

## 鋭いV形切欠きを有する丸棒のねじりにおける特異応力場の強さ\*

野田 尚 昭\*<sup>1</sup>, 孫 志 強\*<sup>2</sup>  
高瀬 康\*<sup>3</sup>, 王 清\*<sup>2</sup>

## Intensity of Singular Stress Field at the Notch Tip of a V-Notched Bar

Nao-Aki NODA\*<sup>4</sup>, Zhiqiang SUN,  
Yasushi TAKASE and Qing WANG\*<sup>4</sup> Kyushu Institute of Technology, Dept. of Mechanical Engineering,  
1-1, Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu, Fukuoka, 804-8550 Japan

In this study, generalized stress intensity factors  $K_{III,\lambda}$  are calculated for a V-shaped notched round bar under torsion using the singular integral equation of the body force method. The body force method is used to formulate the problem as a singular integral equation, where unknown functions are densities of body forces distributed in an infinite body. In order to analyze the problem accurately, the unknown functions are expressed as piecewise smooth functions using a fundamental density and power series, where the fundamental density is chosen to represent the skew-symmetric stress singularity of the form  $1/r^{1-\lambda}$ . Then, generalized stress intensity factors at the notch tip are systematically calculated for various shapes of V-shaped notches. The accuracy of Benthem-Koiter's formula proposed for a circumferential crack is also examined through the comparison with the present analysis.

**Key Words:** Elasticity, Body Force Method, Notch, Torsion, Test Specimen, Generalized Stress Intensity Factor

## 1. 緒 言

近年、軽量化と高機能化を目的として、材料の複合化が進み、その機能、強度は、異材界面に集約されることが認識されるようになった。複合材料では、強化材と母材の異材境界角部でしばしば破壊が生じる。従って、その強度評価を行う際には、強化材と母材の異材角部での応力分布や応力特異性の把握が必要となる。

図1に示すような接合異材角部に面外荷重が作用する場合の強度評価を、そのモードIIIの特異応力場に基づいて破壊力学的観点から行う場合、通常なき裂と異なる以下の2点に注意する必要がある<sup>(1)~(4)</sup>。

相違点(1): 通常なき裂の特異応力場  $\tau_{yz} \propto r^{-1/2}$  と異なり、その特異応力場は、式(1)、(2)のように特異性の指数  $\lambda_3, \lambda_4$  および角部に拡張された応力拡大係数  $K_{III,\lambda_3}, K_{III,\lambda_4}$  によって記述されること<sup>(1), (2)</sup>。具体的には、 $G_1, G_2$  を材料1, 材料2の横弾性係数とすると、 $G_1 < G_2$  の場合、対称形の変形様式に対応する特異性のみが生じる。

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III,\lambda_3}}{r^{1-\lambda_3}} f_{x,k}^{III,\lambda_3}(\theta), \quad \tau_{yz} = \frac{K_{III,\lambda_3}}{r^{1-\lambda_3}} f_{y,k}^{III,\lambda_3}(\theta), \quad k=1, 2 \quad (1)$$

逆に  $G_1 > G_2$  では、逆対称形の変形様式に対応する特異性のみが生じる。

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III,\lambda_4}}{r^{1-\lambda_4}} f_{x,k}^{III,\lambda_4}(\theta), \quad \tau_{yz} = \frac{K_{III,\lambda_4}}{r^{1-\lambda_4}} f_{y,k}^{III,\lambda_4}(\theta), \quad k=1, 2 \quad (2)$$

式(1)、(2)の関数  $f_{x,k}^{III,\lambda_3}(\theta), f_{y,k}^{III,\lambda_3}(\theta), f_{x,k}^{III,\lambda_4}(\theta), f_{y,k}^{III,\lambda_4}(\theta)$  の表現は文献<sup>(1)</sup>に与えられている。また  $\lambda_3, \lambda_4$  の値は、次の特性方程式の根として得られる。

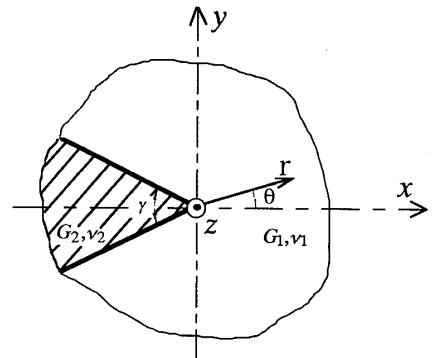


Fig.1 Singular stress fields near a corner of jointed dissimilar materials under antiplane loads

\* 原稿受付 2000年2月21日。

\*<sup>1</sup> 正員, 九州工業大学工学部(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)。\*<sup>2</sup> 九州工業大学工学部。\*<sup>3</sup> 准員, 九州工業大学工学部。

E-mail: noda@mech.kyutech.ac.jp

$$\frac{\sin\{\lambda_3(\pi-\gamma)\}}{\sin(\lambda_3\pi)} = +\frac{\Gamma-1}{\Gamma+1}, \quad \frac{\sin\{\lambda_4(\pi-\gamma)\}}{\sin(\lambda_4\pi)} = -\frac{\Gamma-1}{\Gamma+1}$$

$$(\Gamma = G_2/G_1) \dots (3)$$

相違点(2)：破壊は通常異材接合境界上(またはその極く近傍)に生じるため、材料単体の強度のみならず、特に異材界面の接合強度、ならびに、き裂発生状況の把握が問題となること。

本論文では図2の鋭いV形切欠きを有する丸棒のねじり問題を取扱う。この問題では、異材接合界面が存在しないので、まず、相違点(1)に注目して、破壊条件を考察することが比較的容易であると考えられる。

このような一般的な応力拡大係数の解析について、例えば段付丸棒のねじり問題に関しては辻らの解析<sup>(9)</sup>があるが、図2のような一般の切欠きの結果は見当たらないようである。また、図2(a)で $\beta = \gamma = 0^\circ$ の場合には通常の間周き裂の問題となる。このような間周き裂を有する丸棒、もしくは中空円筒がねじりを受ける場合には渋谷らの研究<sup>(5)~(7)</sup>があるが、図2(b)の間周き裂の評価によく用いられるBenthem・Koiterの近似式<sup>(8)</sup>の誤差の程度を正確に検討した例は見当たらないようである。

具体的な解析方法としては仮想境界をいくつかの基本区間に分割し、分割した各区間において体積力密度を、基本密度関数と多項式で近似する方法を用いる。この方法は、引張問題<sup>(10)</sup>および曲げ問題<sup>(11)</sup>で良好な結果を得ることを確認している。

2. 解析方法

図3に無限体中に想定した鋭いV形切欠きを有する丸

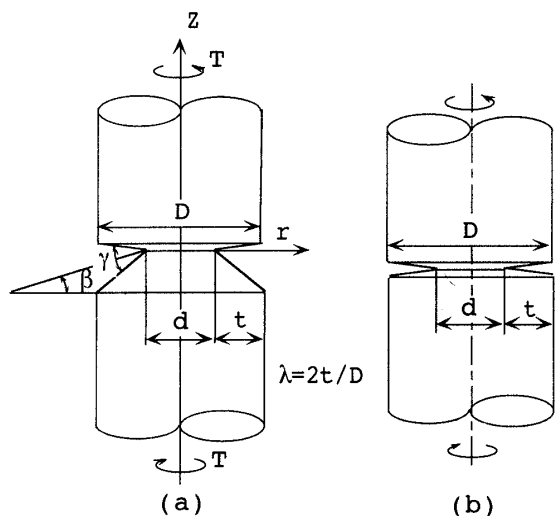


Fig.2 60° V-shaped notched bar under torsion  
(a) Problem  
(b) Case of crack

棒となるべき仮想境界を示す。体積力法の考え方に基づいて、問題は図3に示す仮想境界の無限小外側に分布させる体積力密度を未知関数とする特異積分方程式(4)で表わされる。

$$-\frac{1}{2}F_\theta(s) + \int_L h_{n\theta}^{F_\theta}(l,s)F_\theta(l)dl = -\tau_{n\theta}^\infty(s) \dots (4)$$

ここで、 $\int_L$ は仮想境界上の積分を意味し、 $\tau_{n\theta}^\infty(s)$ は、無限遠でのねじり応力によって、仮想境界上の任意の点sに生じる円周方向の応力である。また、 $h_{n\theta}^{F_\theta}(l,s)$ は、仮想境界上の1円周上(位置l)に周方向(theta方向)の単位大きさの集中力の輪を作用させたときに仮想境界上の任意の点sに生じる応力であり<sup>(1,2)</sup>、 $F_\theta(l)$ は位置lにおける周方向の体積力密度である。いま、鋭いV形切欠き先端部分の境界条件の満たし方を例にとり解析方法を説明する。無限体中の鋭いV形切欠き先端部分となるべき仮想境界上(図3のBAB')に分布させる体積力を、図4に示すような2種類の形式の体積力分布の線形結合によって問題を表現する。即ち、角部では、一般にモードIIIの変形が生じるので、角部での上下の

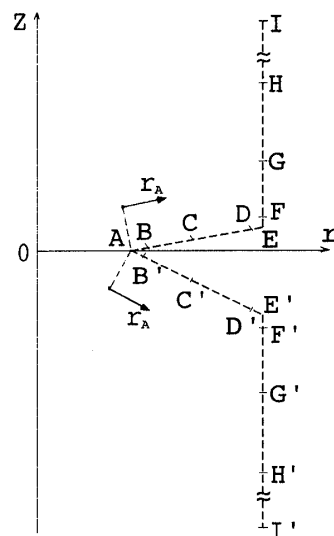


Fig.3 Boundary division

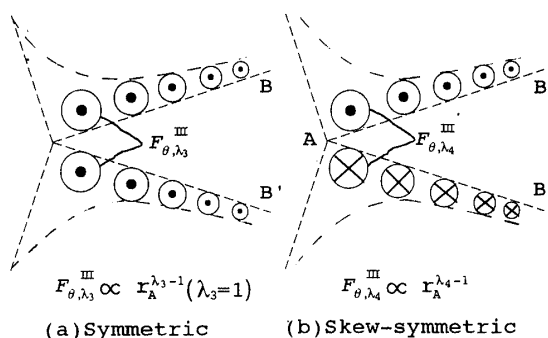


Fig.4 Two types of body forces distributed along the imaginary boundary with angular corner

仮想境界上に分布させるべき円周方向の体積力に対し、角部の二等分線に対して円周方向の対称形と逆対称形の2種類の分布形式を採用する。結局、図3のBAB'部分では、位置 $r_A$ での体積力密度 $F_\theta(r_A)$ を基本密度関数 $r_A^{\lambda_3-1}$ 等と重み関数 $W_\theta^{III,\lambda_4}$ 等で以下のように近似する。

$$\begin{aligned}
 F_\theta(r_A) &= F_\theta^{III,\lambda_3}(r_A) + F_\theta^{III,\lambda_4}(r_A) \\
 &= W_\theta^{III,\lambda_3}(r_A) r_A^{\lambda_3-1} + W_\theta^{III,\lambda_4}(r_A) r_A^{\lambda_4-1} \\
 W_\theta^{III,\lambda_3}(r_A) &= \sum_{n=1}^M a_n r_A^{n-1}, \quad W_\theta^{III,\lambda_4}(r_A) = \sum_{n=1}^M b_n r_A^{n-1} \\
 &\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\lambda_3, \lambda_4$ は式(3)で $\Gamma=0$ と置いて得られる( $\lambda_3=1$ となる)。 $r_A$ は角部Aから境界に沿う方向の局所座標であり、 $r_A^{\lambda_3-1}, r_A^{\lambda_4-1}$ は、切欠きにおける切欠き角部Aでの特異応力場を表現するための基本密度関数である。また、添字IIIは、モードIIIの変形モードの体積力を作用させることを意味する。

図3のBAB'以外の部分の体積力密度の表現も、式(5)とほぼ同様であるが、対称形と逆対称形の表現を用

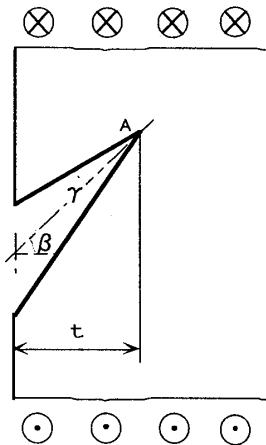


Fig.5 Case when  $2t/D \rightarrow 0$  in Fig.1

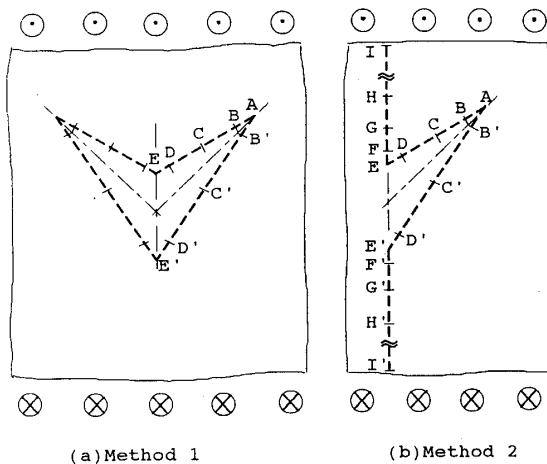


Fig.6 Model of V-notch in a infinite plate

いない点が異なる。以上のような離散化手法を用いて特異積分方程式(4)を解くことにより、角部で定義される一般化応力拡大係数 $K_{III,\lambda_3}, K_{III,\lambda_4}$ は、角部先端での重みの値 $W_\theta^{III}(0)$ から求められる<sup>(2)</sup>。

### 3. 解析結果

3.1 二次元V形切欠きの面外せん断 以下では式(6)で定義される応力拡大係数の無次元値を示す。

$$F_{III,\lambda_4} = K_{III,\lambda_4} / \tau^\infty \sqrt{\pi t}^{1-\lambda_4} \dots\dots (6)$$

ここで、 $\tau^\infty = 16T/(\pi D^3)$ 、 $T$ は丸棒に作用するねじりのモーメントである。初めに図2で $2t/D \rightarrow 0$ の極限に相当する半無限板のV形切欠き(図5)の結果を示す。ここでは、この問題を2種類の方法で解析した。方法1は図6(a)に示す仮想境界上に体積力を分布する場合であり、方法2は図6(b)に示す仮想境界上に体積力を分布する場合である。方法1が仮想境界が短いため精度が良いと考えられるが、図2の問題は図3の仮想境界を用いて解く必要があるのでその精度を比較検討する。方法1, 2の収束性の例を表1に示す。表1では方法1が有効数字5桁収束しており精度が高いことがわかる。しかし、方法2でも有効数字の5桁目がわずかに異なる程度で良好な結果が得られている。よって、図6(b)や図3の仮想境界を用いても有効数字5桁程度の精度の高い結果が得られるものと考えられる。なお、表1では西谷らの論文<sup>(2)</sup>の図からの読取値も参考のため示しているが、本解析結果とよく一致している。

表2は方法1で得られた結果をまとめて示しているが、方法2による結果も全形状で有効数字4桁まで完全に一致しており5桁目が少し異なる場合がある程度である。

3.2 V形切欠き有する丸棒のねじり 表3に式(5)で定義される $F_{III,\lambda_4}$ の収束の例を示す。ここで、 $M_1$ は各区分あたりの選点数である。表3に示す以外の形

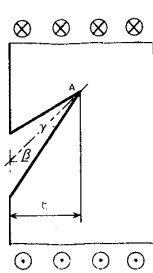
Table 1 Convergence of  $F_{III,\lambda_4}$  in Fig.5 and 6

Method 1		$F_{III,\lambda_4}, \beta = 0^\circ$				$\beta = 30^\circ$
M	$\gamma$	15°	30°	60°	90°	45°
4		1.02445	1.05397	1.13513	1.26901	1.02190
5		1.02454	1.05410	1.13525	1.26916	1.02251
6		1.02454	1.05410	1.13526	1.26917	1.02250
7		1.02456	1.05412	1.13527	1.26920	1.02254
Method 2		$F_{III,\lambda_4}, \beta = 0^\circ$				$\beta = 30^\circ$
M	$\gamma$	15°	30°	60°	90°	45°
6		1.02336	1.05315	1.13505	1.26913	1.02199
7		1.02402	1.05339	1.13517	1.26916	1.02245
8		1.02431	1.05377	1.13549	1.26916	1.02252
9		1.02430	1.05418	1.13521	1.26911	1.02259
Ref[2]		1.025	1.054	1.135	1.270	

状でも検討した結果、本解析法では  $M_1 = 8 \sim 11$  程度で  $\theta$  方向の重みより得られた  $K_{III, \lambda_3}$  の値が有効数字4~5桁程度まで一致し収束しており、良好な収束性を示すことが確認された。以下では切欠き形状を系統的に変化させて得られた結果を、同一形状のV形切欠きを有する半無限板の解(表2)(図2で  $\lambda \rightarrow 0$  に相当)で無次元化して表4~8に示す。表4~8では、切欠きの相対深さ  $\lambda = 2t/D$  と切欠きの傾き角  $\beta$  の種々の値に対し、 $(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  の数値をまとめている。また、図7に傾き角  $\beta = 0^\circ$  で開き角  $\gamma$  を  $15^\circ \sim 90^\circ$  まで変化させたときの  $(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  と切欠き深さ  $2t/D$  の関係を示す。図7より、 $\gamma$  が変化しても、 $2t/D$  が同一

であれば、 $(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  の値の変化は小さいことがわかる。図8, 9には、それぞれ  $\gamma = 15^\circ$  (表4) と  $\gamma = 90^\circ$  (表8) の場合に、 $\beta$  を変化させたときの  $(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  の値を示す。図8, 9より  $\gamma = 15^\circ$  の場合(図8)では、 $\beta$  の変化に対する  $(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  の変化はごく小さく、 $\gamma = 90^\circ$  (図9) の場合においても、その変化は  $\gamma = 15^\circ$  の

Table 2 Results of V-notch in a semi-infinite plate



		$F_{III, \lambda_4, \text{Method 1}}$			
$\gamma \backslash \beta$	$\beta$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
$10^\circ$		1.0159	1.0042	0.9693	0.9103
$15^\circ$		1.0245	1.0124	0.9756	0.9139
$30^\circ$		1.0541	1.0399	0.9970	0.9242
$45^\circ$		1.0902	1.0734	1.0225	0.9353
$60^\circ$		1.1353	1.1150	1.0533	0.9453
$90^\circ$		1.2692	1.2372	1.1369	

Table 3 Convergence of  $F_{III, \lambda_4}$  in Fig.2

$F_{III, \lambda_4}, \gamma = 30^\circ, \lambda_4 = 0.54, \lambda = 2t/D = 0.2$				
$M \backslash \beta$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
8	1.36668	1.35002	1.30046	1.21905
9	1.36676	1.35011	1.30050	1.21886
10	1.36682	1.35018	1.30055	1.21881
11	1.36683	1.35018	1.30052	1.21868

$F_{III, \lambda_4}, \gamma = 60^\circ, \lambda_4 = 0.6, \lambda = 2t/D = 0.5$				
$M \backslash \beta$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
8	3.74436	3.70312	3.58159	3.38597
9	3.74434	3.70312	3.58162	3.38597
10	3.74433	3.70312	3.58167	3.38604
11	3.74432	3.70311	3.58166	3.38598

Table 4 Results of V-notch in Fig.2

$\gamma = 15^\circ, \lambda_4 = 0.521739$				
$\beta \backslash \lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4} _{\lambda \rightarrow 0}$			
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
$\rightarrow 0$	1.000	1.000	1.000	1.000
0.01	0.980	0.980	0.979	0.978
0.02	0.958	0.958	0.957	0.956
0.05	0.896	0.896	0.896	0.896
0.1	0.807	0.807	0.807	0.808
0.2	0.663	0.663	0.665	0.669
0.3	0.550	0.551	0.554	0.561
0.4	0.460	0.461	0.464	0.472
0.5	0.384	0.385	0.388	0.396
0.6	0.318	0.319	0.322	0.329
0.7	0.258	0.259	0.262	0.268
0.8	0.199	0.200	0.202	0.207
0.9	0.135	0.136	0.137	0.140

Table 5 Results of V-notch in Fig.2

$\gamma = 30^\circ, \lambda_4 = 0.54$				
$\beta \backslash \lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4} _{\lambda \rightarrow 0}$			
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
$\rightarrow 0$	1.000	1.000	1.000	1.000
0.01	0.979	0.979	0.979	0.979
0.02	0.957	0.957	0.957	0.957
0.05	0.895	0.895	0.896	0.897
0.1	0.806	0.806	0.808	0.811
0.2	0.664	0.665	0.668	0.675
0.3	0.554	0.555	0.560	0.570
0.4	0.465	0.467	0.472	0.483
0.5	0.391	0.393	0.398	0.409
0.6	0.327	0.328	0.333	0.343
0.7	0.268	0.269	0.273	0.281
0.8	0.209	0.210	0.214	0.221
0.9	0.145	0.146	0.148	0.153

Table 6 Results of V-notch in Fig.2

$\gamma = 45^\circ, \lambda_4 = 0.571428$				
$\beta \backslash \lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4} _{\lambda \rightarrow 0}$			
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
$\rightarrow 0$	1.000	1.000	1.000	1.000
0.01	0.979	0.979	0.978	0.978
0.02	0.956	0.956	0.956	0.957
0.05	0.895	0.895	0.895	0.897
0.1	0.807	0.807	0.808	0.814
0.2	0.666	0.668	0.672	0.683
0.3	0.559	0.561	0.567	0.582
0.4	0.473	0.475	0.482	0.498
0.5	0.401	0.403	0.410	0.425
0.6	0.338	0.340	0.346	0.360
0.7	0.280	0.281	0.287	0.299
0.8	0.222	0.233	0.228	0.238
0.9	0.157	0.158	0.161	0.168

Table 7 Results of V-notch in Fig.2

$\gamma = 60^\circ, \lambda_4 = 0.6$				
$\beta \backslash \lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{III, \lambda_4} / F_{III, \lambda_4} _{\lambda \rightarrow 0}$			
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$
$\rightarrow 0$	1.000	1.000	1.000	1.000
0.01	0.978	0.978	0.978	0.978
0.02	0.956	0.956	0.956	0.957
0.05	0.895	0.895	0.896	0.899
0.1	0.807	0.808	0.811	0.819
0.2	0.670	0.671	0.678	0.696
0.3	0.565	0.568	0.577	0.600
0.4	0.482	0.485	0.495	0.519
0.5	0.412	0.415	0.425	0.448
0.6	0.351	0.354	0.363	0.383
0.7	0.295	0.297	0.305	0.322
0.8	0.237	0.239	0.246	0.260
0.9	0.172	0.173	0.178	0.188

場合よりはやや大きいものの一般に小さいことがわかる。結局表4~8と図7~9より、開き角 $\gamma$ 傾き角 $\beta$ が変化しても、切欠き深さ $2t/D$ と傾き角 $\beta$ が同一であれば、応力拡大係数の相対値 $(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda 4} / F_{III,\lambda 4}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の変化は一般に小さいことがわかる。以上のことより、切欠きが深い場合を除き、V形切欠きを有する丸棒の応力拡大係数の値を、半無限板の解(表2)ならびに表4~8と図7~9等から、種々の寸法に対して、比較的精度よく推定可能であることがわかる。

3.3 円周き裂有する丸棒のねじりの解との比較

表9(a)に $\beta = 0^\circ$ で $\gamma = 10^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ の結果を示す。表9(a)で $\gamma = 0^\circ$ (15-10)等は $\gamma = 15^\circ$ と $10^\circ$ の結果から $\gamma = 0^\circ$ を外挿して求めた結果であることを示す。 $\gamma = 0^\circ$ (15-10)と $\gamma = 0^\circ$ (30-15)は有効数字3桁程度一致しており、この程度まで精度があると考えられる。表9(b)はこのようにして求めた円周き裂のねじり

における応力拡大係数 $F_{III}$ を式(7)のBenthem・Koiterの近似式<sup>(6)</sup>の値と比較して示している。

$$F_{III,B}(\xi) = \frac{3}{8}\xi^{-\frac{5}{2}}\left(1 + \frac{1}{2}\xi + \frac{3}{8}\xi^2 + \frac{5}{16}\xi^3 + \frac{35}{128}\xi^4 + 0.208\xi^5\right),$$

$$\xi = d/D \quad \dots (7)$$

図10にその比を示す。図よりBenthem・Koiterの近似式は誤差1%程度以内で $F_{III}$ を近似できることがわかる。より正確な近似式を求めるため、図10の $F_{III,(15-10)} / F_{III,B}$ の比に最小2乗法を用いて近似式を作製し、得た結果を式(8)に示す。この $F_{III,(15-10)} / F_{III,B}$ と式(8)を比較した結果、式(8)は誤差0.2%程度以内で円周き裂の $F_{III}$ を与えると考えられる。

Table 8 Results of V-notch in Fig.2

$\gamma = 90^\circ, \lambda_4 = 0.6$			
$\lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda 4} / F_{III,\lambda 4} _{\lambda \rightarrow 0}$		
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$
$\rightarrow 0$	1.000	1.000	1.000
0.01	0.977	0.977	0.977
0.02	0.955	0.955	0.956
0.05	0.895	0.895	0.898
0.1	0.810	0.812	0.820
0.2	0.681	0.685	0.702
0.3	0.585	0.590	0.611
0.4	0.509	0.515	0.537
0.5	0.446	0.451	0.472
0.6	0.390	0.395	0.414
0.7	0.336	0.341	0.357
0.8	0.281	0.285	0.299
0.9	0.214	0.217	0.228

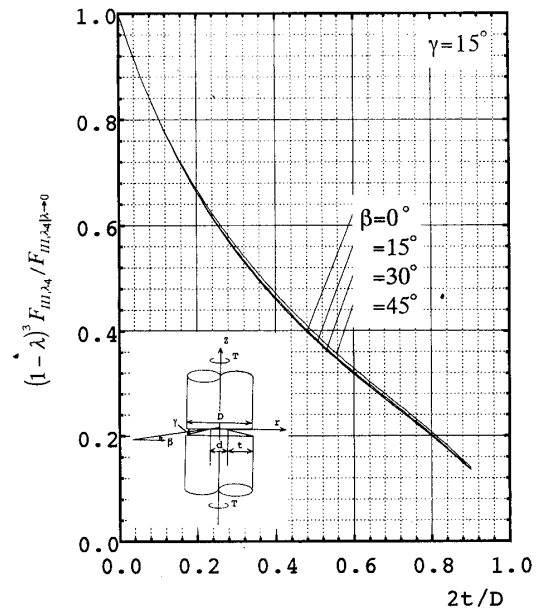


Fig.8  $(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda 4} / F_{III,\lambda 4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  vs.  $2t/D$

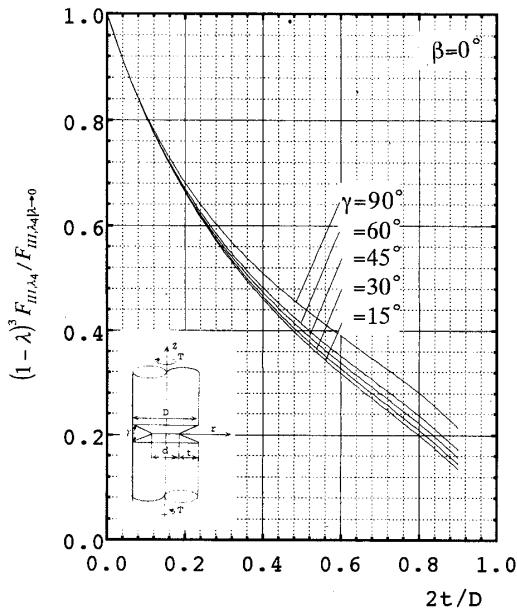


Fig.7  $(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda 4} / F_{III,\lambda 4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  vs.  $2t/D$

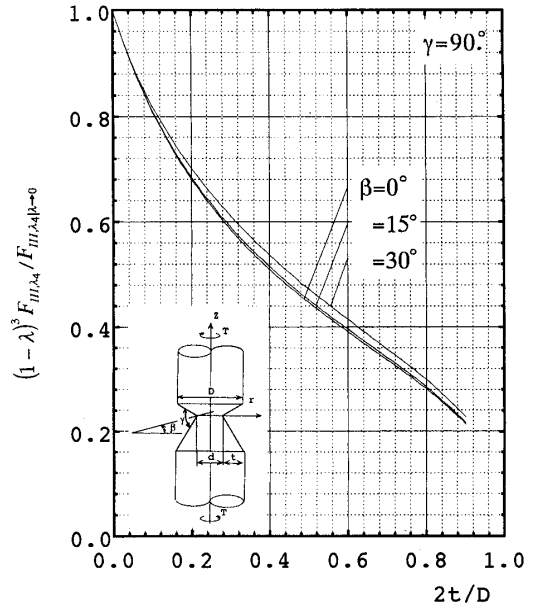


Fig.9  $(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda 4} / F_{III,\lambda 4}|_{\lambda \rightarrow 0}$  vs.  $2t/D$

$$F_{III} / F_{III,B} = 1.0009 - 0.19064\lambda + 1.2326\lambda^2 - 2.7484\lambda^3 + 2.7081\lambda^4 - 1.0024\lambda^5, \quad \lambda = 2t/D \quad \dots (8)$$

4. 結 言

本研究では、体積法の特異積分方程式を利用してV形切欠きを有する丸棒ねじりの特異応力場の強さを開き角 $\gamma$ 、傾き角 $\beta$ 、切欠きの相対深さ $\lambda=2t/D$ を変化させ解析した。また、図2(a)の $\lambda \rightarrow 0$ の極限に相当する半無限板のV形切欠き(図5)についても解析した。得られた結果を図表にまとめたほか、以下の結論が得られた。

(1) 体積法の特異積分方程式の数値解析として、境界をいくつかの基本区間に分割し、それぞれの基本区間で体積力密度(未知関数)を基本密度関数と級数の積で近似する離散化手法を検討した。その結果、解

析した範囲で各基本区間の選点数 $M_1 = 8 \sim 11$ 程度で、有効数字4~5桁程度収束した結果が得られた(表3)。

(2) 特に、半無限板のV形切欠き(図5)については異なる2種類の仮想境界(図6)に対して解析し、解法を検討したが両者の結果は有効数字4~5桁程度一致しており(表1)、解法の有効性が確認された。

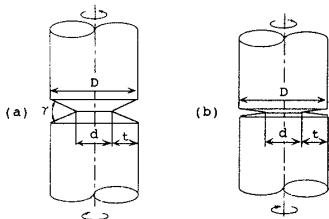
(3) 鋭いV形切欠きを有する丸棒の結果を同一形状の切欠きを有する半無限板の結果で無次元化した $(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda,t} / F_{III,\lambda,t}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の値は切欠きの開き角が変化しても切欠き深さ $\lambda$ と傾き角 $\beta$ が同一であれば変化は小さい。

(4) 円周き裂を有する丸棒ねじりの問題に対して提案されたBenthem・Koiterの近似式の誤差は1%程度以下である。その誤差を修正した計算式(誤差0.2%程度以内)も求めた。

文 献

- (1)陳耽珩・西谷弘信, 面外せん断を受ける接合異材の特異応力場, 機論, 57-542, A(1991), 2499-2503.
- (2)西谷弘信・陳耽珩・柴戸明, 面外せん断による菱形介在物角部の特異応力場, 機論, 59-561, A(1993), 1191-1195.
- (3)陳耽珩・野田尚昭・高瀬康・諸富貴光, 角部の応力拡大係数を用いた強度評価法, 機論, 62-598, A(1996), 1445-1449.
- (4)野田尚昭・陳耽珩・高瀬康・諸富貴光, 混合モード破壊における角部の応力拡大係数を用いた強度評価法, 機論, 64-620, A(1998), 958-963.
- (5)奥屋嗣之・渋谷寿一・小泉亮, 外周き裂を有する無限円柱のねじり, 日本機械学会講演論文集, (1976-10), 97-99.
- (6)鈴木一義・渋谷寿一, 小泉亮, 外周き裂を有する中空円柱のねじり, 機論, 44-383, A(1978), 2192-2199.
- (7)鈴木一義・渋谷寿一, 小泉亮, 2個または無限個の平行外周環状き裂を有する中空円柱のねじり, 機論, 45-397, A(1979), 1043-1050.
- (8)Benthem, J. P. and Koiter, W. T., Mechanics of Fracture, edited by Sih, G. C., Noordhoff Int. Pub. 1, (1973), 173.
- (9)Tsuiji, T. and Noda, N., Stress singularity in torsion problem for bonded bars, Int. J. Solids Struct., 27 (1991), 1059-1071.
- (10)野田尚昭・王清・高瀬康・陳耽珩, 鋭いV形切欠きを有する丸棒の特異応力場の強さ, 機論, 65-639, A(1999), 2299-2302.
- (11)野田尚昭・高瀬康・孫志強・王清, 鋭いV形切欠きを有する丸棒の曲げおよびねじりにおける特異応力場の強さ, 機論, No. 00-1(2000), 51-52.
- (12)Nisitani, H. and Noda, N.-A., Stress concentration of a cylindrical bar with a v-shaped circumferential groove under torsion, tension or bending, Engng. Frac. Mech., 20(1984), 743-766.

Table 9  $F_{III}, F_{III,B}$  and  $F_{III} / F_{III,B}$  of a circumferential crack in a round bar



( a )

$\lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{III,\lambda,t} / F_{III,\lambda,t} _{\lambda \rightarrow 0}$				
	$\gamma = 10^\circ$	$\gamma = 15^\circ$	$\gamma = 30^\circ$	$\gamma = 0^\circ$ (a510)	$\gamma = 0^\circ$ (a0-15)
0.01	0.9798	0.9797	0.9789	0.9800	0.9805
0.02	0.9574	0.9578	0.9568	0.9566	0.9588
0.05	0.8961	0.8964	0.8954	0.8955	0.8974
0.1	0.8064	0.8067	0.8062	0.8058	0.8072
0.2	0.6617	0.6625	0.6640	0.6601	0.6610
0.3	0.5490	0.5504	0.5540	0.5462	0.5468
0.4	0.4576	0.4596	0.4635	0.4536	0.4557
0.5	0.3812	0.3837	0.3912	0.3762	0.3762
0.6	0.3148	0.3177	0.3267	0.3090	0.3087
0.7	0.2545	0.2576	0.2676	0.2483	0.2476
0.8	0.1960	0.1992	0.2095	0.1896	0.1889
0.9	0.1322	0.1352	0.1449	0.1262	0.1255

( b )

$\lambda = 2t/D$	$F_{III,(15-10)}$	$F_{III,(30-15)}$	$F_{III,B}$	$F_{III,(15-10)} / F_{III,B}$	$F_{III,(30-15)} / F_{III,B}$
	$\gamma \rightarrow 0^\circ$	$\gamma \rightarrow 0^\circ$			
0.01	1.0100	1.0105	1.0099	1.0001	1.0006
0.02	1.0164	1.0187	1.0194	0.9971	0.9993
0.05	1.0445	1.0467	1.0509	0.9949	0.9960
0.1	1.1053	1.1072	1.1145	0.9917	0.9934
0.2	1.2893	1.2910	1.2972	0.9939	0.9952
0.3	1.5924	1.5942	1.5930	0.9996	1.0008
0.4	2.1000	2.1097	2.0899	1.0048	1.0095
0.5	3.0096	3.0096	2.9834	1.0088	1.0088
0.6	4.8281	4.8234	4.7770	1.0107	1.0097
0.7	9.1693	9.1704	9.0900	1.0087	1.0088
0.8	23.700	23.613	23.437	1.0112	1.0075
0.9	126.20	125.50	125.00	1.0096	1.0040

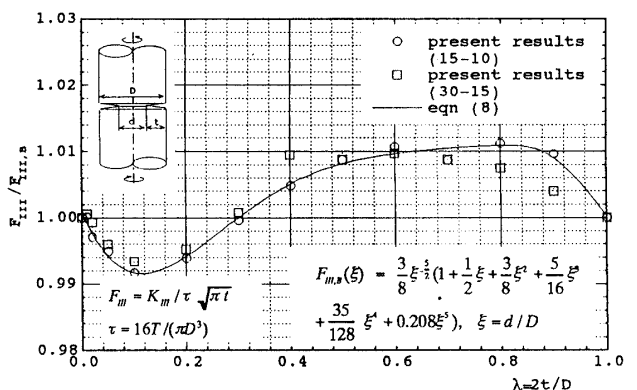


Fig. 10  $F_{III} / F_{III,B}$  vs.  $\lambda = 2t/D$