

フィレット部を有する段付丸棒および段付平板の 応力集中についての考察*

野田 尚昭*¹, 高瀬 康*²

Study on Stress Concentration Factor of Fillet in Stepped Round and Flat Bars under Tension and Bending

Nao-Aki NODA and Yasushi TAKASE

In this paper the stress concentration problems of fillet in round and flat bars under tension and bending are considered. First, the body force method (BFM) is applied and the stress concentration factors (SCFs) are systematically calculated with good accuracy. Second, SCFs of fillet in a semi-infinite plate (K_{σ}) are presented in the form of formulae and charts on the basis of the results of the BFM. Third, using K_{σ} , expended Neuber's approximate formulae are proposed for fillet in a simple form which are useful for a wide range of geometries of fillet within 10% error. Next, as a result of comparison of these Neuber formulae and the results of BFM, correction factors are given in the form of formulae by applying the least squares method. Finally, it is found that the correction factors with the Neuber formulae give accurate SCFs within 1% error for a wide range of geometrical conditions.

Key Words: Elasticity, Body Force Method, Stress Concentration, Numerical Analysis, Flat Test Specimen, Round Test Specimen, Tension, Bending, Fillet

1. 緒 言

図1に示すようなフィレット部を有する丸棒および帯板は、強度研究用の試験片としてもよく用いられる⁽¹⁾。このため、その正確な応力集中を知ることは強度設計上および研究上重要である。著者らは、これまで体積法によって丸棒引張り⁽²⁾、丸棒ねじり⁽³⁾、平板引張り⁽⁴⁾、平板面内曲げ⁽⁵⁾の各種問題についてフィレット部の正確な解析を行った。そして、従来よく用いられている Peterson の線図⁽⁶⁾に最大で10%程度の誤差があることを指摘した。しかし、実際に設計や研究に利用する際には、応力集中係数を簡便に利用できる近似式や線図の形式にして示すことが望まれる。著者らはさきに切欠きを有する丸棒および平板試験片の応力集中係数を考察し、古くから用いられているノイバー三角則による近似値に修正係数をかけることによって高精度の計算式を与えた⁽⁷⁾。そこで、本研究ではまず、これまで解析していない段付丸棒の曲げ問題を解析するとともに、これまで得られた各問題について

体積法によって得られた高精度の解析結果を基に、その応力集中係数について詳しい考察を行う。そして、広範囲の形状寸法に対して精度の高い計算式と線図を与えることを目的とする。

2. 体積法による解析方法の概略

ここでは、今までに解析されていない段付丸棒の曲

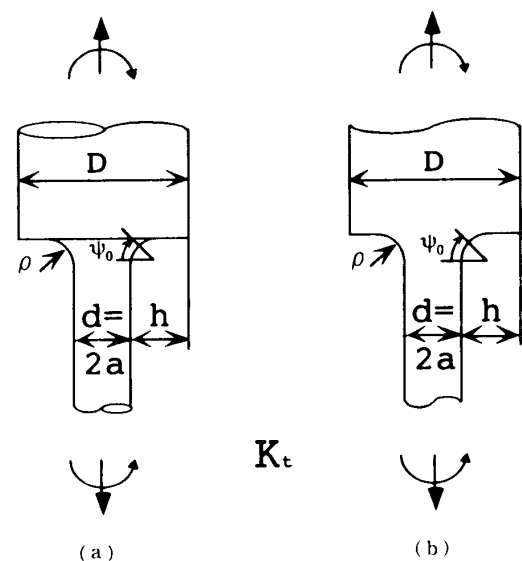


Fig. 1 Round and flat bars with fillets

* 1994年3月 第72期通常総会において講演。原稿受付
1995年6月14日。

*¹ 正員、九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

*² 准員、九州工業大学工学部。

Table 1 K_t of fillet in a round bar under tension

2p/D	0.03		0.05		0.1		0.2		0.5		1.0	
	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}	K_t	K_{tN}
0.05	2.408	2.432	2.078	2.106	1.751	1.772	1.517	1.537	1.312	1.324	1.208	1.213
0.1	2.899	2.920	2.444	2.479	1.992	2.028	1.674	1.700	1.394	1.406	1.252	1.256
0.2	3.398	3.442	2.826	2.864	2.240	2.273	1.816	1.845	1.451	1.459	1.271	1.272
0.3	3.613	3.677	2.975	3.022	2.333	2.355	1.854	1.875	1.446	1.454	1.250	1.259
0.4	3.647	3.736	2.987	3.045	2.315	2.342	1.824	1.844	1.405	1.420	1.214	1.233
0.5	3.548	3.661	2.894	2.964	2.230	2.261	1.748	1.772	1.346	1.371	1.175	1.201
0.6	3.333	3.467	2.714	2.795	2.087	2.124	1.638	1.669	1.276	1.310	1.138	1.165
0.7	3.011	3.153	2.455	2.539	1.895	1.936	1.497	1.540	1.204	1.242	1.101	1.126
0.8	2.579	2.701	2.110	2.185	1.643	1.693	1.340	1.385	1.134	1.167	1.070	1.086
0.9	1.971	2.052	1.649	1.702	1.344	1.388	1.169	1.206	1.069	1.086	1.036	1.044

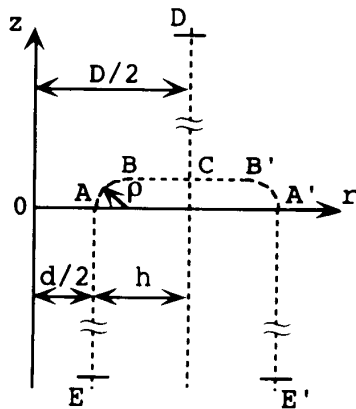


Fig. 2 Numerical solution

げ問題を例として解法を説明する。

解析に使用した体積力法は無限板中の一点に集中力が作用する場合の応力場を与える式を基礎式とし、その重ね合わせにより境界条件を満たす解析法である。軸対称体の曲げ問題 [図 1(a)] では、無限体中の 1 円周上に大きさが $\cos \phi$ または $\sin \phi$ で変化して作用する (i) 半径方向集中力の輪 ($F_r \propto \cos \phi$), (ii) 周方向集中力の輪 ($F_\theta \propto \sin \phi$), (iii) 軸方向集中力の輪 ($F_z \propto \cos \phi$) による応力場の式を基本解とした⁽⁹⁾。ここで ϕ は図 2 の円柱座標における周方向の角度 (x 座標からの角度) である。具体的には、無限体中において丸棒円筒面および段付部、フィレット部となるべき仮想境界上に集中力の輪を作用させ、 \ominus 境界 (無限小近傍からなる境界) で境界条件を満足させる。すなわち、解法は連続的に作用させる基本解の強さ、すなわち、体積力の密度を決定する問題に還元される。図 2 に体積力を分布させる仮想境界を示す。円筒面 $r=D/2, z=\rho$ におけるせん断応力 τ_{rz} の境界条件の満足度をよくするため、フィレット部となる境界 EABC のほかに E'A'B'C' にも同じ密度の体積力を分布させた。分布すべき体積力の密度を求めるため境界を分割し、分割した区間の midpoint で境界条件を満足させるよう、各区間

で一定の 3 種類の体積力密度を求めた。全体の分割数を N とすると各区間の体積力密度を決める連立方程式の元数は $3N$ 元である。

フィレットにおける接線方向の垂直応力の最大値 $\sigma_{t \max}$ の生じる位置 ϕ_0 (図 1 を参照) は、フィレット部と丸棒の形状寸法により変化し、あらかじめ知ることができない。そこで、本解析では、フィレット部を最大 90 分割程度まで分割して、各分割区間の midpoint (境界条件を満足させた点) において応力 σ_t を計算し最大応力 $\sigma_{t \max}$ を求めた。応力集中係数 K_t は最大応力 $\sigma_{t \max}$ を最小断面部の公称応力 σ_n で割ったものである。このようにして求めた K_t の値は分割数 N が有限なための誤差をもっている。その誤差は $1/N$ にほぼ比例するため、外挿によって $N \rightarrow \infty$ となる場合の K_t を求めた。なお、丸棒の問題では、ポアソン比は 0.3 として計算を行った。また、丸棒引張り、平板引張り、平板面内曲げの各々の問題についても本研究を行うにあたってきに報告したものより詳しい系統的な計算を行った。それらを表 1~4 に示す。なお、表 1~4 の K_{tN} の値は後述するフィレット部に拡張されたノイバー三角則による近似値である。

3. フィレット部に対するノイバー三角則の提案とその修正

本研究では、まず切欠材に対するノイバー三角則⁽⁹⁾と同様な近似式をフィレットに対して提案する。

ノイバー三角則は、切欠きが浅い場合の解 K_{ts} と切欠きが深い場合の解 K_{td} より次式で有限深さの切欠きの K_t を見積もるものである。

$$K_{tN} = \frac{(K_{ts}-1)(K_{td}-1)}{\sqrt{(K_{ts}-1)^2 + (K_{td}-1)^2}} + 1 \dots\dots\dots (1)$$

フィレットの問題に対してはフィレット部が浅い場合の応力集中係数 K_{ts} として、図 3(a) に示すフィレット部を有する半無限板の K_{tF} を用いる。図 3 は K_{tF}

Table 2 K_t of fillet in a round bar under bending

2ρ/D	0.03		0.05		0.1		0.2		0.5		1.0	
	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}
0.05	2.329	2.374	2.008	2.054	1.691	1.728	1.469	1.497	1.264	1.288	1.177	1.181
0.1	2.739	2.777	2.304	2.356	1.875	1.923	1.576	1.612	1.323	1.336	1.193	1.201
0.2	3.091	3.130	2.549	2.601	2.034	2.064	1.644	1.681	1.335	1.350	1.189	1.199
0.3	3.163	3.225	2.576	2.651	2.067	2.073	1.632	1.669	1.307	1.330	1.168	1.182
0.4	3.081	3.183	2.494	2.601	2.001	2.020	1.579	1.621	1.270	1.297	1.146	1.161
0.5	2.902	3.049	2.352	2.485	1.891	1.927	1.501	1.552	1.227	1.257	1.125	1.137
0.6	2.667	2.841	2.182	2.316	1.739	1.805	1.418	1.468	1.178	1.212	1.105	1.112
0.7	2.390	2.561	1.981	2.098	1.579	1.655	1.324	1.371	1.131	1.164	1.082	1.085
0.8	2.059	2.201	1.729	1.826	1.411	1.476	1.225	1.262	1.101	1.112	1.057	1.058
0.9	1.624	1.724	1.431	1.479	1.229	1.263	1.122	1.139	1.053	1.058	1.026	1.029

Table 3 K_t of fillet in a flat bar under tension

2ρ/D	0.03		0.05		0.1		0.2		0.5		1.0	
	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}
0.05	2.436	2.459	2.105	2.128	1.776	1.791	1.540	1.555	1.331	1.343	1.224	1.234
0.1	2.955	2.989	2.501	2.540	2.049	2.079	1.726	1.747	1.438	1.451	1.291	1.298
0.2	3.524	3.614	2.953	3.012	2.352	2.398	1.927	1.952	1.541	1.548	1.347	1.344
0.3	3.830	3.956	3.171	3.258	2.499	2.547	2.014	2.034	1.576	1.570	1.352	1.343
0.4	3.957	4.115	3.257	3.359	2.543	2.590	2.027	2.038	1.565	1.550	1.330	1.320
0.5	3.950	4.121	3.233	3.339	2.505	2.547	1.984	1.985	1.515	1.502	1.286	1.283
0.6	3.810	3.979	3.106	3.205	2.397	2.425	1.888	1.882	1.439	1.431	1.227	1.237
0.7	3.533	3.679	2.873	2.950	2.211	2.226	1.739	1.734	1.333	1.344	1.165	1.184
0.8	3.087	3.185	2.511	2.554	1.933	1.940	1.531	1.540	1.215	1.242	1.098	1.127
0.9	2.373	2.411	1.945	1.963	1.528	1.549	1.277	1.299	1.096	1.127	1.033	1.065

Table 4 K_t of fillet in a flat bar under bending

2ρ/D	0.03		0.05		0.1		0.2		0.5		1.0	
	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}	K _t	K _{tN}
0.05	2.348	2.402	2.032	2.078	1.711	1.749	1.484	1.517	1.302	1.309	1.190	1.202
0.1	2.752	2.842	2.335	2.413	1.911	1.973	1.610	1.657	1.369	1.376	1.217	1.235
0.2	3.110	3.265	2.595	2.717	2.072	2.159	1.718	1.761	1.407	1.410	1.221	1.243
0.3	3.202	3.414	2.651	2.808	2.091	2.198	1.703	1.767	1.389	1.397	1.202	1.230
0.4	3.152	3.408	2.599	2.784	2.040	2.160	1.650	1.727	1.344	1.365	1.177	1.204
0.5	3.009	3.292	2.477	2.680	1.943	2.073	1.578	1.658	1.286	1.321	1.148	1.176
0.6	2.797	3.087	2.305	2.511	1.817	1.946	1.490	1.567	1.229	1.269	1.121	1.145
0.7	2.524	2.794	2.091	2.280	1.665	1.783	1.390	1.458	1.175	1.210	1.091	1.112
0.8	2.181	2.402	1.828	1.981	1.489	1.582	1.283	1.330	1.119	1.146	1.062	1.076
0.9	1.727	1.869	1.500	1.587	1.293	1.332	1.162	1.180	1.062	1.076	1.034	1.039

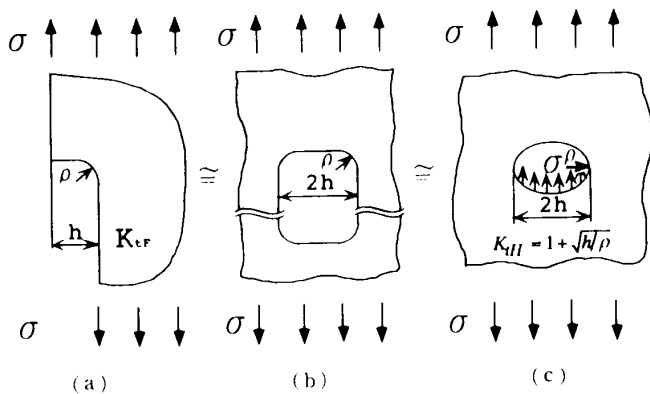


Fig. 3 Semi-infinite plate with fillet ($K_{tH} \cong K_{tF}$)

[図3(a)]が近似的に K_{tH} [図3(c)]で評価できることを説明している。ここで、 K_{tH} はだ円孔を有する一様引張りを受ける無限板中のだ円孔の片縁に表面力 σ が作用する場合の応力集中 $K_{tH} = 1 + \sqrt{h/\rho}$ である。図3(a)の問題は半無限板の自由縁で $\tau_{xy} = 0$ となるため、図3(b)の縁をまるめた長方形穴の問題に近似的に等価となる。図3(b)の問題は等価だ円の概念より図3(c)に置き換えられるが長方形穴が荷重軸方向に無限に長いものであるため、長方形穴の下縁で応力を解放することの影響はほとんど無視できる。このため穴縁で応力自由のだ円孔の応力集中 $K_{tH} = 1 + 2\sqrt{h/\rho}$

ではなく $K_{tH} = 1 + \sqrt{h/\rho}$ がよい近似となる。

はじめに、体積法によるフィレットを有する半無限板の解析結果⁽⁴⁾ならびに、その $K_{tH} = 1 + \sqrt{h/\rho}$ との比を表5に示す。表5で $h/\rho \rightarrow \infty$ の値は外挿値であるが、 $h/\rho = 4$ と $h/\rho = 8$ の外挿値と $h/\rho = 8$ と $h/\rho = 16$ の外挿値が3けた以上一致することから十分正確な値であると考えられる。また、表5の結果に最小二乗法を適用した近似式を式(2)に、その値を図4、5に示す。なお、図4、5の○印は表5の体積法による結果である。図3の K_t に対して直接最小二乗法を適用せず $K_{tH} = 1 + \sqrt{h/\rho}$ との比についてそれを行うことによって推定誤差0.2%程度以内の近似式の精度を得た。以下で $\xi = \sqrt{h/\rho}$ 、 $\eta = \sqrt{\rho/h}$ である。

Table 5 K_t of a semi infinite plate with fillet

h/ρ	ρ/h	K_{tF}	K_{tH}	K_{tF}/K_{tH}
0.0000	∞			1.0000
0.0625	16.00	1.291	1.2500	1.0328
0.1250	8.00	1.412	1.3536	1.0431
0.2500	4.00	1.581	1.5000	1.0540
0.3333	3.00	1.669	1.5774	1.0581
0.5000	2.00	1.824	1.7071	1.0685
0.6666	1.50	1.946	1.8165	1.0713
0.8000	1.25	2.041	1.8944	1.0774
1.0000	1.00	2.164	2.0000	1.0820
1.00	1.0000	2.164	2.0000	1.0820
1.25	0.8000	2.300	2.1180	1.0859
1.50	0.6666	2.423	2.2247	1.0891
2.00	0.5000	2.640	2.4142	1.0935
3.00	0.3333	3.007	2.7321	1.1006
4.00	0.2500	3.304	3.0000	1.1013
8.00	0.1250	4.230	3.8284	1.1049
16.00	0.0625	5.527	5.0000	1.1054
∞	0.0000			1.1059

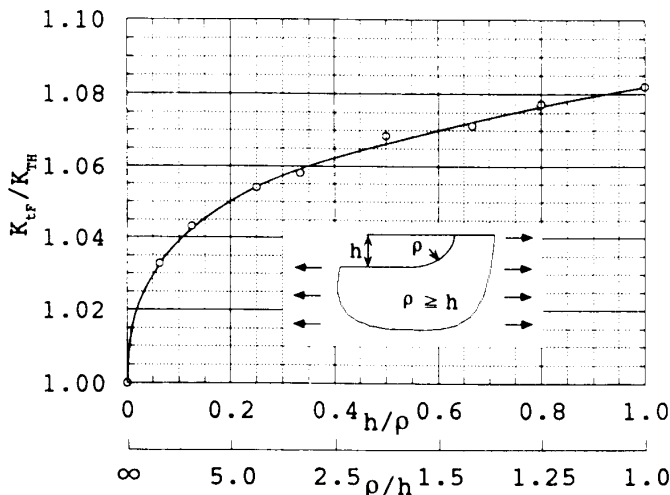


Fig. 4 K_t of a semi infinite plate with fillet

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & 0 \leq \xi < 1.0 \\ & K_{tF} = (1.000 + 0.159\xi - 0.127\xi^2 + 0.050\xi^3)K_{tH} \\ (2) \quad & 0 \leq \eta \leq 1.0 (1 \leq \xi \leq \infty) \\ & K_{tF} = (1.106 + 0.016\eta - 0.059\eta^2 + 0.019\eta^3)K_{tH} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

フィレット部が深い場合の応力集中係数 K_{td} として正確には図6に示すような深い段付棒の K_t を使用することが望ましいが、このような解は利用に便利な形で得られていないので、本研究では便宜的に深い双

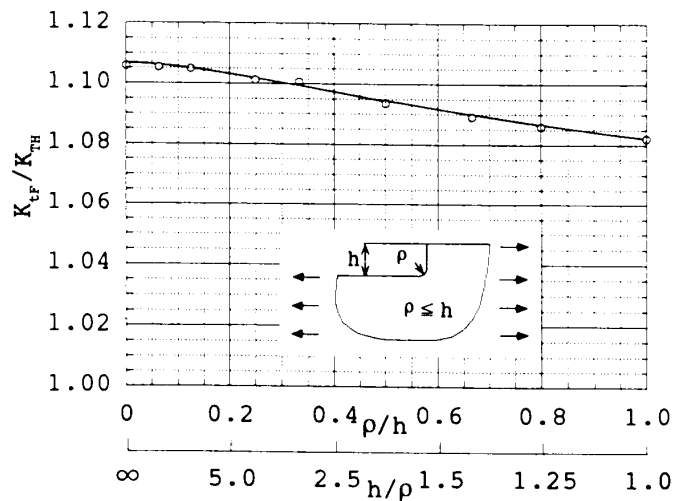


Fig. 5 K_t of a semi-infinite plate with fillet

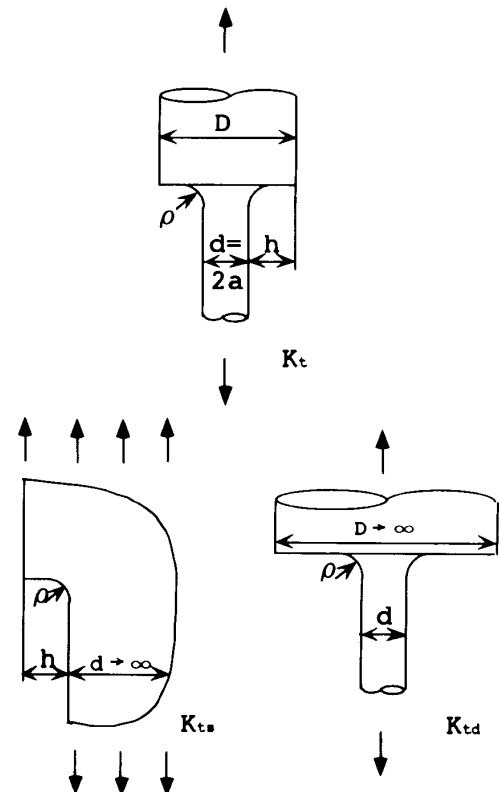


Fig. 6 K_{ts} and K_t with fillets

Table 6 K_t and K_{td}

2h/D	Round bar under Tension				Round bar under Bending				Flat bar under Tension				Flat bar under Bending			
	2ρ/D=0.5		2ρ/D=1.0		2ρ/D=0.5		2ρ/D=1.0		2ρ/D=0.5		2ρ/D=1.0		2ρ/D=0.5		2ρ/D=1.0	
	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}	K_t	K_{td}
0.50	1.346	1.391	1.175	1.207	1.227	1.264	1.125	1.139	1.515	1.556	1.286	1.301	1.286	1.333	1.148	1.180
0.60	1.276	1.320	1.138	1.168	1.178	1.215	1.105	1.113	1.439	1.458	1.227	1.245	1.229	1.275	1.121	1.147
0.70	1.204	1.245	1.101	1.127	1.131	1.165	1.082	1.085	1.333	1.355	1.165	1.188	1.175	1.213	1.091	1.112
0.80	1.134	1.168	1.070	1.086	1.101	1.113	1.057	1.058	1.215	1.245	1.098	1.128	1.119	1.147	1.062	1.077
0.90	1.069	1.086	1.036	1.044	1.053	1.058	1.026	1.029	1.096	1.128	1.033	1.065	1.062	1.078	1.034	1.039
1.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

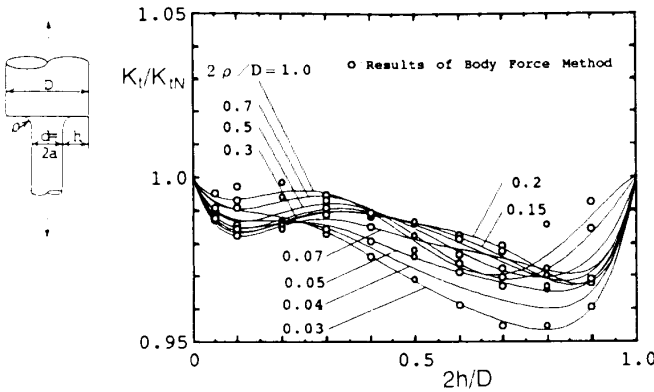


Fig. 7 Curves of K_t/K_{IN} given by the approximate formulae (Round bar under tension)

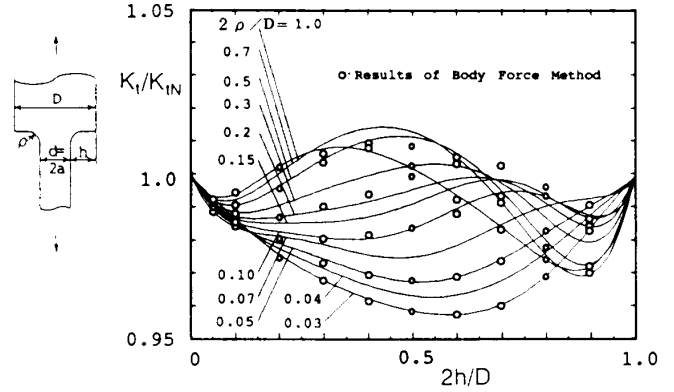


Fig. 9 Curves of K_t/K_{IN} given by the approximate formulae (Flat bar under tension)

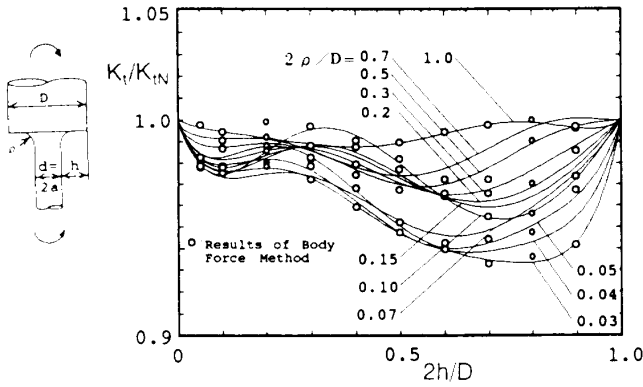


Fig. 8 Curves of K_t/K_{IN} given by the approximate formulae (Round bar under bending)

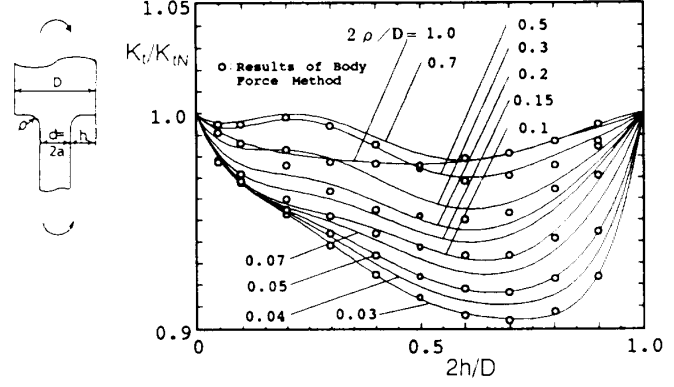


Fig. 10 Curves of K_t/K_{IN} given by the approximate formulae (Flat bar under bending)

曲線切欠きの解⁽⁹⁾を用いた。それらは、以下のように表される [式(3)~(6)]。表6は、体積力法により得られた図1の K_t と K_{td} を比較したものであるが両者は $2h/D > 0.6$ の範囲でかなりよく一致している。

丸棒引張り

$$K_{td} = \frac{1}{N} \left\{ \frac{a}{\rho} \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + (0.5 + \nu) \frac{a}{\rho} + (1 + \nu) \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \right\}$$

$$N = \frac{a}{\rho} + 2\nu \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

丸棒の曲げ

$$K_{td} = \frac{1}{N} \frac{3}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \left\{ 3 \frac{a}{\rho} - (1 - 2\nu) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 4 + \nu \right\} N = 3 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) + (1 + 4\nu) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + (1 + \nu) / \left(1 + \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \right)$$

$$\dots \dots \dots (4)$$

平板引張り

$$K_{td} = \frac{2(a/\rho+1)\sqrt{a/\rho}}{(a/\rho+1)\tan^{-1}\sqrt{a/\rho} + \sqrt{a/\rho}} \quad \dots\dots(5)$$

平板曲げ

$$K_{td} = \frac{4a/\rho \times \sqrt{a/\rho}}{3\{\sqrt{a/\rho} + (a/\rho-1)\tan^{-1}\sqrt{a/\rho}\}} \quad \dots\dots(6)$$

図7~10に上述のような K_{ts} [式(2)の K_{tF}] と K_{td} [式(3)~(6)]を基にしてフィレット部に対して拡張したノイバー三角則と体積法によって解析した K_t との比を示す。 K_t/K_{tN} の値は0.9~1.05の範囲にあり、提案した拡張ノイバー三角則がいずれも誤差10%以内の K_t を与えていることがわかる。そして、本論文

では、フィレットに対して拡張したノイバー三角則による値 K_{tN} と体積法の解析結果との比 K_t/K_{tN} の値に対して、最小二乗法を適用し、精度の高い近似式を求めた。それらは式(7)~(10)で表される。図7~10の曲線は最小二乗法によって得られた曲線を示し、○印は体積法の数値解析結果に基づくもので両者は最大でも1%以下で一致している。

丸棒引張り

$$(0.03 \leq 2\rho/D \leq 0.1)$$

$$\begin{aligned} K_t/K_{tN} = & (0.9988 + 0.0152\varepsilon + 0.0229\varepsilon^2) + (0.1667 - 14.7360\varepsilon + 88.8830\varepsilon^2)\lambda \\ & + (-1.6070 + 129.270\varepsilon - 781.670\varepsilon^2)\lambda^2 \\ & + (4.0270 - 423.530\varepsilon + 2577.0\varepsilon^2)\lambda^3 \\ & + (-4.7250 + 678.270\varepsilon - 4079.0\varepsilon^2)\lambda^4 + (2.0550 - 518.680\varepsilon + 3026.0\varepsilon^2)\lambda^5 \\ & + (0.0814 + 149.490\varepsilon - 831.90\varepsilon^2)\lambda^6 \end{aligned}$$

$$(0.1 < 2\rho/D \leq 1.0)$$

$$\begin{aligned} K_t/K_{tN} = & (1.0007 - 0.0040\varepsilon - 0.0028\varepsilon^2) + (-0.4669 + 0.6466\varepsilon - 0.3026\varepsilon^2)\lambda \\ & + (3.7858 - 6.0097\varepsilon + 3.7627\varepsilon^2)\lambda^2 + (-13.7520 + 27.8260\varepsilon - 21.0850\varepsilon^2)\lambda^3 \\ & + (25.5750 - 64.6460\varepsilon + 52.1140\varepsilon^2)\lambda^4 + (-23.5850 + 68.5850\varepsilon - 55.7760\varepsilon^2)\lambda^5 \\ & + (8.4419 - 26.4780\varepsilon + 21.2840\varepsilon^2)\lambda^6 \end{aligned}$$

.....(7)

丸棒の曲げ

$$(0.03 \leq 2\rho/D \leq 0.1)$$

$$\begin{aligned} K_t/K_{tN} = & (1.0008 - 0.0799\varepsilon + 0.6929\varepsilon^2) + (-0.4459 - 2.0079\varepsilon + 1.0486\varepsilon^2)\lambda \\ & + (6.6071 - 60.2560\varepsilon + 465.570\varepsilon^2)\lambda^2 + (-29.0230 + 299.320\varepsilon - 1669.60\varepsilon^2)\lambda^3 \\ & + (55.4340 - 594.480\varepsilon + 2512.30\varepsilon^2)\lambda^4 + (-50.1580 + 586.780\varepsilon - 2146.0\varepsilon^2)\lambda^5 \\ & + (17.5850 - 229.280\varepsilon + 836.110\varepsilon^2)\lambda^6 \end{aligned}$$

$$(0.1 < 2\rho/D \leq 1.0)$$

$$\begin{aligned} K_t/K_{tN} = & (1.0012 - 0.0139\varepsilon + 0.0127\varepsilon^2) + (-0.7104 + 1.0841\varepsilon - 0.4684\varepsilon^2)\lambda \\ & + (5.1658 - 4.9337\varepsilon + 0.4291\varepsilon^2)\lambda^2 + (-13.8580 - 0.8086\varepsilon - 11.5210\varepsilon^2)\lambda^3 \\ & + (16.2220 - 25.480\varepsilon - 34.4850\varepsilon^2)\lambda^4 + (-8.4158 - 32.8510\varepsilon + 33.970\varepsilon^2)\lambda^5 \\ & + (1.5965 + 12.0410\varepsilon - 10.9790\varepsilon^2)\lambda^6 \end{aligned}$$

.....(8)

平板引張り

$$(0.03 \leq 2\rho/D \leq 0.1)$$

$$\begin{aligned} K_t/K_{tN} = & (0.9992 + 0.0006\varepsilon + 0.1429\varepsilon^2) + (0.1664 - 12.2250\varepsilon + 75.6610\varepsilon^2)\lambda \\ & + (-3.6913 + 148.420\varepsilon - 897.880\varepsilon^2)\lambda^2 + (15.1960 - 575.160\varepsilon + 3394.10\varepsilon^2)\lambda^3 \\ & + (-27.8470 + 1015.30\varepsilon - 5701.80\varepsilon^2)\lambda^4 + (23.7360 - 829.30\varepsilon + 4347.30\varepsilon^2)\lambda^5 \\ & + (-7.5584 + 252.910\varepsilon - 1217.30\varepsilon^2)\lambda^6 \end{aligned}$$

$$(0.1 < 2\rho/D \leq 1.0)$$

$$\begin{aligned} K_t/K_{tN} = & (1.0009 - 0.0039\varepsilon - 0.0029\varepsilon^2) + (-0.3177 + 0.2545\varepsilon - 0.1795\varepsilon^2)\lambda \\ & + (2.310 - 1.7565\varepsilon + 2.0993\varepsilon^2)\lambda^2 + (-9.8060 + 15.5080\varepsilon - 15.4150\varepsilon^2)\lambda^3 \\ & + (20.730 - 40.6440\varepsilon + 36.590\varepsilon^2)\lambda^4 + (-19.9550 + 39.490\varepsilon - 33.7320\varepsilon^2)\lambda^5 \end{aligned}$$

$$+(7.0391-12.8490\epsilon+10.6360\epsilon^2)\lambda^6 \dots\dots\dots(9)$$

平板曲げ

$$(0.03 \leq 2\rho/D \leq 0.1)$$

$$K_i/K_{iN} = (1.0000 - 0.0116\epsilon + 0.020\epsilon^2) + (-0.5558 - 0.3335\epsilon + 11.4870\epsilon^2)\lambda \\ + (3.6906 - 11.050\epsilon - 45.6290\epsilon^2)\lambda^2 + (-16.9160 + 157.590\epsilon - 371.560\epsilon^2)\lambda^3 \\ + (36.7080 - 479.420\epsilon + 1603.30\epsilon^2)\lambda^4 + (-36.7780 + 565.070\epsilon - 2117.10\epsilon^2)\lambda^5 \\ + (13.850 - 231.830\epsilon + 919.430\epsilon^2)\lambda^6$$

$$(0.1 < 2\rho/D \leq 1.0)$$

$$K_i/K_{iN} = (0.9984 + 0.0040\epsilon - 0.0027\epsilon^2) + (-0.6588 + 1.2949\epsilon - 0.8313\epsilon^2)\lambda \\ + (2.7768 + 0.7730\epsilon - 2.7055\epsilon^2)\lambda^2 + (-5.7699 - 22.1650\epsilon + 25.8030\epsilon^2)\lambda^3 \\ + (5.2161 + 55.4550\epsilon - 57.8060\epsilon^2)\lambda^4 + (-1.2580 - 53.6140\epsilon + 53.0930\epsilon^2)\lambda^5 \\ + (-0.3042 + 18.2520\epsilon - 17.550\epsilon^2)\lambda^6$$

.....(10)

式(7)~(10)で $\epsilon=2\rho/D$, $\lambda=2h/D$ である。

4. 結 言

本論文では、材料強度に関する試験片としてもよく用いられているフィレット部を有する段付丸棒および、段付平板の応力集中係数について考察した。結論をまとめると以下ようになる。

(1) フィレット部を有する段付丸棒の曲げ [図1(a)] についてその応力集中係数を $2\rho/D \geq 0.03$ の範囲で体積法により精度よく解析した。また、その結果を表に示した(表2)。

(2) フィレット部を有する半無限板(図3)の応力集中係数 K_{IF} は $K_{IH} = 1 + \sqrt{h/\rho}$ によりよく近似される。そこで、 K_i/K_{IF} について最小二乗法を適用することにより推定誤差 0.2%程度の高精度の近似式を $0 \leq h/\rho \leq \infty$ の全範囲で得ることができた。

(3) 精度の高い計算式を得るため、まず、切欠きに対するノイバー三角則をフィレット部の応力集中評価に拡張した式を提案した。その値は、体積法による解析結果に誤差 10%以内で一致した。さらに、その誤差を補正することにより、精度の高い近似式を求めた。その結果、フィレットの曲率半径の相対値 $0.03 \leq 2\rho/D \leq 1.0$ で、誤差 1%以内で応力集中係数が求めら

れる近似式を与えた。

本研究を行うにあたって多大のご指導をいただいた九州産業大学、西谷弘信教授に深くお礼申し上げる。

文 献

- (1) 西谷弘信・田中哲志・藤崎渉・寺西高広・田中泰彦・竹野哲也、ステンレス鋼鋼段付き材の疲労強度、機講論、No. 95-1 (1995-3), 354-355.
- (2) 野田尚昭・山崎丈巳・松尾勝規・西谷弘信、フィレット部を有する丸棒および平板試験片の応力集中解析、機論、59-566, A (1993), 2404-2411.
- (3) 野田尚昭・梶川真一郎・上鶴貢・西谷弘信、フィレット部を有する丸棒試験片のねじりによる応力集中、機論、57-533, A (1991), 104-108.
- (4) 野田尚昭・佐伯高秀・西谷弘信、フィレットを有する平板試験片の引張りによる応力集中、機論、55-509, A (1989), 69-72.
- (5) 野田尚昭・金本龍徳・西谷弘信・藤崎渉、両側にフィレット部を有する帯板の引張りおよび面内曲げ、機論、56-523, A (1990), 653-657.
- (6) Peterson, R. E., *Stress Concentration Factors*, (1974), 89, John Wiley & Sons.
- (7) 野田尚昭・世良政春・高瀬康、切欠きを有する丸棒および帯板試験片の応力集中係数の近似式、機論、60-570, A (1994), 586-590.
- (8) 村上敬宜・野田尚昭・西谷弘信、体積法による軸対称体の曲げ応力集中の解析、機論、48-427, A (1982), 301-311.
- (9) Neuber, H., *Kerbspannungslehre*, (1957), 11, Springer Verlag.