

2次元と3次元の介在物の応力集中の干渉効果の比較†

松尾 忠利* 野田 尚昭**

Comparison of Interaction Effect between Elliptical and Ellipsoidal Inclusions

by

Tadatoshi MATSUO* and Nao-Aki NODA**

This paper deals with stress analysis of elliptical and ellipsoidal inclusions using singular integral equations of the body force method. The stress and displacement fields due to a point force in an infinite plate and a ring force in an infinite body are used as fundamental solutions. On the idea of the body force method, the problems are formulated as a system of singular integral equations with Cauchy-type or logarithmic-type singularities, where unknown functions are densities of body forces distributed in the x - and y -directions of infinite plates or in the r - and z -directions of infinite bodies having the same elastic constants of the matrix and inclusions. In order to satisfy the boundary conditions along the inclusions, eight kinds of fundamental density functions proposed in our previous paper are used. Then the body force densities are approximated by a linear combination of the fundamental density functions and polynomials. The present method is found to give rapidly converging numerical results for both of the axial symmetry tension and uniaxial tension. The calculations are carried out systematically for various shape, distance and elastic constant of inclusions and the stress distributions along the boundaries are shown in figures. Then the interaction effects are discussed through the comparison between the elliptical inclusions and ellipsoidal inclusions.

Key words : Elasticity, Body force method, Numerical analysis, Singular integral equation, Stress concentration, Interaction effect, Inclusion

1 緒 言

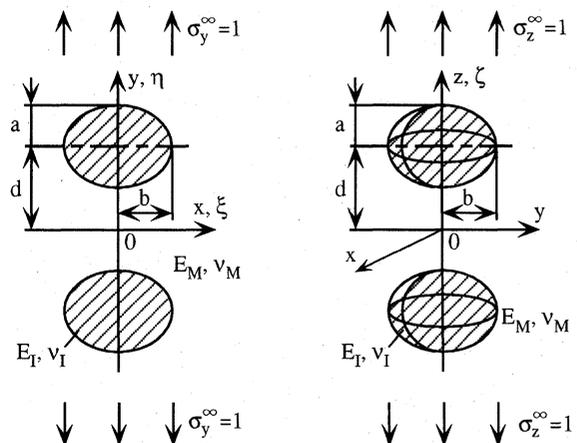
構造物中に存在する応力集中の要因である穴、空か、介在物等の欠陥は、だ円またはだ円体として評価できることが多いために、弾性体におけるこれらの解析が数多くなされているが、介在物の個数が複数個の場合の研究は少ない。その中でも2つの介在物の干渉効果の問題の解析は2次元、3次元それぞれにおいて最も基本となるもので、種々の介在物問題への応用のために重要である。著者らはこれまでに、体積法を用いた応力集中問題の解析において、特異積分方程式を厳密に解析する方法を提案した。^{1)~3)} この解析法を用いれば、未知関数が連続関数として近似されるために、境界上の任意の点の応力が少ない計算時間で正確に求められるという利点がある。この方法を応用して、これまで問題A (Fig. 1) のような無限板中の2つのだ円形介在物、および無限体中の2つの回転だ円体介在物の干渉問題の解析がなされた。^{4), 5)} しかし問題B (Fig. 2) のような列と直角方向の引張りは3次元問題が非軸対称問題となるため、これまで土田らの球かの解析^{6), 7)} や、著者らの解析⁸⁾ を除いて議論がなされていなかった。

そこで、本研究では、これまで提案した体積法の特異積分方程式を高精度に解析する方法^{1), 3), 8)} を応用し、介在物間の距離および母材と介在物の弾性比と介在物の形状を変化させて、母材と介在物境界上の正確な応力分

布を詳細に求め、応力集中の干渉効果を最大応力の変化率で考察する。さらに無限板中の2だ円形介在物と無限体中の2回転だ円体状介在物の干渉問題を解析し、2次元と3次元の干渉効果について比較検討し応力集中の干渉効果を明らかにすることを目的とする。

2 解析方法

本解析方法を Fig. 2 (b) に示すような、遠方で一様な x 方向の一軸引張応力 σ_x^∞ が作用している無限体中の大き



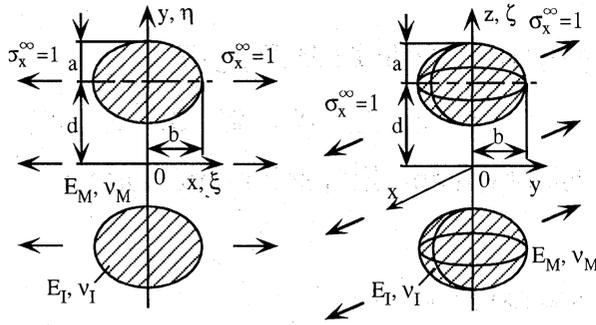
(a) Two elliptical inclusions (b) Two ellipsoidal inclusions

Fig. 1. Problem A.

† 原稿受理 平成 11 年 3 月 15 日 Received Mar. 15, 1999

* 正 会 員 福島工業高等専門学校 〒970-8034 いわき市平上荒川, Dept. of Mech. Eng., Fukushima Col. of Tech., Taira, Iwaki, 970-8034

** 正 会 員 九州工業大学機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. and Con. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 970-8550



(a) Two elliptical inclusions (b) Two ellipsoidal inclusions

Fig. 2. Problem B.

さの等しい2つの回転円体状介在物の干渉問題を例にとって説明する. この問題は, 重ね合わせの原理に基づく体積力法の考え方により, 介在物のない無限体中の2つの円周上 $[\rho = a \cos \alpha, \zeta = \pm(d + b \sin \alpha)]$ に大きさが $\cos 2\varphi$ または $\sin 2\varphi$ で変化する r, θ, z 方向の集中力の輪が作用するときの任意の点 $(x = a \cos \psi, y = d + b \sin \psi)$ の応力場の解 $(K_{nn}^{Fr} + K_{nn}^{F\theta}, K_{nn}^{Fz}, K_{ni}^{Fr} + K_{ni}^{F\theta}, K_{ni}^{Fz})$ と変位場の解 $(K_{ur}^{Fr} + K_{ur}^{F\theta}, K_{ur}^{Fz}, K_{uz}^{Fr} + K_{uz}^{F\theta}, K_{uz}^{Fz})$ を用いて解くことができる^{3), 4)} (その具体的表示は紙面の都合上省略する). このとき問題は, 母材 (E_M, ν_M) および介在物 (E_I, ν_I) と同じ弾性定数をもつ無限体 (これらを無限体 M, 無限体 I とする) 中の仮想境界上に分布させた面積 $\rho d\phi ds$ の微小面素に作用させた体積力密度 $\rho_{rM}^*(\alpha), \rho_{\theta M}^*(\alpha), \rho_{zM}^*(\alpha), \rho_{rI}^*(\alpha), \rho_{\theta I}^*(\alpha), \rho_{zI}^*(\alpha)$ を未知関数とする特異積分方程式^{1) ~ 4)} で表現される.

$$\begin{aligned} & -(1/2)\{\rho_{rM}^*(\psi) \cos \psi_0 + \rho_{zM}^*(\psi) \sin \psi_0\} \\ & -(1/2)\{\rho_{rI}^*(\psi) \cos \psi_0 + \rho_{zI}^*(\psi) \sin \psi_0\} \\ & + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{nnM}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rM}^*(\alpha) ds + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{nnM}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta M}^*(\alpha) ds \\ & + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{nnM}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zM}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niI}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rI}^*(\alpha) ds \\ & - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niI}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta I}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niI}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zI}^*(\alpha) ds \\ & = -\sigma_x^\infty \cos^2 \psi_0 \cos 2\theta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & -(1/2)\{-\rho_{rM}^*(\psi) \sin \psi_0 + \rho_{zM}^*(\psi) \cos \psi_0\} \\ & -(1/2)\{-\rho_{rI}^*(\psi) \sin \psi_0 + \rho_{zI}^*(\psi) \cos \psi_0\} \\ & + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niM}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rM}^*(\alpha) ds + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niM}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta M}^*(\alpha) ds \\ & + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niM}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zM}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niI}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rI}^*(\alpha) ds \\ & - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niI}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta I}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{niI}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zI}^*(\alpha) ds \\ & = -\sigma_x^\infty \sin \psi_0 \cos \psi_0 \cos 2\theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{urM}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rM}^*(\alpha) ds + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{urM}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta M}^*(\alpha) ds \\ & + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{urM}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zM}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{urI}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rI}^*(\alpha) ds \\ & - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{urI}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta I}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{urI}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zI}^*(\alpha) ds \\ & = -(\sigma_r^\infty - \nu_M \sigma_\theta^\infty) r / E_M \cos 2\theta \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{uzM}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rM}^*(\alpha) ds + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{uzM}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta M}^*(\alpha) ds \\ & + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{uzM}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zM}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{uzI}^{Fr}(\alpha, \psi) \rho_{rI}^*(\alpha) ds \\ & - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{uzI}^{F\theta}(\alpha, \psi) \rho_{\theta I}^*(\alpha) ds - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_{uzI}^{Fz}(\alpha, \psi) \rho_{zI}^*(\alpha) ds \\ & = -\nu_M (\sigma_r^\infty + \sigma_\theta^\infty) z / E_M \cos 2\theta \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, $ds = \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha} d\alpha$, $-d\rho = a \sin \alpha d\alpha$, $d\zeta = b \cos \alpha d\alpha$ である. また, ψ_0 は点 (r, z) における介在物の外向き法線と r 軸とのなす角である. 特異積分方程式の未知関数である $\rho_{rM}^*(\alpha), \rho_{\theta M}^*(\alpha), \rho_{zM}^*(\alpha)$ は次式で定義される $(\rho_{rI}^*(\alpha), \rho_{\theta I}^*(\alpha), \rho_{zI}^*(\alpha))$ も同様.

$$\begin{aligned} \rho_{rM}^*(\alpha) \cos 2\varphi &= \frac{dF_r}{\rho d\phi ds}, \quad \rho_{\theta M}^*(\alpha) \sin 2\varphi = \frac{dF_\theta}{\rho d\phi ds} \\ \rho_{zM}^*(\alpha) \sin 2\varphi &= \frac{-dF_z}{\rho d\phi ds} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで, dF_r, dF_θ, dF_z は, 面積 $\rho d\phi ds$ の微小面素に作用する体積力の合力の r, θ, z 方向の成分である. 式 (1) ~ (4) は仮想境界上における境界条件 $\sigma_{nM} - \sigma_{nI} = 0, \tau_{ntM} - \tau_{ntI} = 0, U_{rM} - U_{rI} = 0, U_{zM} - U_{zI} = 0$ に相当している. 式 (1), (2) はコーシー形, 式 (3), (4) は対数形の特異性を有する項を含んでいる. そのため式 (1), (2) に含まれる積分が特異性を含むときコーシーの主値をとるものとする.

結局問題は式 (1) ~ (4) の未知関数 $\rho_{rM}^*(\alpha) \sim \rho_{zI}^*(\alpha)$ を求めることに帰着される. いま, 基本密度関数を以下のように定義する.

$$\begin{aligned} w_{r3}(\alpha) &= w_{\theta3}(\alpha) = n_r(\alpha), \quad w_{r4}(\alpha) = w_{\theta4}(\alpha) = n_r(\alpha) \sin \alpha \\ w_{z1}(\alpha) &= n_z(\alpha) / \sin \alpha, \quad w_{z2}(\alpha) = n_z(\alpha) \\ n_r(\alpha) &= \frac{b \cos \alpha}{\sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha}}, \\ n_z(\alpha) &= \frac{a \sin \alpha}{\sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha}} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, $w_{r3}(\alpha), w_{\theta3}(\alpha), w_{z1}(\alpha)$ は純粋せん断を受けている回転円体状介在物が単独に存在する場合を厳密に表現する体積力の基本密度関数である.

そして, $\rho_{rM}^*(\alpha) \sim \rho_{zI}^*(\alpha)$ を以下のように基本密度関数と重み関数 $\rho_{r3M}(\alpha)$ 等で表現する.

$$\begin{aligned} \rho_{rM}^*(\alpha) &= \rho_{r3M}(\alpha) w_{r3}(\alpha) + \rho_{r4M}(\alpha) w_{r4}(\alpha) \\ \rho_{\theta M}^*(\alpha) &= \rho_{\theta3M}(\alpha) w_{\theta3}(\alpha) + \rho_{\theta4M}(\alpha) w_{\theta4}(\alpha) \\ \rho_{zM}^*(\alpha) &= \rho_{z1M}(\alpha) w_{z1}(\alpha) + \rho_{z2M}(\alpha) w_{z2}(\alpha) \\ \rho_{rI}^*(\alpha) &= \rho_{r3I}(\alpha) w_{r3}(\alpha) + \rho_{r4I}(\alpha) w_{r4}(\alpha) \\ \rho_{\theta I}^*(\alpha) &= \rho_{\theta3I}(\alpha) w_{\theta3}(\alpha) + \rho_{\theta4I}(\alpha) w_{\theta4}(\alpha) \\ \rho_{zI}^*(\alpha) &= \rho_{z1I}(\alpha) w_{z1}(\alpha) + \rho_{z2I}(\alpha) w_{z2}(\alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

本研究では, 未知関数を連続関数として近似するために次のような表現を用いる.

$$\begin{aligned} \rho_{r3M}(\alpha) &= \rho_{\theta3M}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} a_{nM} t_n(\alpha), \quad \rho_{z1M}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} c_{nM} t_n(\alpha) \\ \rho_{r4M}(\alpha) &= \rho_{\theta4M}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} b_{nM} t_n(\alpha), \quad \rho_{z2M}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} d_{nM} t_n(\alpha) \\ \rho_{r3I}(\alpha) &= \rho_{\theta3I}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} a_{nI} t_n(\alpha), \quad \rho_{z1I}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} c_{nI} t_n(\alpha) \end{aligned}$$

$$\rho_{r4I}(\alpha) = \rho_{\theta4I}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} b_{nI} t_n(\alpha), \rho_{z2I}(\alpha) = \sum_{n=1}^{M/2} d_{nI} t_n(\alpha) \quad (9)$$

ここで、M は $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ の範囲の選点数である。

$$t_n(\alpha) = \cos\{2(n-1)\alpha\} \quad (10)$$

以上の離散化の方法により、特異積分方程式は、係数 $a_{nM}, b_{nM}, c_{nM}, d_{nM}, a_{nI}, b_{nI}, c_{nI}, d_{nI}$ についての4M元の連立方程式に還元される。以上の解析方法により無限体中の2つの等大回転円体状介在物の境界上の応力分布および最大応力を求める。

3 解析結果および考察

本解析では、弾性比 $E_I/E_M = 10^{-5}$ (孔, 空か) および $E_I/E_M = 10^5$ (剛体介在物) の場合について、2次元と3次元問題の応力集中の干渉効果を比較する。なお、弾性比が現実の弾性介在物に近い場合の詳細な検討を今後行う予定である。

3・1 境界に沿った応力分布

列と直角方向に引張った場合(問題B)において、母材と介在物境界に沿った応力 ($\sigma_n, \sigma_t, \sigma_\theta, \tau_{nt}$) の分布を Fig. 3 ~ 6 に示す。ここで、弾性比は $E_I/E_M = 10^{-5}, 10^5$, 形状比は $a/b = 1, b/d = 0.9$ である。図中の破線は、無限板中(無限体中)に円形介在物(球状介在物)が存在する場合の応力分布である。この2次元と3次元問題の応力分布を比較すると、応力集中の数値はいくぶん異なるものの良く似た応力分布になっている。 $E_I/E_M = 10^{-5}$ の場合(Fig. 3, 4)は $\psi = -90^\circ$ での σ_t が最も大きい引張応力であるのでこれに注目する。また、 $E_I/E_M = 10^5$ の場合(Fig. 5, 6)は $\psi = -90^\circ$ で σ_n に干渉効果によって大きな圧縮応力が生じているが、界面の剥離に重要なのは引張応力なので、 $\psi = 0^\circ$ 付近の σ_n の最大引張応力に注目する。なお、列方向に引張った場合(問題A)の応力分布は文献⁵⁾に示している。問題Aの応力分布にも問題Bと同様の傾向があり、干渉効果の比較では、 $E_I/E_M = 10^{-5}$

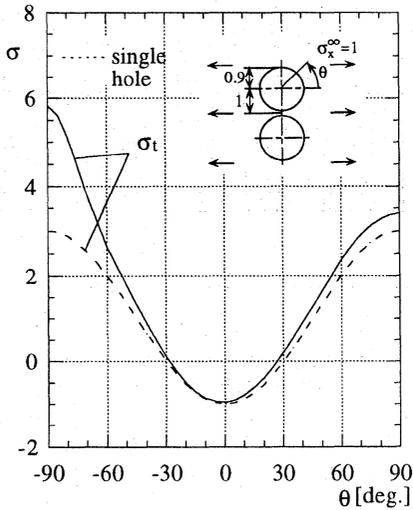


Fig. 3. Stress (σ_t) distribution. ($a/b = 1, a/d = 0.9, \sigma_x^\infty = 0, \sigma_y^\infty = 0, E_I/E_M = 10^{-5}$).

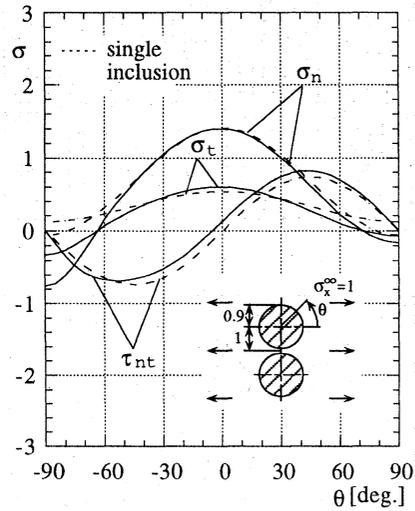


Fig. 5. Stress ($\sigma_n, \sigma_t, \tau_{nt}$) distribution. ($a/b = 1, a/d = 0.9, \sigma_x^\infty = 1, \sigma_y^\infty = 0, E_I/E_M = 10^5$).

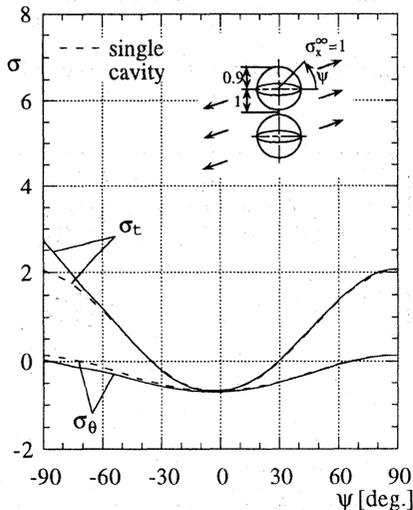


Fig. 4. Stress (σ_t, σ_θ) distribution. ($a/b = 1, a/d = 0.9, \sigma_x^\infty = 1, \sigma_y^\infty = 0, \sigma_z^\infty = 0, E_I/E_M = 10^{-5}$).

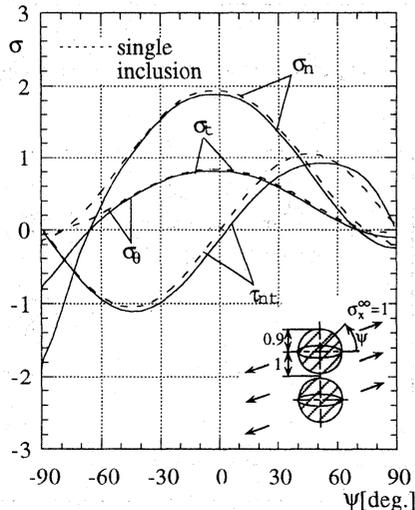


Fig. 6. Stress ($\sigma_n, \sigma_t, \sigma_\theta, \tau_{nt}$) distribution. ($a/b = 1, a/d = 0.9, \sigma_x^\infty = 1, \sigma_y^\infty = 0, \sigma_z^\infty = 0, E_I/E_M = 10^5$).

の場合には σ_t の最大応力に, $E_I/E_M = 10^5$ の場合には σ_n の最大応力に注目する.

3・2 列方向に引張った (問題 A) 場合の干渉効果の比較

形状比が $a/b = 1, 1/2, 2$ の場合, 介在物間の距離 a/d を変化させたときの最大応力の値と発生位置を Table I ~ III に示す. ここで σ_0 は無限板および無限体中に介在物が単独に存在する場合の応力集中係数であり, σ_{max} は a/d を変化させたときの最大応力である. これらの表で, σ_{max} は, $E_I/E_M = 10^{-5}$ の場合 σ_t の最大引張応力であり, $E_I/E_M = 10^5$ の場合 σ_n の最大引張応力である. Table I ~ III 中の干渉効果 σ_{max}/σ_0 を 2 次元 (実線) と 3 次元問題 (破線) とで比較して Fig. 7 ~ 12 に示す. $E_I/E_M = 10^{-5}$ の場合, a/d が大きくなるにつれて最大応

力は小さくなり, 干渉効果はほぼすべての範囲で 2 次元問題のほうが大きくなっている. また, $E_I/E_M = 10^5$ の場合, a/d が大きくなるにつれて最大応力は大きくなり, 干渉効果はほぼすべての範囲で 3 次元問題のほうが大きくなっている.

3・3 列に直角方向に引張った (問題 B) 場合の干渉効果の比較

形状比が $a/b = 1, 1/2, 2$ の場合, 介在物間の距離 a/d を変化させたときの最大応力の値と発生位置を Table IV ~ VI に示す.

Table I ~ III と同様に, σ_{max} は, $E_I/E_M = 10^{-5}$ の場合 σ_t の最大引張応力であり, $E_I/E_M = 10^5$ の場合 σ_n の最大引張応力である. Table IV ~ VI 中の干渉効果を 2 次元 (実線) と 3 次元問題 (破線) とで比較して Fig. 13 ~

Table I. Values and positions of the maximum stress in Fig. 1.

a/b=1		2D				3D		
E_I/E_M	a/d	(deg.)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	(deg.)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	
10^{-5}	0.0	0.0	3.0000	1.0000	0.0	2.0455	1.0000	
	0.2	0.3	2.9268	0.9756	0.1	2.0384	0.9965	
	0.5	3.2	2.7146	0.9049	1.2	1.9799	0.9679	
	0.7	4.8	2.6418	0.8806	2.7	1.9325	0.9448	
	0.8	5.3	2.6233	0.8744	3.3	1.9147	0.9361	
	0.9	5.6	2.6114	0.8704	3.8	1.9002	0.9290	
10^5	0.0	± 90.0	1.4778	1.0000	± 90.0	1.9838	1.0000	
	0.2	-90.0	1.5031	1.0172	-90.0	1.9474	0.9817	
	0.5	-90.0	1.7264	1.1682	-90.0	2.1740	1.0959	
	0.7	-90.0	2.1932	1.4841	-90.0	2.9689	1.4966	
	0.8	-90.0	2.6901	1.8203	-90.0	4.0929	2.0632	
	0.9	-90.0	3.7657	2.5482	-90.0	7.2760	3.6678	

Table II. Values and positions of the maximum stress in Fig. 1.

a/b=1/2		2D				3D		
E_I/E_M	a/d	(deg.)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	(deg.)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	
10^{-5}	0.0	0.0	5.0000	1.0000	0.0	3.3130	1.0000	
	0.2	0.5	4.6801	0.9360	0.1	3.2603	0.9841	
	0.5	2.4	4.2352	0.8470	1.6	3.0219	0.9121	
	0.7	3.0	4.1510	0.8302	2.4	2.9266	0.8834	
	0.8	3.2	4.1302	0.8260	2.7	2.8940	0.8735	
	0.9	3.2	4.1181	0.8236	2.9	2.8677	0.8656	
10^5	0.0	± 90.0	1.2056	1.0000	± 90.0	1.3784	1.0000	
	0.2	-90.0	1.2463	1.0338	-90.0	1.4180	1.0287	
	0.5	-90.0	1.5439	1.2806	-90.0	2.0891	1.5156	
	0.7	-90.0	1.9622	1.6276	-90.0	3.8767	2.8125	
	0.8	-90.0	2.3163	1.9213	-90.0	6.1969	4.4957	
	0.9	-90.0	3.0274	2.5111	-90.0	13.040	9.4602	

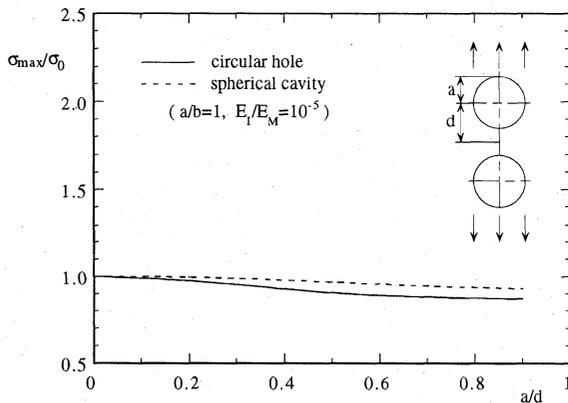


Fig. 7. Comparison of the interaction effect in Fig. 1.

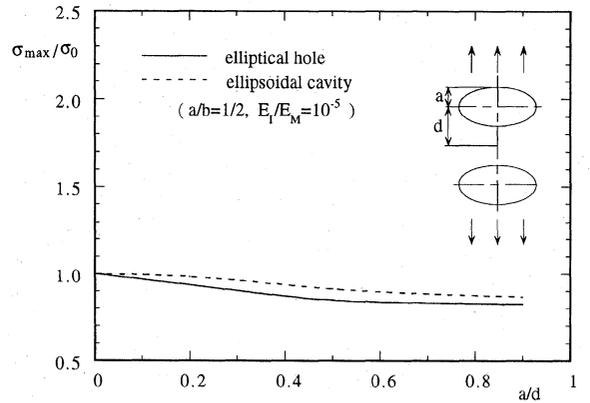


Fig. 9. Comparison of the interaction effect in Fig. 1.

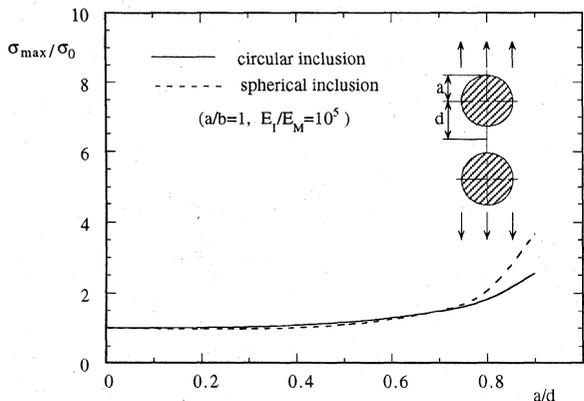


Fig. 8. Comparison of the interaction effect in Fig. 1.

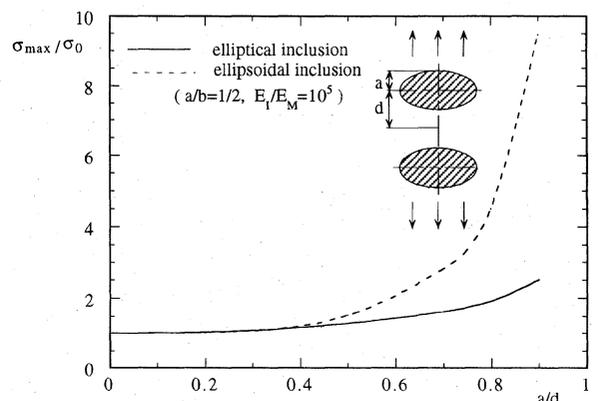


Fig. 10. Comparison of the interaction effect in Fig. 1.

18に示す。 $E_I/E_M = 10^{-5}$ の場合、 a/d が大きくなるにつれて最大応力は大きくなり、干渉効果はほぼすべての範囲で2次元問題のほうが大きくなっている。また、 $E_I/E_M = 10^5$ の場合、 a/d が大きくなるにつれて最大応力は小さくなり、干渉効果はほぼすべての範囲で2次元問題のほうが大きくなっている。

4 結 言

本研究では、体積力法の特異積分方程式を利用して無限板中の2個のだ円形介在物、および無限体中の2個の回転だ円体状介在物の干渉問題を列方向の引張（問題A）と列に直角方向の引張（問題B）問題についてそれぞれ解析した。介在物間の距離および母材と介在物の弾性比を変化させて、母材と介在物境界上の正確な応力分布を求め図表に示した。さらに得られた応力分布をもとに、2

次元と3次元の問題の応力集中の干渉効果について比較検討した。この得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1) 無限板中の2だ円孔と無限体中の2だ円体状空かの干渉問題において、界面の接線方向の最大応力 σ_t に注目して応力集中の干渉効果を比較した。問題Aでは a/d のほぼ全範囲で2次元問題のほうが3次元問題よりも5%程度干渉効果が大きく現れる。また、問題Bでは、 $a/d > 0.4$ の範囲で2次元問題の方が3次元問題よりも干渉効果が大きく現れ、 $a/d = 0.9$ では50%の程度の差になる。

(2) 無限板中の2だ円形剛体介在物と無限体中の2だ円体状剛体介在物の干渉問題において、界面の接線方向応力 σ_n に注目して応力集中の干渉効果を比較した。

Table III. Values and positions of the maximum stress in Fig. 1.

a/b=2		2D				3D		
E_I/E_M	a/d	(deg)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	(deg)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	
10^{-5}	0.0	0.0	2.0000	1.0000	0.0	1.4403	1.0000	
	0.2	0.3	1.9817	0.9909	0.0	1.4395	0.9994	
	0.5	3.6	1.9057	0.9529	0.7	1.4285	0.9918	
	0.7	6.9	1.8578	0.9289	2.3	1.4131	0.9811	
	0.8	8.1	1.8426	0.9213	3.2	1.4051	0.9756	
	0.9	8.9	1.8328	0.9164	4.1	1.3981	0.9707	
10^5	0.0	± 90.0	2.0222	1.0000	± 90.0	3.2798	1.0000	
	0.2	-90.0	2.0351	1.0064	-90.0	3.2958	1.0049	
	0.5	-90.0	2.2306	1.1031	-90.0	3.5262	1.0751	
	0.7	-90.0	2.6658	1.3183	-90.0	4.3390	1.3229	
	0.8	-90.0	3.2076	1.5862	-90.0	5.6877	1.7342	
	0.9	-90.0	4.6185	2.2839	-90.0	10.637	3.2431	

Table IV. Values and positions of the maximum stress in Fig. 2.

a/b=1		2D			3D		
E_I/E_M	a/d	(deg.)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0	(deg.)	σ_{max}	σ_{max}/σ_0
10^{-5}	0.	-90.0	3.0000	1.0000	-90~90	2.0455	1.0000
	0.2	-90.0	2.9999	0.9990	-90.0	2.0462	1.0003
	0.5	-90.0	3.0224	1.0065	-65.0	2.0599	1.0070
	0.7	-90.0	3.3830	1.1266	-90.0	2.1569	1.0545
	0.8	-90.0	4.0393	1.3451	-90.0	2.2303	1.0903
	0.9	-90.0	5.8182	1.9375	-90.0	2.7773	1.3578
10^5	0.	0.0	2.0281	1.0000	0.0	2.5574	1.0000
	0.2	0.0	2.0198	0.9982	0.0	2.5586	0.9999
	0.5	0.0	1.9416	0.9831	0.0	2.5138	0.9965
	0.7	0.0	1.8714	0.9616	0.0	2.4662	0.9882
	0.8	0.0	1.8412	0.9492	0.0	2.4348	0.9819
	0.9	0.0	1.8178	0.9492	0.0	2.4118	0.9744

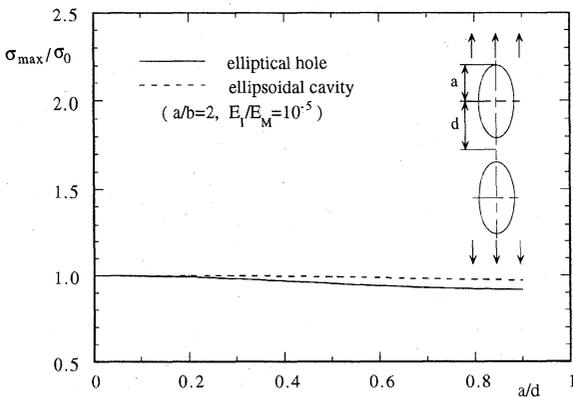


Fig. 11. Comparison of the interaction effect in Fig. 1.

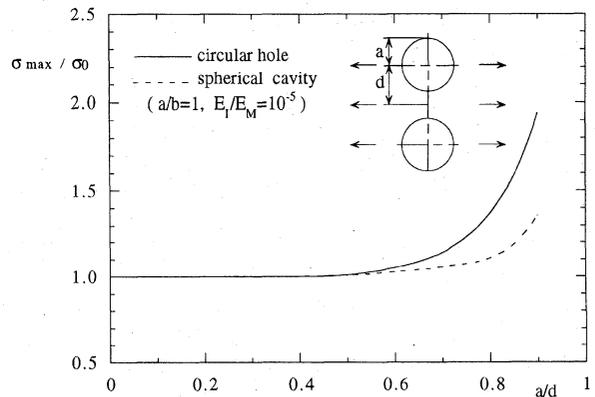


Fig. 13. Comparison of the interaction effect in Fig. 2.

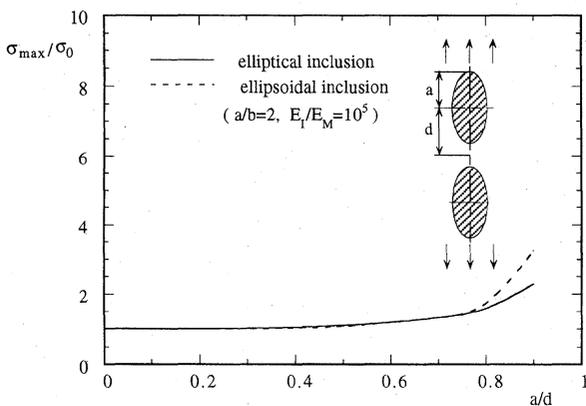


Fig. 12. Comparison of the interaction effect in Fig. 1.

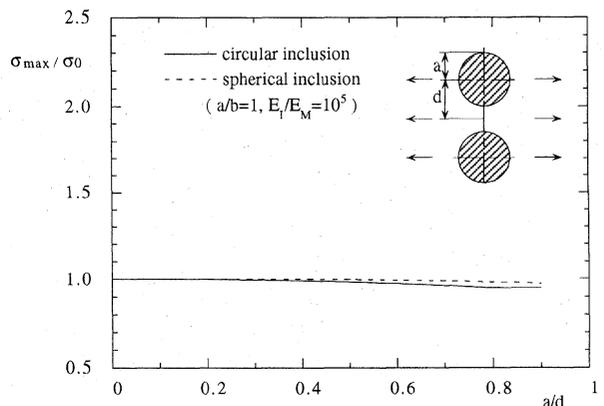


Fig. 14. Comparison of the interaction effect in Fig. 2.

Table V. Values and positions of the maximum stress in Fig. 2.

E _I /E _M	2D				3D		
	a/d	(deg.)	σ _{max}	σ _{max} /σ ₀	(deg.)	σ _{max}	σ _{max} /σ ₀
10 ⁻⁵	0.	90.0	2.0000	1.0000	90.0	1.6596	1.0000
	0.2	90.0	1.9998	0.9997	89.0	1.6594	0.9999
	0.5	-90.0	2.0614	1.0304	-58.0	1.6748	1.0092
	0.7	-90.0	2.5919	1.2956	-90.0	1.8858	1.1363
	0.8	-90.0	3.1708	1.5850	-90.0	2.1714	1.3084
	0.9	-90.0	4.4680	2.2334	-90.0	2.7780	1.6739
10 ⁵	0.	0.0	2.0281	1.0000	0.0	2.5574	1.0000
	0.2	0.0	2.0198	0.9959	0.0	2.5586	1.0005
	0.5	0.0	1.9416	0.9573	0.0	2.5138	0.9829
	0.7	0.0	1.8714	0.9227	0.0	2.4662	0.9643
	0.8	0.0	1.8412	0.9079	0.0	2.4348	0.9521
	0.9	0.0	1.8178	0.8963	0.0	2.4118	0.9431

Table VI. Values and positions of the maximum stress in Fig. 2.

E _I /E _M	2D				3D		
	a/d	(deg.)	σ _{max}	σ _{max} /σ ₀	(deg.)	σ _{max}	σ _{max} /σ ₀
10 ⁻⁵	0.	90.0	5.0000	1.0000	0.0	2.4803	1.0000
	0.2	-90.0	5.0331	1.0031	0.0	2.4806	1.0001
	0.5	-90.0	5.1486	1.0261	-7.0	2.4845	1.0017
	0.7	-90.0	5.4729	1.0907	-61.0	2.4979	1.0071
	0.8	-90.0	6.0187	1.1995	-43.0	2.5240	1.0176
	0.9	-90.0	7.9341	1.5813	-18.0	2.6363	1.0629
10 ⁵	0.	0.0	1.2058	1.0000	0.0	1.6523	1.0000
	0.2	0.0	1.2048	0.9992	0.0	1.6523	1.0000
	0.5	0.0	1.1981	0.9936	0.0	1.6519	0.9997
	0.7	0.0	1.1873	0.9847	0.0	1.6502	0.9987
	0.8	0.0	1.1791	0.9779	0.0	1.6484	0.9977
	0.9	0.0	1.1687	0.9692	0.0	1.6459	0.9961

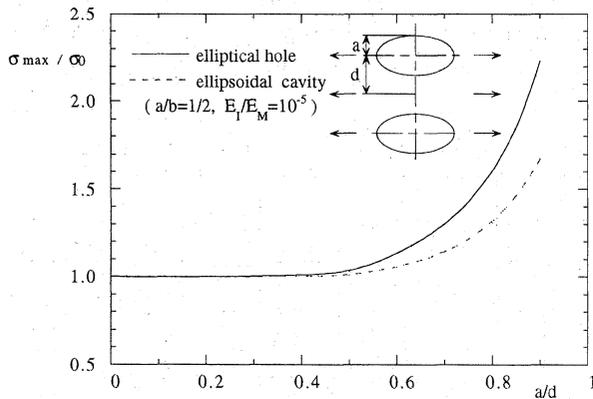


Fig. 15. Comparison of the interaction effect in Fig. 2.

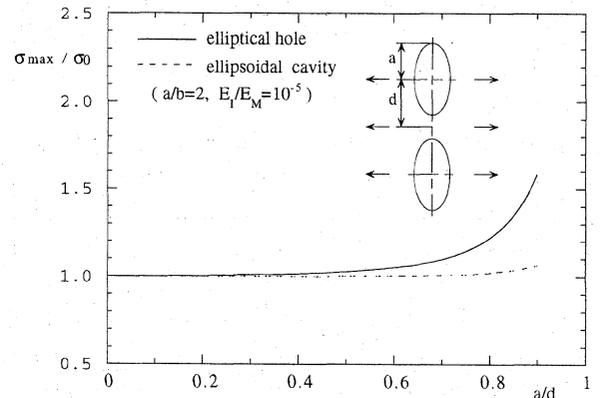


Fig. 17. Comparison of the interaction effect in Fig. 2.

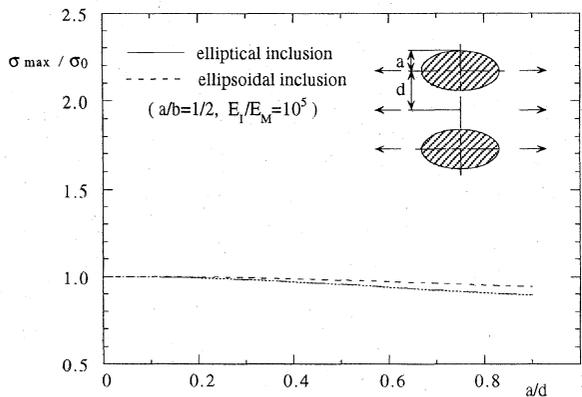


Fig. 16. Comparison of the interaction effect in Fig. 2.

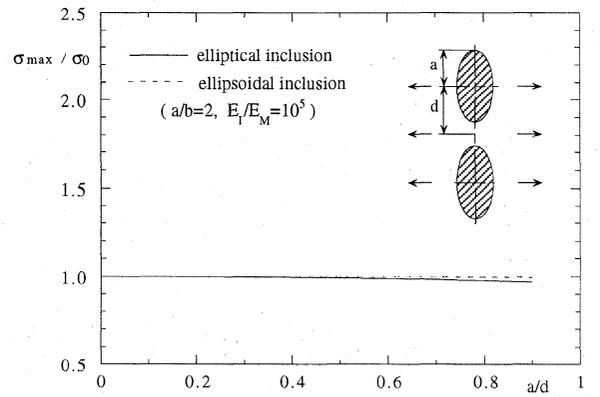


Fig. 18. Comparison of the interaction effect in Fig. 2.

問題 A の場合は、 $a/d > 0.7$ の範囲で 3 次元問題の方が干渉効果が大きく現れる。一方、問題 B の場合は、 a/d のほぼ全範囲で 2 次元問題のほうが 3 次元問題よりも 5% 程度干渉効果が大きく現れる。

参 考 文 献

- 野田尚昭, 松尾忠利, 日本機械学会論文集, A-58, 2179 (1992).
- 野田尚昭, 松尾忠利, 日本機械学会論文集, A-59, 785 (1993).
- 野田尚昭, 松尾忠利, 日本機械学会論文集, A-59, 1964 (1993).
- 野田尚昭・松尾忠利, 原田昭治, 中村資生, 日本機械学

会論文集, A-61, 965 (1995).

- 野田尚昭, 松尾忠利, 金子 尊, 九州工業大学研究報告, 68, 19 (1996).
- 土田栄一郎, 日本機械学会誌, 79, 71 (1975).
- 土田栄一郎, 中原一郎, 日本機械学会論文集, 42, 377 (1976).
- 野田尚昭, 泊 賢治, 松尾忠利, 日本機械学会論文集, A-64, 143 (1998).
- 西谷弘信, 陳 玳珩, “体積力法 (重ね合わせの原理による数値解析法)”, p.89 (1987) 培風館.
- 西谷弘信, 日本機械学会誌, 70, 627 (1967).