求まる。

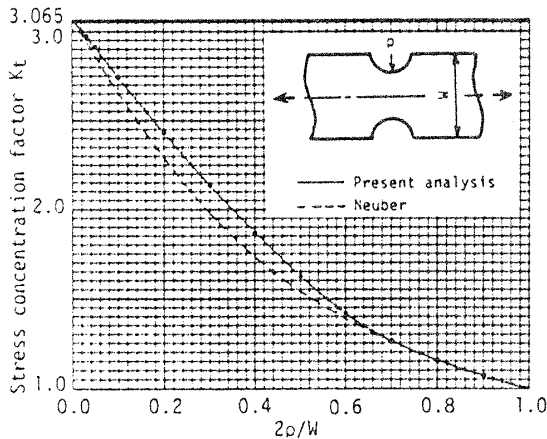


図 4 半円切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t

表 2 疲労試験用の浅い円弧形切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t (最小断面の幅 $w = 10$ mm)

W (mm)	11		12		15		20		∞
	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	
10	1.282	1.25	1.325	1.27	1.341	1.29	1.327	1.29	1.301
20	1.168	1.14	1.179	1.15	1.171	1.15	1.161	1.16	1.158
50	1.074	1.06	1.071	1.06	1.065	1.06	1.064	1.06	1.065
100	1.036	1.03	1.034	1.03	1.033	1.03	1.033	1.03	1.033

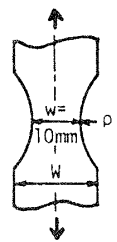
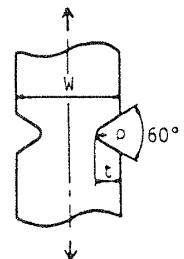


表 3 両縁に 60° V 形切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t

$2t/W$	$2\rho/W=0.02$		$2\rho/W=0.03$		$2\rho/W=0.05$		$2\rho/W=0.1$		$2\rho/W=0.2$		$2\rho/W=0.5$		$2\rho/W=1.0$	
	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}
0.02	3.003	2.94	2.607	2.58	2.216	2.22	1.834	1.86	1.573	1.60	1.347	1.37	1.236	1.25
0.05	4.145	3.93	3.524	3.38	2.907	2.83	2.298	2.28	1.880	1.88	1.521	1.53	1.346	1.34
0.1	5.264	4.85	4.418	4.12	3.577	3.38	2.745	2.64	2.169	2.11	1.675	1.64	1.434	1.40
0.2	6.356	5.71	5.291	4.79	4.227	3.87	3.166	2.94	2.429	2.27	1.791	1.69	1.483	1.41
0.3	6.726	6.00	5.580	5.00	4.431	4.00	3.285	2.99	2.483	2.28	1.791	1.67	1.458	1.38
0.4	6.697	5.98	5.544	4.96	4.390	3.95	3.234	2.92	2.424	2.21	1.727	1.61	1.400	1.34
0.5	6.401	5.74	5.292	4.75	4.181	3.77	3.068	2.78	2.288	2.10	1.624	1.54	1.327	1.29
0.6	5.997	5.33	4.872	4.41	3.843	3.48	2.813	2.57	2.096	1.95	1.499	1.45	1.251	1.24
0.7	5.204	4.76	4.297	3.93	3.389	3.11	2.480	2.30	1.857	1.76	1.366	1.35	1.183	1.19
0.8	4.304	3.99	3.553	3.30	2.808	2.62	2.069	1.97	1.581	1.55	1.237	1.24	1.122	1.13
0.9	3.094	2.92	2.568	2.44	2.051	1.98	1.567	1.55	1.289	1.30	1.122	1.13	1.063	1.07



* 浅い切欠きの解として円孔を有する無限板の解, 深い切欠きの解として双曲線切欠きの解を使用した。

表 4 両縁に 60°V 形切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t の相対値 K_t/K_{t0} (K_{t0} は帯板と同一形状の 60°V 形切欠きを有する半無限板の引張りにおける応力集中係数)

$2\rho/W$	0.02	0.03	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0
0.02	0.980	0.980	0.979	0.979	0.979	0.980	0.981
0.05	0.948	0.948	0.948	0.948	0.948	0.947	0.947
0.1	0.896	0.895	0.895	0.896	0.895	0.894	0.893
0.2	0.793	0.792	0.793	0.792	0.792	0.791	0.791
0.3	0.696	0.696	0.696	0.696	0.696	0.697	0.700
0.4	0.606	0.606	0.606	0.607	0.607	0.610	0.618
0.5	0.522	0.521	0.522	0.522	0.523	0.530	0.547
0.6	0.441	0.441	0.441	0.442	0.444	0.459	0.487
0.7	0.362	0.362	0.362	0.363	0.369	0.394	0.437
0.8	0.281	0.281	0.282	0.286	0.297	0.339	0.396
0.9	0.191	0.192	0.195	0.205	0.230	0.293	0.360

6. 結 言

本論文では、両縁に対称な切欠きを有する帯板の引張り問題を体積法を用いて考察した。結果をまとめると以下ようになる。

(1) 閉じた形で解が得られている、半無限板問題のグリーン関数を基本解として、帯板問題を解析する方法を提案した。本解法は、切欠きの形状寸法を系統的に変えて高精度の結果を得ることができる点において、きわめて便利である。半円切欠きについて、これまで得られている結果^{(4)~(8)}と本論文の結果とは誤差 0.1% 以内で一致している。

(2) 60°V 形切欠きの応力集中係数を系統的に計算した結果、ノイバーの三角則でこの場合の応力集中係数を評価した場合、本論文で計算した範囲 ($2\rho/W$

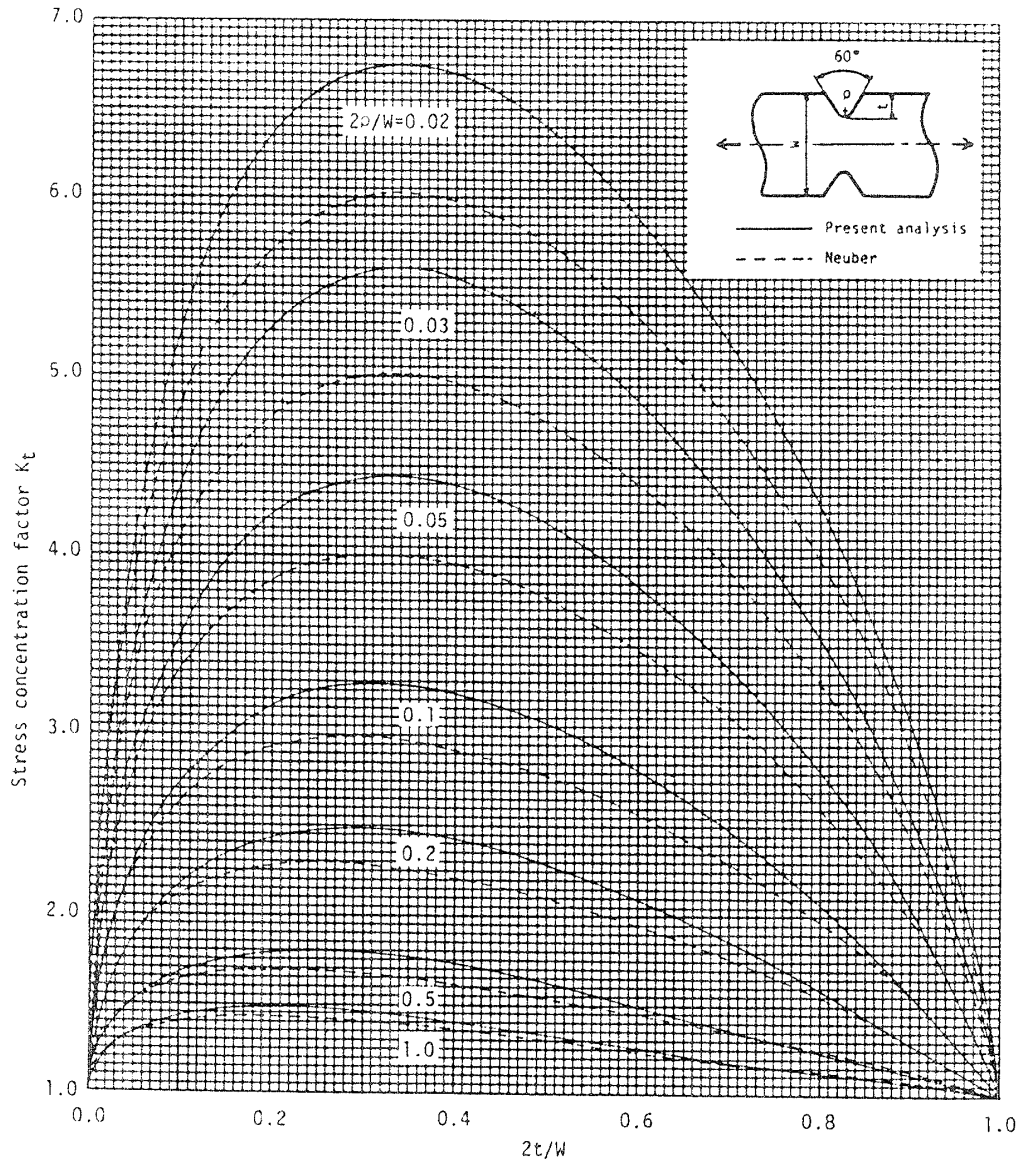


図 5 両縁に 60°V 形切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t

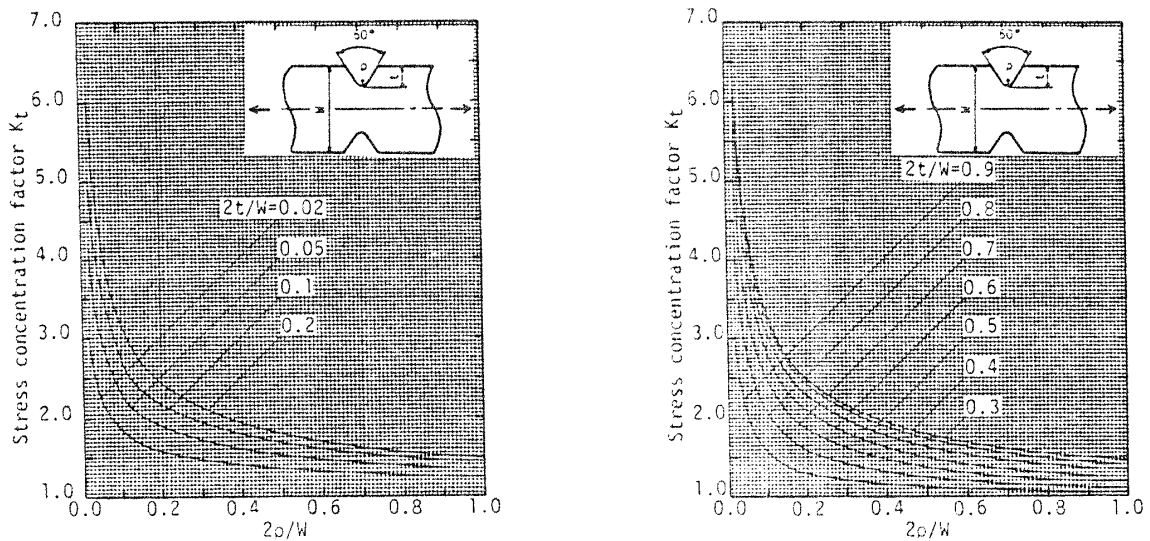


図 6 両縁に 60°V 形切欠きを有する帯板の引張りにおける応力集中係数 K_t

≥ 0.02) で、最大 11% 程度の危険側の誤差を含む場合があることがわかった。得られた結果より、応力集中係数表と線図(表 3 および図 5, 6)を作成した。

(3) 帯板と半無限板における、同一形状の 60°V 形切欠きの応力集中係数の相対値 K_t/K_{t0} は、切欠きが鋭い場合にはほぼ切欠き深さ ($2t/W$) のみによって決まる(表 4)。この性質を利用すれば、半無限板の解⁽¹⁰⁾を利用して帯板の応力集中が評価できる。

(4) 疲労試験用の円弧形切欠きを有する帯板の応力集中係数は、切欠きが浅く切欠き半径が小さい場合を除き、ノイバーの深い双曲線切欠きの解によりかなり精度よく評価できる。

本研究の遂行に際して、九州工業大学 遠藤達雄教授には貴重なご助言を賜った。記して謝意を表しま

す。なお、数値計算には九州工業大学情報処理センターの MELCOM COSMO 800 III と九州大学大型計算機センターの FACOM M 382 を使用した。

文 献

- (1) Neuber, H., *Kerbspannungslehre*, (第 1 版)(1937), (第 2 版), (1957), 9, Springer-Verlag.
- (2) 西谷, 機誌, 70-580 (昭 42), 627.
- (3) Nisitani, H. (Sih, G. C. 編), *Mechanics of Fracture*, 5 (1987), 1, Noordhoff Int. Pub.
- (4) 西谷, 機論, 41-349 (昭 50), 2518.
- (5) 長谷川・常世田, 機論, No. 840-9 (昭 59-10), 80.
- (6) Ling, C. B., *J. Appl. Mech.*, 14-4 (1947), 275.
- (7) Ling, C. B., *J. Appl. Mech.*, 35-4 (1968), 833.
- (8) 石田, 機論, 19-83 (昭 28), 5.
- (9) 菊川・佐藤, 機論, 38-311 (昭 47), 1663.
- (10) 西谷・野田, 機論, 51-461, A (昭 60), 54.

討 論

〔質問〕 長谷川 久夫 (明治大学工学部)

(1) 半無限板問題の解を応用した帯板問題の解法、興味深く拝読させていただいた。本研究では、半無限板上 (緑) の表面力の分布は y 方向にはどれくらいの距離まで分布させたのか。

(2) 本問題に対して用いられた境界の分割法および分割数 (選点数) はどのようなものか。

(3) 表 4 を見ると数値にわずかながら変動 (ばらつき) があるが、これはなにを表しているのか。

〔回答〕 (1) 最低の場合で、帯板幅 W の 2 倍程度の距離まで分布させた。本報で提唱する手法によれば、帯板縁となるべき境界上に分布させる表面力の

大きさは、比較的小さいので、この表面力の応力集中係数への影響も y 方向に離れるに従って極めて小さくなる。したがって広い範囲に表面力を作用させる必要はない。

(2) 切欠き先端の円弧部と切欠きの直線部は、それぞれ等間隔に分割した。また、帯板縁は切欠きから遠ざかるほど、区間長が長くなるように等比級数的に粗分割し、粗分割したそれぞれの各区間をさらに等間隔に分割した。

小数点以下 3 けた程度まで有効な応力集中係数(表 3)を得るために、切欠きが鋭く深い場合には総分割数 160 程度の計算も行ったが、多くの場合には総分割

数100以下で十分な精度が得られた。

(3) 半無限板の応力集中係数 K_{t0} を線図⁽¹⁰⁾により求めたので、その読取り誤差、およびまるめ誤差なども考えられる。しかしながら、帯板と半無限板の応

力集中係数の比が、なぜこのように切欠半径に依存せず、切欠深さ $2t/W$ のみによってほとんど決まるのかということ自体が、まだよくわかっていないので、今後さらに検討する予定である。