

不等長界面き裂の応力拡大係数の干渉効果と弾性定数の影響†

小 田 和 広* 野 田 尚 昭**

Interaction of Interface Cracks with Unequal Length and Effect of Elastic Constants on Stress Intensity Factor

by

Kazuhiro ODA* and Nao-Aki NODA**

This paper deals with interaction problems of interface cracks with unequal length. The problems are analyzed by using the singular integral equations on the basis of the body force method. In the numerical analysis, the unknown function of body force density is approximated by the product of the fundamental density function and power series. The stress intensity factor of interface cracks is systematically calculated for various crack dimensions, spacing and elastic constants. The interaction effect of these variables is discussed by comparing the present results with the results of ordinary crack problems in a homogeneous material. The calculation shows that the effect of elastic constants of dissimilar materials on the dimensionless stress intensity factor F_1 for interface cracks is small and F_1 -value of interface cracks is almost the same as that of ordinary cracks with the same geometrical condition.

Key words : Stress intensity factor, Interface crack, Interaction effect, Elastic constant, Singular integral equation, Body force method

1 緒 言

最近、構造物の高機能化などを狙いとして材料の複合化、接合化などの技術が進んでいる。それらの材料の普及および使用分野の拡大に伴い、異種接合材、複合材の¹⁾界面の強度評価が大きな問題になっている。Williams,²⁾ Erdogan,³⁾ および England⁴⁾ により指摘されたように、界面上に生じるき裂(界面き裂)は均質材のき裂と異なり、応力の振動特異性や変位のオーバーラッピングが生じるため、それらの特異応力場を規定するパラメータの解析が重要な課題になっており、多くの研究が進められている。¹⁾⁻⁶⁾ なかでも實際上重要と考えられる界面き裂が複数存在する場合の干渉問題は、まず、Rice⁶⁾ により等長・等間隔の界面き裂群の問題が、Erdogan³⁾ により半無限長さの界面き裂干渉問題の解析がなされている。^{7),8)} 等長・等間隔の界面き裂群の問題については、Comninou⁹⁾ により界面き裂先端の接触域を考慮した解析もなされている。最近では、オ本が等長二界面き裂の問題を、また、著者らは等長の二個および三個の界面き裂の問題の解析を行っている。しかしながら、これまでの研究では、干渉問題としてより一般的なき裂長さの異なる界面き裂が存在する場合を詳細に検討した例は少なく、その応力拡大係数を実用に便利なように考察した研究は見当たらないようである。

そこで本研究では、長さの異なる界面き裂の問題を扱ひ、体積力法の特異積分方程式を用いて¹⁰⁾ 界面き裂の応力拡大係数を、き裂の寸法、間隔および材料の弾性定数

を系統的に変化させて解析を行う。得られた結果に基づいて均質材の応力拡大係数との比較を行い、その干渉効果および材料定数の影響について考察する。

2 解析方法

Fig. 1 に示すような異なる弾性係数およびポアソン比 G_1, ν_1, G_2, ν_2 を持つ接合半無限板に、遠方で一様応力 $\sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ および $\sigma_{x,1}^\infty$ (材料 1) あるいは $\sigma_{x,2}^\infty$ (材料 2) が作用する場合を考える。このとき、 $\epsilon_{x,1}^\infty = \epsilon_{x,2}^\infty$ の関係から、 $\sigma_{x,1}^\infty, \sigma_{x,2}^\infty, \sigma_y^\infty$ の間には次の関係があるものとする。¹⁷⁾

$$\sigma_{x,2}^\infty = \frac{1}{1+\kappa_2} \left[\Gamma(1+\kappa_1)\sigma_{x,1}^\infty + \{3-\kappa_2 - \Gamma(3-\kappa_1)\}\sigma_y^\infty \right] \quad (1)$$

ここで、 $\Gamma, \kappa_m (m=1, 2)$ は次式で与えられる。

$$\Gamma = \frac{G_2}{G_1}, \quad \kappa_m = \begin{cases} \frac{3-\nu_m}{1+\nu_m} & (\text{Plane stress}) \\ 3-4\nu_m & (\text{Plane strain}) \end{cases} \quad (2)$$

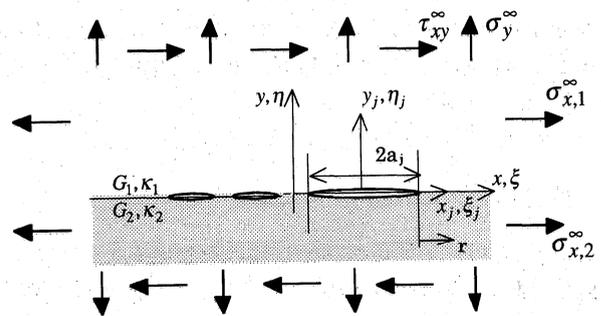


Fig. 1. Interaction problem for interface cracks with unequal length.

† 原稿受理 平成 8 年 5 月 23 日 Received May 23, 1996

* 正 会 員 徳山工業高等専門学校機械電気工学科 〒745 徳山市久米高城, Dept. of Mech. and Elec. Eng., Tokuyama College of Tech., Kume, Tokuyama, 745

** 正 会 員 九州工業大学工学部設計生産工学科 〒804 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804

この接合半無限板の接合面に、複数の界面き裂が存在する場合を例に取り、解析方法を説明する。結城らの複素応力拡大係数の定義によれば、界面上の応力分布は次式で表される。

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{2a_j} \right)^{i\epsilon} \quad (3)$$

ここで、 ϵ は2つの材料の組み合わせにより決まるバイメタル定数であり、次式で与えられる。

$$\epsilon = (1/2\pi) \ln \{ (G_2\kappa_1 + G_1) / (G_1\kappa_2 + G_2) \} \quad (4)$$

長さ $2a_j$ の界面き裂が $j=1, \dots, M$ 個存在するとき、 j 番目の界面き裂の境界条件を表す特異積分方程式は、界面き裂のない接合半無限板中の界面上に分布させた y 方向引張型集中力対およびせん断型集中力対の分布密度 $P_{1j}(\xi_j)$, $P_{2j}(\xi_j)$ を未知関数とする次式で表される。

$$\begin{aligned} & -\pi\beta \frac{dP_{2j}(x_j)}{dx_j} + \int_{-a_j}^{a_j} \frac{P_{1j}(\xi_j)}{(\xi_j - x_j)^2} d\xi_j \\ & + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^M \int_{-a_k}^{a_k} h_{xy}(\xi_k, x_j) P_{1k}(\xi_k) d\xi_k = - \sum_{m=1}^2 \frac{G_m(1 + \kappa_m)}{\kappa_m - 1} \frac{\pi}{C} \sigma_y^\infty \\ & - \pi\beta \frac{dP_{1j}(x_j)}{dx_j} + \int_{-a_j}^{a_j} \frac{P_{2j}(\xi_j)}{(\xi_j - x_j)^2} d\xi_j \\ & + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^M \int_{-a_k}^{a_k} h_{xy}(\xi_k, x_j) P_{2k}(\xi_k) d\xi_k = - \sum_{m=1}^2 G_m \frac{\pi}{C} \tau_{xy}^\infty \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{2G_1(1 + \alpha)}{(1 - \beta^2)(\kappa_1 + 1)} = \frac{2G_2(1 + \alpha)}{(1 - \beta^2)(\kappa_2 + 1)} \\ \alpha &= \frac{G_2(\kappa_1 + 1) - G_2(\kappa_2 + 1)}{G_2(\kappa_1 + 1) + G_1(\kappa_2 + 1)}, \\ \beta &= \frac{G_2(\kappa_1 - 1) - G_1(\kappa_2 - 1)}{G_2(\kappa_1 - 1) + G_1(\kappa_2 - 1)} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで式(5)は界面き裂の境界条件 $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$ に相当しており、 \int は発散積分の有限部分を取ることを意味している。関数 $h_{xy}(\xi_k, x_j)$ などは注目している j 番目のき裂以外のき裂となる仮想境界上の点 $\xi_k (k=1, 2, \dots, M, k \neq j)$ に単位大きさの集中力対を分布させたとき点 x_j に生じる応力 σ_y であり、下添字 $m=1, 2$ はそれぞれ材料 1, 2 を表す。また、 α および β は Dunders のコンポジットパラメータ¹²⁾である。本解析では、標準型集中力対の分布密度 $P_{1j}(\xi_j)$, $P_{2j}(\xi_j)$ を次のように基本密度関数 $w_{1j}(\xi_j)$, $w_{2j}(\xi_j)$ と重み関数 $F_{1j}(\xi_j)$, $F_{2j}(\xi_j)$ の積で近似する。

$$P_{1j}(\xi_j) + iP_{2j}(\xi_j) = \{w_{1j}(\xi_j) + iw_{2j}(\xi_j)\} \{F_{1j}(\xi_j) + iF_{2j}(\xi_j)\} \quad (7)$$

$$F_{1j}(\xi_j) \equiv \sum_{n=1}^{N_j} a_n \xi_j^{n-1}, \quad F_{2j}(\xi_j) \equiv \sum_{n=1}^{N_j} b_n \xi_j^{n-1} \quad (8)$$

ここで N_j は、 j 番目の界面き裂の仮想境界上にとる選点数である。界面き裂の場合、基本密度関数として界面き裂のき裂縁変位をもとにした次式を用いる。^{6), 10), 11)}

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^2 \left\{ \frac{\kappa_m - 1}{1 + \kappa_m} w_{1j}(\xi_j) + iw_{2j}(\xi_j) \right\} \\ & = \sum_{m=1}^2 \frac{1 + \kappa_m}{4 \cosh(\pi\epsilon)} \sqrt{a_j^2 - \xi_j^2} \left(\frac{a_j - \xi_j}{a_j + \xi_j} \right)^{i\epsilon} \end{aligned} \quad (9)$$

境界条件を満足させる選点は、き裂の両端で密となるよ

うに配置する。

以上のような離散化手法により、式(3)で表される特異積分方程式を解くことによって重み関数 $F_{1j}(\xi_j)$, $F_{2j}(\xi_j)$ が決定される。き裂先端での重みの値より、次式で表される結城らの定義^{11), 13)}に基づく界面き裂の応力拡大係数を得ることができる。

$$K_1 + iK_2 = \{F_{1j}(a_j) + iF_{2j}(a_j)\} \sqrt{\pi a_j} (1 + 2i\epsilon) \quad (10)$$

3 解析結果および考察

本研究では、界面に2個および3個の長さの異なるき裂が存在する場合の問題を取扱い、その干渉効果および弾性定数の影響について検討した。

はじめに Fig. 2 に示す長さの異なる2個の界面き裂の問題の解析を行った。まず、本解析法の解析精度の確認のために、解析結果の収束性を Table I に示す。ここで F_{1A} は Fig. 2 に示す界面き裂 A 点の無次元化応力拡大係数で、選点数の比 $N_1 : N_2$ はき裂寸法比 $a_1 : a_2$ と同じにした。Table よりわかるように、 F_{1A} および F_{2A} の値は $N_1 = 10$ 程度で有効数字 5 桁程度収束しており、干渉の大きい $\lambda = 0.9$ の場合でも 4 桁程度の収束性が得られている。他のき裂寸法、弾性定数で解析した結果も Table I と同程度の収束性が得られており、本解析法の有効性が確認される。

次に剛性比 $G_2/G_1 = 10.0$ の場合にき裂寸法比 a_2/a_1 および $\lambda = (a_1 + a_2)/d$ を系統的に変化させ、界面き裂 A 点における無次元化応力拡大係数 F_{1A} , F_{2A} の解析を行った結果を Table II に示す。ここで () の値は均質材 ($G_2/G_1 = 1.0$) の厳密解である。¹⁴⁾ Table II より、 $G_2/G_1 = 10.0$ で解析した界面き裂の F_1 の値は、均質材の F_1 とほぼ同じであることがわかる。Fig. 3 には、剛性比 $G_2/G_1 = 1.0, 10.0, 100.0$ の場合の F_{1A} と λ との関係を示す。実線は均質材の場合の厳密解を示している。これらの結果

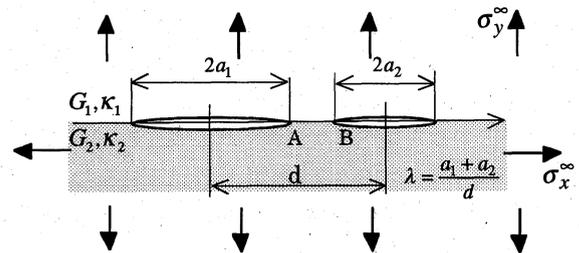


Fig. 2. Two interface cracks with unequal length.

Table I. Convergency of numerical results. ($G_2/G_1 = 10.0$, $a_2/a_1 = 2.0$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, Plane stress)

$\lambda = \frac{a_1 + a_2}{d}$		0.5		0.9	
N_1	N_2	F_{1A}	F_{2A}	F_{1A}	F_{2A}
2	4	1.0772	0.0059	1.4833	0.0768
4	8	1.0793	0.0066	1.6061	0.1301
6	12	1.0793	0.0066	1.6260	0.1430
8	16	1.0793	0.0066	1.6293	0.1457
10	20	1.0793	0.0066	1.6299	0.1462
12	24	1.0793	0.0066	1.6300	0.1463
14	28	1.0793	0.0066	1.6299	0.1463

から、 F_1 に対する材料の剛性比の影響は少なく、その干渉効果は均質材の場合とほぼ同様であることがわかる。

次に長さの異なる3個の界面き裂の干渉問題 (Fig. 4) において、剛性比 $G_2/G_1=10.0$ の場合に、き裂寸法比 a_2/a_1 および $\lambda=(a_1+a_2)/d$ を系統的に変化させ、き裂のA点およびB点における無次元化応力拡大係数 F_{1A} , F_{2A} , F_{1B} , F_{2B} の解析を行った結果を Table III および Table IV に示す。ここで () の値は均質材 ($G_2/G_1=1.0$) の厳密解である。Fig. 5 には、剛性比 $G_2/G_1=1.0, 10.0, 100.0$ の場合の F_{1A} と λ との関係を示す。Table IV, Table V および Fig. 5 より界面き裂が3個の場合も2個の場合と同様に F_1 の値に対する材料の剛性比の影響は少なく、その干渉効果はき裂寸法比 a_2/a_1 およびき裂間隔 $\lambda=(a_1+a_2)/d$ によってほとんど決定されることがわかる。

Fig. 6 には、剛性比の影響を詳しく調べるために、干

渉効果の大きい $\lambda=0.8$ の場合に剛性比 G_2/G_1 を大きく変化させたときの F_{1A} の値を、均質材の値 F_1 と比較して示す。Fig. 6 中の実丸●は界面き裂が2個の場合であり、白丸○は3個の場合の結果をプロットしたものであ

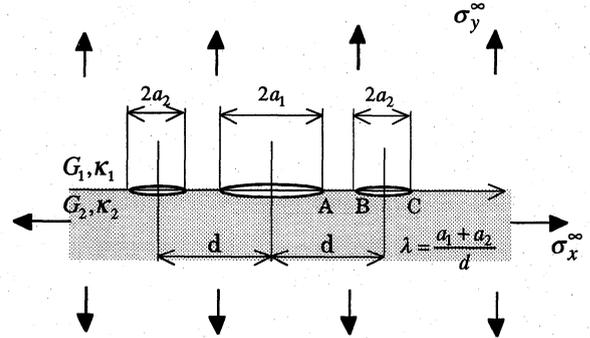


Fig. 4. Three interface cracks with unequal length.

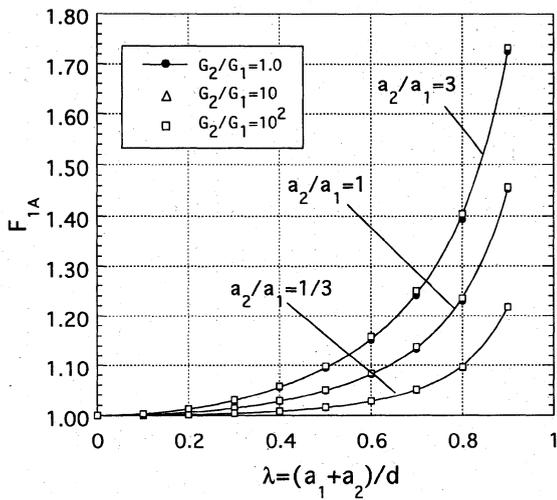


Fig. 3. Relation between F_{1A} and λ when $G_2/G_1=1.0, 10.0, 100.0$ (Two interface cracks, Plane stress, $\nu_1=\nu_2=0.3$).

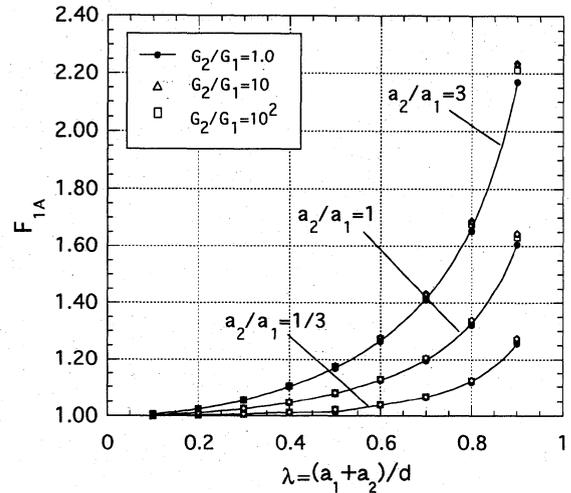


Fig. 5. Relation between F_{1A} and λ when $G_2/G_1=1.0, 10.0, 100.0$ (Three interface cracks, Plane stress, $\nu_1=\nu_2=0.3$).

Table II. Dimensionless stress intensity factors F_{1A} and F_{2A} at crack tip A for two interface cracks of length $2a_1$ and $2a_2$ ($K_1+iK_2=(F_{1A}+iF_{2A})\sigma_y\sqrt{\pi a_1}(1+2i\epsilon)$, $G_2/G_1=10.0$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, Plane stress).

λ \ a_2/a_1	F_{1A}					F_{2A}				
	1/3	1/2	1	2	3	1/3	1/2	1	2	3
0.1	1.0002 (1.0003)	1.0006 (1.0006)	1.0014 (1.0013)	1.0024 (1.0023)	1.0030 (1.0029)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2	1.0015 (1.0015)	1.0027 (1.0026)	1.0059 (1.0057)	1.0100 (1.0097)	1.0125 (1.0121)	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0002
0.3	1.0039 (1.0039)	1.0068 (1.0066)	1.0143 (1.0138)	1.0240 (1.0232)	1.0297 (1.0287)	0.0002	0.0003	0.0007	0.0010	0.0012
0.4	1.0082 (1.0080)	1.0138 (1.0133)	1.0281 (1.0272)	1.0461 (1.447)	1.0566 (1.0548)	0.0006	0.0010	0.0019	0.0029	0.0034
0.5	1.0154 (1.0149)	1.0252 (1.0244)	1.0495 (1.0480)	1.0793 (1.0769)	1.0965 (1.0936)	0.0015	0.0024	0.0044	0.0066	0.0077
0.6	1.0277 (1.270)	1.0440 (1.0428)	1.0827 (1.0804)	1.1291 (1.1255)	1.1557 (1.1513)	0.0036	0.0054	0.0095	0.0137	0.0159
0.7	1.0501 (1.0489)	1.0766 (1.0747)	1.1366 (1.1333)	1.2066 (1.2015)	1.2467 (1.2406)	0.0082	0.0120	0.0197	0.0277	0.0318
0.8	1.0958 (1.0941)	1.1395 (1.1370)	1.2332 (1.2289)	1.3393 (1.3329)	1.4006 (1.3929)	0.0204	0.0283	0.0433	0.0582	0.0661
0.9	1.2182 (1.2182)	1.2974 (1.2966)	1.4559 (1.4532)	1.6299 (1.6254)	1.7311 (1.7255)	0.0643	0.0827	0.1149	0.1462	0.1630

る。図より、 F_{1A}/F_I の値は剛性比の増加とともに大きくなり、 $G_2/G_1=10^2$ 程度で一定の値に収束していることがわかる。したがって、 $G_2/G_1 \geq 10^2$ の結果は、一方の材料を剛体として解析した場合と考えると差し支えないものと思われる。また、き裂の寸法比 a_2/a_1 が大きくなると F_{1A}/F_I の値は大きくなる傾向があるが、その変化は最大でも 2% 程度 ($a_2/a_1 \leq 3$) である。

最後にポアソン比の影響を検討した結果を Table V および Table VI に示す。き裂寸法比が $a_2/a_1=1.0$ 、剛性比が $G_2/G_1=2.0, 1000$ の場合に、 ν_1 および ν_2 を 0.0~0.4 まで変化させて解析を行った。Table V は界面き裂が 2 個の場合の結果であり、Table VI は 3 個の場合の結果である。Table よりわかるように、ポアソン比

が変化しても、 F_{1A} の値の変化は小さい。通常よく採用されている $\nu_1=\nu_2=0.3$ の結果と比較すると、 $\nu_1 < 0.3$ の結果は若干大きめの値となる傾向があり、 F_{1A} の $\nu_1=\nu_2=0.3$ の結果との差は最大で 2% 程度 (Table VI で $G_2/G_1=1000, \nu_1=0.0$ の場合) である。また、剛性比が大きいときは、 ν_2 の影響はほとんどなくなることがわかる。

これらの結果から、結城らの定義に基づく界面き裂の無次元化応力拡大係数 F_I は、材料の組み合わせにほとんど影響を受けず、同一の幾何形状を持つ均質材のき裂の F_I より数% 程度の誤差で推定できると考えられる。

4 結 言

本研究では、接合半無限板中の異なる長さの界面き裂

Table III. Dimensionless stress intensity factors F_{1A} and F_{2A} at crack tip A for three interface cracks of length $2a_1, 2a_2$ and $2a_2$ ($K_1+iK_2=(F_{1A}+iF_{2A})\sigma_y\sqrt{\pi a_1}(1+2i\varepsilon)$, $G_2/G_1=10.0$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, Plane stress).

λ	a_2/a_1	F_{1A}					F_{2A}				
		1/3	1/2	1	2	3	1/3	1/2	1	2	3
0.1		1.0007 (1.0006)	1.0012 (1.0011)	1.0026 (1.0025)	1.0046 (1.0045)	1.0059 (1.0056)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2		1.0027 (1.0026)	1.0048 (1.0046)	1.0107 (1.0103)	1.0189 (1.0182)	1.0239 (1.0231)	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001
0.3		1.0065 (1.0063)	1.0114 (1.0110)	1.0249 (1.0241)	1.0439 (1.0424)	1.0555 (1.0536)	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002
0.4		1.0127 (1.0122)	1.0218 (1.0210)	1.0469 (1.0453)	1.0819 (1.0791)	1.1036 (1.1001)	0.0002	0.0003	0.0005	0.0007	0.0008
0.5		1.0225 (1.0217)	1.0380 (1.0366)	1.0794 (1.0766)	1.1369 (1.1322)	1.1733 (1.1675)	0.0004	0.0007	0.0014	0.0020	0.0020
0.6		1.0386 (1.0371)	1.0633 (1.0609)	1.1278 (1.1232)	1.2167 (1.2092)	1.2741 (1.2649)	0.0011	0.0018	0.0034	0.0048	0.0051
0.7		1.0665 (1.0638)	1.1053 (1.1012)	1.2031 (1.1956)	1.3371 (1.3254)	1.4257 (1.4113)	0.0026	0.0042	0.0080	0.0112	0.0121
0.8		1.1219 (1.1166)	1.1840 (1.1764)	1.3341 (1.3214)	1.5382 (1.5191)	1.6770 (1.6539)	0.0066	0.0104	0.0191	0.0272	0.0298
0.9		1.2686 (1.2565)	1.3791 (1.3623)	1.6322 (1.6064)	1.9730 (1.9370)	2.2125 (2.1697)	0.0205	0.0313	0.0548	0.0787	0.0891

Table IV. Dimensionless stress intensity factors F_{1B} and F_{2B} at crack tip B for three interface cracks of length $2a_1, 2a_2$ and $2a_2$ ($K_1+iK_2=(F_{1B}+iF_{2B})\sigma_y\sqrt{\pi a_2}(1+2i\varepsilon)$, $G_2/G_1=10.0$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, Plane stress).

λ	a_2/a_1	F_{1B}					F_{2B}				
		1/3	1/2	1	2	3	1/3	1/2	1	2	3
0.1		1.0030 (1.0030)	1.0025 (1.0025)	1.0017 (1.0016)	1.0012 (1.0012)	1.0010 (1.0011)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2		1.0128 (1.0124)	1.0106 (1.0103)	1.0073 (1.0070)	1.0052 (1.0051)	1.0048 (1.0046)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.3		1.0305 (1.0296)	1.0255 (1.0247)	1.0176 (1.0171)	1.0128 (1.0124)	1.0117 (1.0113)	0.0010	0.0009	0.0007	0.0005	0.0005
0.4		1.0583 (1.0564)	1.0492 (1.0476)	1.0347 (1.0335)	1.0254 (1.0246)	1.0230 (1.0223)	0.0032	0.0028	0.0021	0.0015	0.0015
0.5		1.0997 (1.0967)	1.0849 (1.0822)	1.0611 (1.0591)	1.0453 (1.0438)	1.0409 (1.0396)	0.0077	0.0067	0.0049	0.0035	0.0031
0.6		1.1615 (1.1568)	1.1387 (1.1347)	1.1023 (1.0991)	1.0771 (1.0746)	1.0694 (1.0672)	0.0162	0.0142	0.0106	0.0077	0.0067
0.7		1.2572 (1.2505)	1.2234 (1.2174)	1.1693 (1.1644)	1.1304 (1.1264)	1.1172 (1.1135)	0.0329	0.0293	0.0223	0.0165	0.0144
0.8		1.4204 (1.4116)	1.3703 (1.3621)	1.2899 (1.2825)	1.2304 (1.2238)	1.2073 (1.2012)	0.0700	0.0630	0.0490	0.0376	0.0327
0.9		1.7752 (1.7678)	1.6963 (1.6885)	1.5638 (1.5527)	1.4748 (1.4645)	1.4314 (1.4211)	0.1814	0.1658	0.1285	0.1074	0.0938

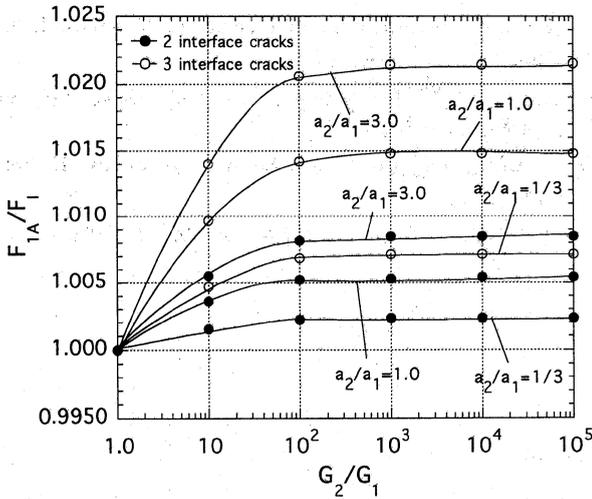


Fig. 6. Relation between F_{1A}/F_1 and G_2/G_1 ($\lambda = (a_1 + a_2)/d = 0.8$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, Plane stress).

Table V. Effect of Poisson's ratios ν_1 and ν_2 on F_{1A} and F_{2A} for two interface cracks ($a_2/a_1 = 1.0$, $\lambda = (a_1 + a_2)/d = 0.8$, Plane stress).

		$G_2/G_1=2.0$		$G_2/G_1=1000$	
ν_1	ν_2	F_{1A}	F_{2A}	F_{1A}	F_{2A}
0.0	0.0	1.2305	0.0224	1.2443	0.0791
	0.1	1.2312	0.0275	1.2443	0.0791
	0.2	1.2320	0.0322	1.2444	0.0791
	0.3	1.2329	0.0365	1.2444	0.0792
	0.4	1.2337	0.0404	1.2444	0.0792
0.1	0.0	1.2296	0.0150	1.2411	0.0685
	0.1	1.2301	0.0201	1.2411	0.0685
	0.2	1.2308	0.0247	1.2411	0.0685
	0.3	1.2315	0.0288	1.2411	0.0685
	0.4	1.2321	0.0327	1.2411	0.0685
0.2	0.0	1.2291	0.0083	1.2383	0.0588
	0.1	1.2294	0.0133	1.2384	0.0589
	0.2	1.2299	0.0179	1.2384	0.0589
	0.3	1.2304	0.0219	1.2384	0.0589
	0.4	1.2309	0.0257	1.2384	0.0589
0.3	0.0	1.2289	0.0020	1.2360	0.0501
	0.1	1.2291	0.0070	1.2360	0.0501
	0.2	1.2293	0.0115	1.2360	0.0501
	0.3	1.2297	0.0155	1.2360	0.0501
	0.4	1.2300	0.0192	1.2360	0.0501
0.4	0.0	1.2290	0.0039	1.2340	0.0419
	0.1	1.2289	0.0011	1.2340	0.0419
	0.2	1.2290	0.0056	1.2341	0.0419
	0.3	1.2292	0.0096	1.2341	0.0420
	0.4	1.2295	0.0133	1.2341	0.0420

の問題 (Fig. 2, Fig. 4) を取扱い, その応力拡大係数を体積力法の特異積分方程式を用いて高精度に解析し, その干渉効果について考察した. 結果をまとめると以下のようになる.

(1) 2個および3個の不等長界面き裂の応力拡大係数の解析を行い, 得られた結果を均質材 ($G_2/G_1=1.0$) の結果と比較して示し (Table II~IV, Fig. 3, 5), その干渉効果を検討した. 結城らの定義に基づく界面き裂の無次元化応力拡大係数 F_1 は, き裂寸法比 a_2/a_1 およびき裂間隔 $\lambda=(a_1+a_2)/d$ が等しい均質材中のき裂の F_1 とほぼ同じであった.

(2) 材料の剛性比の影響を検討するために, G_2/G_1

Table VI. Effect of Poisson's ratios ν_1 and ν_2 on F_{1A} and F_{2A} for three interface cracks ($a_2/a_1=1.0$, $\lambda=(a_1+a_2)/d=0.8$, Plane stress).

		$G_2/G_1=2.0$		$G_2/G_1=1000$	
ν_1	ν_2	F_{1A}	F_{2A}	F_{1A}	F_{2A}
0.0	0.0	1.3230	0.0116	1.3644	0.0395
	0.1	1.3280	0.0130	1.3644	0.0395
	0.2	1.3299	0.0154	1.3644	0.0395
	0.3	1.3313	0.0175	1.3644	0.0395
	0.4	1.3335	0.0196	1.3644	0.0395
0.1	0.0	1.3229	0.0071	1.3549	0.0340
	0.1	1.3243	0.0097	1.3549	0.0340
	0.2	1.3276	0.0115	1.3549	0.0340
	0.3	1.3286	0.0137	1.3549	0.0340
	0.4	1.3303	0.0156	1.3550	0.0340
0.2	0.0	1.3219	0.0039	1.3469	0.0290
	0.1	1.3225	0.0063	1.3469	0.0290
	0.2	1.3238	0.0085	1.3469	0.0290
	0.3	1.3238	0.0108	1.3469	0.0290
	0.4	1.3277	0.01207	1.3470	0.0290
0.3	0.0	1.3214	0.0009	1.3403	0.0245
	0.1	1.3218	0.0033	1.3404	0.0245
	0.2	1.3220	0.0054	1.3404	0.0245
	0.3	1.3230	0.0074	1.3404	0.0245
	0.4	1.3241	0.0093	1.3404	0.0245
0.4	0.0	1.3215	0.0018	1.3349	0.0204
	0.1	1.3214	0.0005	1.3349	0.0204
	0.2	1.3216	0.0026	1.3350	0.0204
	0.3	1.3267	0.0053	1.3350	0.0204
	0.4	1.3225	0.0063	1.3350	0.0204

$=1.0 \sim 10^5$ まで変化させて解析を行った (Fig. 6). その結果, 界面き裂の F_1 と均質材のき裂の F_1 との比は, 剛性比の増加とともに大きくなり, $G_2/G_1=10^2$ 程度で一定の値に収束することがわかった. き裂の寸法比 a_2/a_1 が大きくなるとその値は大きくなる傾向があるが, その変化は最大でも 2% 程度 ($a_2/a_1 \leq 3$) であった.

(3) ポアソン比の影響を検討するために, 材料 1, 2 のポアソン比 ν_1, ν_2 を 0.0~0.4 まで変化させ解析を行った (Table V, VI). 解析結果から, F_1 の値に対するポアソン比の影響は小さいことがわかり, 通常よく採用されている $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ の結果と比較すると, $\nu_1 < 0.3$ の結果 ($G_1 < G_2$) は, F_1 が若干大きめの値となる傾向があり, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ の結果との差は最大で 2% 程度であった.

(4) 上記(1)~(3)の結果から, 結城らの定義に基づく界面き裂の無次元化応力拡大係数 F_1 は, 材料の組合わせにほとんど影響を受けず, 同一の幾何形状を持つ均質材のき裂の F_1 より数% 程度の誤差で推定できるものと考えられる.

参考文献

- 1) L. Williams, Bull. Seism. Soc. Am., **49**, 199 (1959).
- 2) F. Erdogan, J. Appl. Mech., **30**, 232 (1963).
- 3) F. Erdogan, J. Appl. Mech., **32**, 403 (1965).
- 4) F. Erdogan, J. Appl. Mech., **32**, 829 (1965).
- 5) H. England, J. Appl. Mech., **32**, 400 (1965).
- 6) J. R. Rice and G. C. Sih, J. Appl. Mech., **32**, 418 (1965).
- 7) D. Schmueser and M. Comninou, Int. J. Solids. Structures, **15**, 927 (1979).
- 8) X. Lu and M. Comninou, Int. J. Mech. Sci., **32**, 1011 (1990).

- 9) 才本明秀, 九州大学学位論文, p. 114 (1993).
- 10) 野田尚昭, 小田和広, 樋口 健, 田中 篤, 日本機械学会論文集, A-60, 2213 (1994).
- 11) 西谷弘信, 才本明秀, 野口博司, 日本機械学会論文集, A-59, 68 (1993).
- 12) J. Dunders, J. Appl. Mech., 28, 103 (1961).
- 13) 結城良治, “界面の力学” (1993) 培風館.
- 14) T. Yokobori, M. Ichikawa and M. Ohashi, Report of the Research for Strength and Fracture of Materials, 1, 33 (1965) Tohoku University.
- 15) 石田 誠, “き裂の弾性解析と応力拡大係数”, p. 186 (1976) 培風館.
- 16) F. Erdogan and B. Wu, J. Mech. Phys. Solids, 41, 889 (1993).
- 17) 石田 誠, 日本機械学会論文集, A-49, 137 (1983).