

異種材料接合界面に接する3次元長方形き裂の
一般化応力拡大係数の解析*秦 太 験^{*1}, 野 田 尚 昭^{*2}Generalized Stress Intensity Factors of a Three-Dimensional
Rectangular Crack Meeting at an InterfaceTaiyan QIN and Nao-Aki NODA^{*3}^{*3} Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology,
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka, 804-8550 Japan

In this paper, generalized stress intensity factors of a three-dimensional rectangular crack meeting at an interface is analyzed. The body force method is applied to formulate the problem as a hypersingular integral equation where unknown function is a crack opening displacement. According to the behavior of the crack opening displacement near the crack front, the numerical method of the hypersingular integral equation is proposed, where the displacement is approximated by the product of fundamental density functions and polynomials. The calculation shows that the present method gives highly satisfied boundary conditions and rapidly converging numerical results. Generalized stress intensity factors are given for various combinations of the crack shape and elastic ratios.

Key Words: Elasticity, Stress Intensity Factor, Body Force Method, Crack, Composite Material, Rectangular Crack, Crack Meeting at an Interface

1. 緒 言

近年、複合材料等の新しい材料の使用が、各種工業分野に広がることに伴って、異種材料接合界面近傍のき裂の破壊力学的研究が多くなされている^{(1)~(3)}が、それらの大部分は2次元問題の解析にとどまっている。しかし、実際のき裂や欠陥の多くは3次元的な寸法を有するので、それらを2次元モデルで近似した場合にどの程度誤差が生じるか明確ではない。そこで著者らはさきに、Lee-Keer⁽²⁾ およびChen-Tang⁽⁴⁾ らが用いた表現を拡張して、まず異種材料界面に垂直に接する3次元き裂問題がより一般的な混合モード荷重を受ける問題を、体積力法の特異積分方程式で表現した⁽⁵⁾。一般に、3次元問題に関しては、数学的な困難から、有効な解析手法は少ない。例えば、Lee-Keer⁽²⁾ は、異種接合界面に接する半だ円き裂がモードI荷重を受ける問題を、体積力法の特異積分方程式で表現し解析を行っている、しかし、界面に接する側のき裂先端近傍での特異応力場の考察はなされておらず、従って、その特

異応力の強さを示す一般化応力拡大係数は与えられていない。

そこで本研究では、体積力法の特異積分方程式の未知関数を基本密度と多項式で近似する方法^{(6)~(8)}を用いて、異種接合界面に接する3次元長方形き裂の問題を解析する。そして界面に接するき裂先端の精度の高い滑らかな一般化応力拡大係数の分布を求め、2次元問題の解⁽³⁾と比較するとともに、き裂の形状比や材料の剛性比が一般化応力拡大係数に与える影響を考察する。

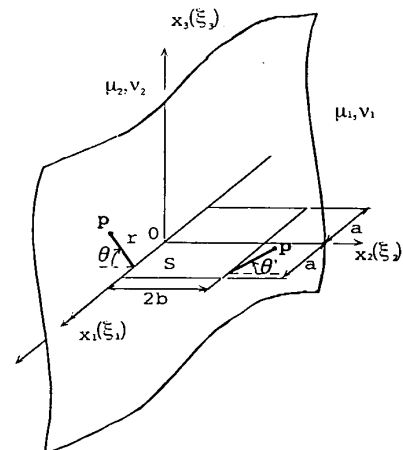


Fig. 1 Problem configuration

* 原稿受付 2001年5月17日.

^{*1} China Agricultural University (Beijing 100083, P. R. China) (元:九州工業大学工学部).^{*2} 正員,九州工業大学工学部(☎804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1).

E-mail: noda@mech.kyutech.ac.jp

2. 異種材料接合界面に垂直に接する3次元き裂の特異積分方程式

図1のように x_1x_3 平面を接合界面とする接合無限体の、右側の材料1の横弾性係数とポアソン比を (μ_1, ν_1) 、左側の材料2の横弾性係数とポアソン比を (μ_2, ν_2) とする。いま、 x_1x_3 平面に接する3次元長方形き裂が x_1x_2 平面上に存在し、き裂面に応力 $\sigma_{33}(\mathbf{x}) = -p(\mathbf{x})$ を受けるものとする。体積力法の考え方によれば問題は式(1)、(2)の特異積分方程式で表現できる^{(2)・(5)}。

$$\frac{\mu_1}{\pi(\kappa_1 + 1)} \int_S \left[\frac{1}{r_1^3} + K_0(\mathbf{x}, \xi) \right] \bar{u}_3(\xi) dS(\xi) = -p(\mathbf{x}) \quad \dots (1)$$

$$K_0(\mathbf{x}, \xi) = \frac{2S(\kappa_1 + 1) - 3A(\kappa_1^2 - 2\kappa_1 + 3)}{2r_2^3} + \frac{3A[12x_2\xi_2 - (3 - \kappa_1)(\kappa_1 - 1)(x_2 + \xi_2)^2]}{2r_2^5} + \dots (2)$$

$$\frac{3(B - 2S + 2A\kappa_1 + A\kappa_1^2 - 2S\kappa_1)}{2r_2r_3^2}$$

ここで、

$$r_1 = [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad r_2 = [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 + \xi_2)^2]^{\frac{1}{2}},$$

$$r_3 = r_2 + x_2 + \xi_2, \quad A = (\mu_1 - \mu_2)/(\mu_1 + \kappa_1\mu_2), \quad B = (\kappa_2\mu_1 - \kappa_1\mu_2)/(\mu_2 + \kappa_2\mu_1),$$

$$S = (\mu_1 - \mu_2)/(\mu_1 + \mu_2), \quad \kappa_1 = 3 - 4\nu_1, \quad \kappa_2 = 3 - 4\nu_2$$

である。また、 $\bar{u}_3 = u_3^+ - u_3^-$ はき裂上下面の変位差(または食違い)であり、 \int_S は発散積分の有限部分を表す。そして、異種接合界面に接するき裂先端($x_2 = 0$)での一般化応力拡大係数は次式で表される。

$$K_{I,\lambda} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{33}(r, \theta) \Big|_{\theta=0} (2r)^{1-\lambda}$$

$$= \lim_{\xi_2 \rightarrow 0} \frac{2\mu_1 \lambda [2 - A - B + 2\lambda(A - B)] \bar{u}_3}{(\kappa_1 + 1) \sin(\lambda\pi) (2r)^\lambda} \quad (x_2 = 0) \quad \dots (3)$$

ここで、 λ はき裂が異種接合界面に垂直に接する問題の特性方程式の解^{(1)・(3)}である。本論文では $x_2 = 2b$ で定義される通常の応力拡大係数⁽⁹⁾についても議論する。

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{33}(r, \theta) \Big|_{\theta=0} \sqrt{2r} \quad (x_2 = 2b) \quad \dots (4)$$

3. 体積力法の特異積分方程式の数値解析法

き裂先端近傍のき裂開口変位の挙動を考えて、長方形き裂のき裂開口変位を以下のように表現する。

$$\bar{u}_3(\xi_1, \xi_2) = F(\xi_1, \xi_2) \xi_2^\lambda \sqrt{(a^2 - \xi_1^2)(2b - \xi_2)} \quad \dots (5)$$

結局、き裂開口変位 \bar{u}_3 は重み関数 $F(\xi_1, \xi_2)$ を求めることに帰する。ここで、 $F(\xi_1, \xi_2)$ を以下のおく。

$$F(\xi_1, \xi_2) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N a_{mn} \xi_1^m \xi_2^n \quad \dots (6)$$

ここで、 a_{mn} は境界条件より求める未知係数である。式(5)、(6)を式(1)に代入して、次の a_{mn} を未知数とする連立方程式を得る。

$$\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N a_{mn} I_{mn}(x_1, x_2) = -\frac{\pi(\kappa_1 + 1)}{\mu_1} p(x_1, x_2) \quad \dots (7)$$

ここで、

$$I_{mn}(x_1, x_2) = I_{mn}^1(x_1, x_2) + I_{mn}^2(x_1, x_2) \quad \dots (8)$$

$$I_{mn}^1(x_1, x_2) = \int_S \frac{1}{r_1^3} \xi_1^m \xi_2^{n+\lambda} \sqrt{(a^2 - \xi_1^2)(2b - \xi_2)} d\xi_1 d\xi_2 \quad \dots (9)$$

$$I_{mn}^2(x_1, x_2) = \int_S K_0(\mathbf{x}, \xi) \xi_1^m \xi_2^{n+\lambda} \sqrt{(a^2 - \xi_1^2)(2b - \xi_2)} d\xi_1 d\xi_2 \quad \dots (10)$$

式(10)の積分は特異性がないので通常の数値積分によって容易に求める。一方、式(9)の積分は特異性があるので、特別に考慮する必要がある。図2に示す極座標 $\xi_1 - x_1 = r_1 \cos \theta_1$ 、 $\xi_2 - x_2 = r_1 \sin \theta_1$ を用いれば被積分関数は以下のように表現できる^{(6)・(7)}。

$$\xi_1^m \xi_2^{n+\lambda} \sqrt{(a^2 - \xi_1^2)(2b - \xi_2)} = D_0(x_1, x_2) + D_1(x_1, x_2, \theta_1)r_1 + D_2(x_1, x_2, r_1, \theta_1)r_1^2 \quad \dots (11)$$

ここで、 $D_0(x_1, x_2)$ 、 $D_1(x_1, x_2, \theta_1)$ 、 $D_2(x_1, x_2, r_1, \theta_1)$ は被積分関数の構成要素より求めることができる。よって式(9)は、以下のように計算できる。

$$I_{mn}^1(x_1, x_2) = \int_0^{2\pi} \left[-\frac{D_0(x_1, x_2)}{R(\theta_1)} + D_1(x_1, x_2, \theta_1) \ln R(\theta_1) + \int_0^{R(\theta_1)} D_2(x_1, x_2, r_1, \theta_1) dr_1 \right] d\theta \quad \dots (12)$$

ここで、 $R(\theta_1)$ は図2に示すように注目点 (x, y) とき裂境界との距離を表す。以上の方法によって応力拡大係数は以下のように求まる。

$$K_{I,\lambda} = \frac{\mu_1 \lambda [2 - (1 - 2\lambda)A - (1 + 2\lambda)B]}{(\kappa_1 + 1) \sin(\lambda\pi)} 2^{1-\lambda} \sqrt{2b(a^2 - x_1^2)} F(x_1, 0) \quad \dots (13)$$

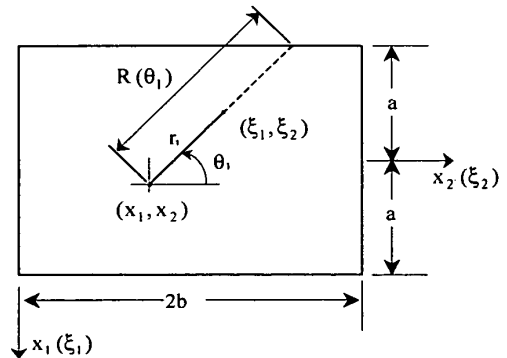


Fig. 2 Change of integral parameter from (ξ, η) to (r, θ)

4. 解析結果及び考察

上述の方法によって、界面に接する長方形き裂（図1）が遠方で材料1に σ_{33}^{∞} を受ける場合を解析した。数値積分には二重指数関数型積分公式等のサブルーチンを利用した。得られた結果を示すため以下の無次元表示を用いた。

$$F_{I,\lambda} = K_{I,\lambda} / (\sigma_{33}^{\infty} b^{1-\lambda}) \quad (x_2 = 0 \text{ のとき}) \quad \dots (14.a)$$

$$F_{I,\lambda}^* = K_{I,\lambda} / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{\text{area}}^{1-\lambda}) \quad (x_2 = 0 \text{ のとき}) \quad \dots (14.b)$$

$$F_I = K_I / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{b}) \quad (x_2 = 2b \text{ のとき}) \quad \dots (14.c)$$

$$F_I^* = K_I / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{\text{area}}) \quad (x_2 = 2b \text{ のとき}) \quad \dots (14.d)$$

ここで、 area はき裂面積であり、 $\text{area} = 4ab$ ($a < 5b$ のとき)、 $\text{area} = 20b^2$ ($a \geq 5b$ のとき) である。また、本論文では $a \geq b$ の場合を取扱った。本研究ではこれまで困難であった3次元き裂の、界面に接する側での一般的な応力拡大係数を、前章までに示した解析法に従って、正確に求めた。その数値結果は、境界条件を考察する点の数や、未知数を近似する多項式の次数に依存

する。以下では、まず境界条件の満足度を調べるほか、これまで得られている結果と十分に比較して、結果の信頼性を確認する。

4.1 境界条件の満足度と解の収束性 図3に $a/b = 1$, $\mu_2/\mu_1 = 2$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ の場合のき裂となる境界上における境界条件の満足度を示す。これらはき裂となる境界上の 20×20 の選点において残留する応力が最小となるように最小2乗法によって式(7)の係数 a_{mn} を決めて得られたものである^{(9)~(11)}。残留する応力 σ_{33} は、 $M = N = 9$ で 4.5×10^{-4} 以下であり、 $M = N = 11$ で 3.3×10^{-5} 以下、 $M = N = 13$ で 1.4×10^{-5} 以下となる。すなわち、 M と N の増加に伴って高い境界条件の満足度が得られていることがわかる。

次に、材料1, 2が等しいとき、つまり $\mu_2/\mu_1 = 1$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ のとき、境界に沿った応力拡大係数の収束性をさきの報告⁽⁷⁾と比較して示す。表1は選点数が 20×20 、表2は選点数が 30×30 の場合である。いずれも良好な収束性が得られている。結局、選点数 20×20 、 $M = N = 9$ 程度で有効数字4桁程度の十分な精度が得られることがわかる。表3と表

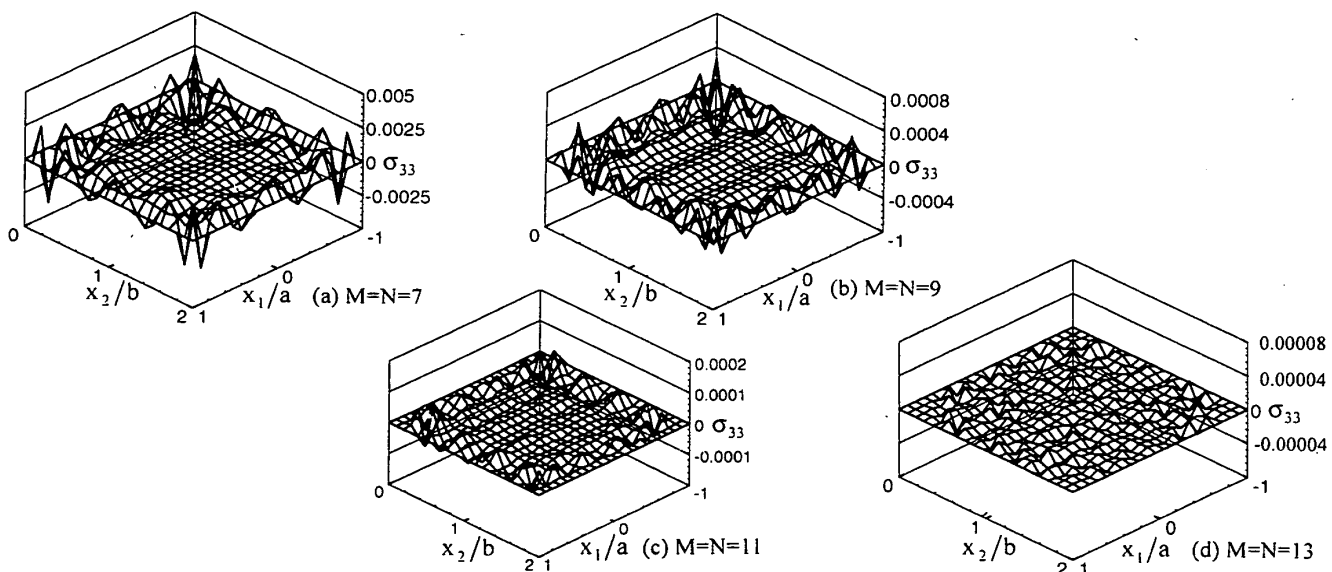
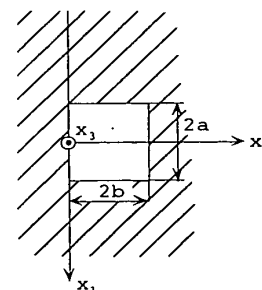


Fig. 3 Compliance of boundary condition $\sigma_{33} = 0$ when $a/b=1$, $\mu_2/\mu_1 = 2$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, Collocation points 20×20

Table 1 Convergence of dimensionless stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ ($\lambda = 0.5$) with increasing the polynomial exponents $M=N$ ($x_2 = 0$, $a/b = 1$, $\mu_2/\mu_1 = 1$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, Collocation points 20×20)

x_1/a	0/11	1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11	8/11	9/11	10/11
M=7	0.7527	0.7512	0.7465	0.7381	0.7252	0.7069	0.6825	0.6511	0.6099	0.5504	0.4431
M=8	0.7536	0.7518	0.7464	0.7374	0.7245	0.7067	0.6829	0.6512	0.6092	0.5504	0.4493
M=9	0.7536	0.7518	0.7464	0.7374	0.7244	0.7067	0.6829	0.6512	0.6092	0.5503	0.4493
M=10	0.7534	0.7517	0.7465	0.7376	0.7245	0.7065	0.6827	0.6511	0.6088	0.5499	0.4523
M=11	0.7534	0.7517	0.7466	0.7376	0.7245	0.7065	0.6827	0.6511	0.6087	0.5499	0.4520
Wang[7]	0.7534	0.7517	0.7465	0.7376	0.7245	0.7066	0.6828	0.6512	0.6086	0.5492	0.4536



4に、それぞれ $\mu_2/\mu_1 = 0.001$ と $\mu_2/\mu_1 = 10$ の場合の収束性を示す。これらの場合にも良好な収束性が得られていることがわかる。

4・2 2次元問題との比較 き裂形状比 $a/b \rightarrow \infty$ のとき本解析結果は2次元問題の陳・西谷の解⁽³⁾と一致するはずである。そこで、 $a/b = 8$ で、 $M = N = 9$ 、選点数 20×20 の場合において、無次元化応力拡大係数 F_I の最大値の結果 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ のときを比較して表5に示す。ここで、2次元問題におけるパラメータ α, β で結果をまとめた。

$$\alpha = [\mu_1(\kappa_2 + 1) - \mu_2(\kappa_1 + 1)] / [\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)],$$

$$\beta = [\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)] / [\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)],$$

$$\kappa_1 = 3 - 4\nu_1, \quad \kappa_2 = 3 - 4\nu_2 \quad \dots (15)$$

$\alpha \rightarrow 1$ で $a/b = 8$ と $a/b \rightarrow \infty$ の結果の差はやや大きいですが、最大でも誤差3.9%で一致している。つまり、 $a/b = 8$ の最大値は誤差3.9%以下で2次元とみなして評価できる。以下で参考のため $a/b \rightarrow \infty$ の結果も示した。

Table 2 Convergence of dimensionless stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ ($\lambda = 0.5$) with increasing the polynomial exponents $M=N$ ($x_2 = 0, a/b = 1, \mu_2/\mu_1 = 1, \nu_1 = \nu_2 = 0.3, Collocation points 30 \times 30$)

x_1/a	0/11	1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11	8/11	9/11	10/11
M=7	0.7522	0.7508	0.7466	0.7356	0.7258	0.7072	0.6823	0.6502	0.6091	0.5512	0.4473
M=8	0.7539	0.7519	0.7463	0.7371	0.7242	0.7068	0.6833	0.6513	0.6085	0.5498	0.4519
M=9	0.7539	0.7519	0.7463	0.7371	0.7242	0.7068	0.6833	0.6513	0.6085	0.5498	0.4519
M=10	0.7533	0.7517	0.7466	0.7377	0.7245	0.7064	0.6827	0.6514	0.6087	0.5491	0.4535
M=11	0.7533	0.7517	0.7466	0.7377	0.7245	0.7064	0.6827	0.6514	0.6087	0.5491	0.4535

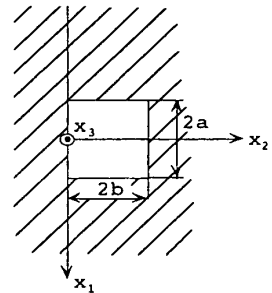


Table 3 Convergence of stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ and F_I for $a/b = 1, \mu_2/\mu_1 = 0.001, \nu_1 = \nu_2 = 0.3, M=N, Collocation points 20 \times 20$ at $x_1 = 0$

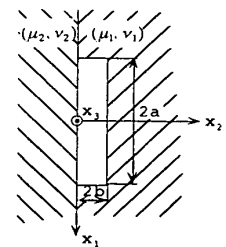
	$F_{I,\lambda} (x_2 = 0)$	$F_I (x_2 = 2b)$
M=6	0.001524	0.8076
M=7	0.001524	0.8075
M=8	0.001523	0.8085
M=9	0.001523	0.8086

Table 4 Convergence of stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ and F_I for $a/b = 1, \mu_2/\mu_1 = 10, \nu_1 = \nu_2 = 0.3, M=N, Collocation points 20 \times 20$ at $x_1 = 0$

	$F_{I,\lambda} (x_2 = 0)$	$F_I (x_2 = 2b)$
M=6	2.352	0.7281
M=7	2.345	0.7302
M=8	2.343	0.7293
M=9	2.342	0.7307

Table 5 Dimensionless stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ for $a/b=8$ and $a/b=\infty$ (Chen-Nisitani[3]) at $x_1 = 0, x_2 = 0$

β		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
$\alpha = -0.95$	a/b=8	7.79	3.38	2.45	1.78	1.36				
	a/b= ∞	7.78	3.77	2.46	1.79	1.39				
	(a/b=8)/(a/b= ∞)	1.000	0.897	0.996	0.994	0.978				
$\alpha = -0.65$	a/b=8	6.60	3.40	2.263	1.66	1.29				
	a/b= ∞	6.73	3.39	2.254	1.67	1.30				
	(a/b=8)/(a/b= ∞)	0.981	1.000	1.000	0.994	0.992				
$\alpha = 0.05$	a/b=8			1.45	1.16	0.985	0.825	0.708		
	a/b= ∞			1.47	1.17	0.967	0.818	0.701		
	(a/b=8)/(a/b= ∞)			0.986	0.991	1.019	1.009	1.010		
$\alpha = 0.65$	a/b=8					0.424	0.393	0.365	0.343	0.327
	a/b= ∞					0.434	0.400	0.373	0.351	0.331
	(a/b=8)/(a/b= ∞)					0.978	0.983	0.979	0.977	0.988
$\alpha = 0.95$	a/b=8					0.074	0.073	0.072	0.073	0.075
	a/b= ∞					0.077	0.075	0.074	0.076	0.078
	(a/b=8)/(a/b= ∞)					0.961	0.973	0.973	0.961	0.962



$$\alpha = \frac{\mu_1(\kappa_2 + 1) - \mu_2(\kappa_1 + 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)}$$

$$\beta = \frac{\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)}$$

$$\kappa_1 = 3 - 4\nu_1, \quad \kappa_2 = 3 - 4\nu_2$$

比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ として、き裂形状比 a/b および剛性比 μ_2/μ_1 を変化させた場合の界面に接する $x_1 = 0, x_2 = 0$ での一般化応力拡大係数の最大値を表8と図4に示す。また、 $x_1 = 0, x_2 = 2b$ での応力拡大係数を表9と図5に示す。表8, 9には、 \sqrt{area} パラメータ⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾で整理した値 $F_{I,\lambda}^*$ も示す。表8, 9には長方形の形状比 $a/b = 1 \sim \infty$ の結果、ならびに $a/b = 1$ の結果と $a/b \rightarrow \infty$ の結果の比を示す。その比の値はたとえば表8で、 $F_{I,\lambda}$ の比 = $0.441 \sim 0.894 \approx 1.0$ となっているのに対して $F_{I,\lambda}^*$ の比

= $0.917 \sim 1.135 \approx 1.0$ であり、 $F_{I,\lambda}^*$ に及ぼすき裂形状比 a/b の影響が小さいことがわかる(但し、 $\mu_2/\mu_1 \geq 10$ ではむしろ $F_{I,\lambda}$ の比の方がやや1に近い)。よって、 $F_{I,\lambda}^*$ の平均値を用いれば、長方形以外の他のき裂の評価にも応用できるものと考えられる。図6, 7に形状比 a/b と剛性比 μ_2/μ_1 を変化させたときの異材接合界面に沿う応力拡大係数の分布を示す。 $a/b \rightarrow \infty$ と $a/b = 8$ は $x_1/a \leq 0.5$ で誤差1%程度以下で一致している。

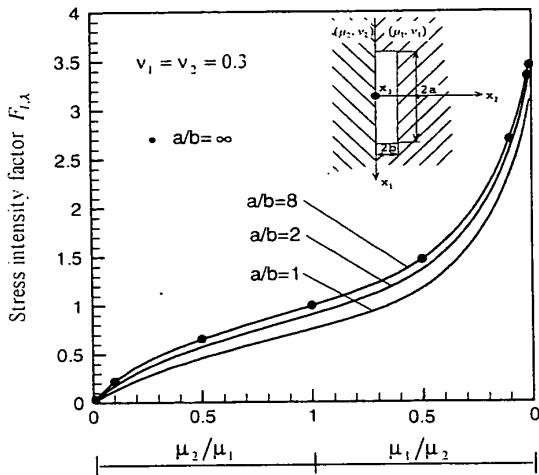


Fig. 4 Stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ at the center of the crack front on the interface ($x_2 = 0$)

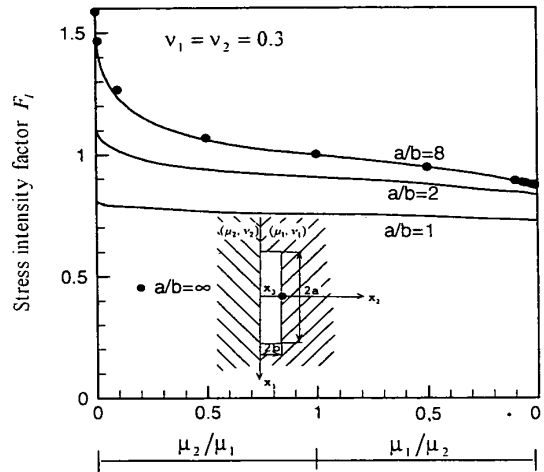


Fig. 5 Stress intensity factor F_I at the center of the inner crack front ($x_2 = 2b$)

Table 6 Dimensionless stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ ($\lambda = 0.5$) for $\mu_2/\mu_1 = 1, \nu_1 = \nu_2 = 0.3$ at $x_1 = 0, x_2 = 0$

a/b	1	2	4	5	8	10	∞
Present	0.753	0.906	0.977	0.987	0.995	0.999	1.000
Wang[7]	0.753	0.906	0.977	—	0.995	—	—
Isida[11]	0.756	0.907	0.977	—	0.995	—	—

Table 7 Dimensionless stress intensity factor F_I for $\mu_2/\mu_1 = 1, \nu_1 = \nu_2 = 0.3$ at $x_1 = 0, x_2 = 2b$

a/b	1	2	4	8	10	∞
Present	0.810	1.113	1.387	1.531	1.552	1.586
Wang[10]	0.810	1.112	1.386	1.529	1.550	1.586
Isida[11]	0.803	1.069	1.318	1.481	—	1.586

Table 8 Dimensionless stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ and $F_{I,\lambda}^*$ for $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ at $x_1 = 0, x_2 = 0$ [$area = 4ab$ when $a < 5b, area = 20b^2$ when $a \geq 5b$]

		μ_2/μ_1	0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
		λ	0.0852	0.2464	0.4255	0.500	0.5661	0.6672	0.7013	0.7061
$F_{I,\lambda}$	a/b=1		0.0145	0.122	0.456	0.753	1.17	2.34	2.97	3.08
	a/b=2		0.0225	0.171	0.572	0.906	1.36	2.58	3.24	3.34
	a/b=8		0.0318	0.215	0.651	0.995	1.46	2.69	3.34	3.44
	a/b= ∞		0.0329	0.2202	0.6560	1.000	1.467	2.694	3.337	3.444
	$F_{I,\lambda}(a/b=1)/F_{I,\lambda}(a/b=\infty)$		0.441	0.554	0.695	0.753	0.798	0.869	0.890	0.894
$F_{I,\lambda}^*$	a/b=1		0.0077	0.0724	0.306	0.533	0.867	1.86	2.41	2.52
	a/b=2		0.0087	0.0781	0.315	0.538	0.867	1.83	2.37	2.46
	a/b=8		0.0081	0.0695	0.275	0.471	0.765	1.63	2.14	2.21
	a/b= ∞		0.0084	0.0712	0.277	0.473	0.766	1.64	2.13	2.22
	$F_{I,\lambda}^*(a/b=1)/F_{I,\lambda}^*(a/b=\infty)$		0.917	1.017	1.105	1.127	1.132	1.134	1.131	1.135

$$F_{I,\lambda} = K_{I,\lambda} / (\sigma_{33}^{\infty} b^{1-\lambda})$$

$$F_{I,\lambda}^* = K_{I,\lambda} / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{area}^{1-\lambda})$$

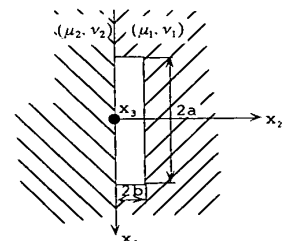


Table 9 Dimensionless stress intensity factor F_I and F_I^* for $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$
at $x_1 = 0, x_2 = 2b$ [area = $4ab$ when $a < 5b$, area = $20b^2$ when $a \geq 5b$]

μ_2/μ_1	0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
λ	0.0852	0.2464	0.4255	0.500	0.5661	0.6672	0.7013	0.7061
F_I	$a/b=1$	0.810	0.789	0.765	0.753	0.741	0.731	0.727
	$a/b=2$	1.11	1.02	0.938	0.906	0.877	0.844	0.835
	$a/b=8$	1.53	1.24	1.06	0.995	0.947	0.889	0.874
	$a/b=\infty$	1.586	1.267	1.067	1.0000	0.9501	0.8911	0.8753
$h(a/h=1)/F_I(a/h=\infty)$	0.511	0.623	0.717	0.753	0.780	0.820	0.831	0.832
F_I^*	$a/b=1$	0.573	0.558	0.541	0.533	0.524	0.517	0.514
	$a/b=2$	0.662	0.605	0.558	0.538	0.522	0.502	0.496
	$a/b=8$	0.724	0.585	0.501	0.471	0.448	0.421	0.413
	$a/b=\infty$	0.750	0.599	0.505	0.473	0.449	0.421	0.414
$F_I^*(a/h=\infty)/F_I(a/h=\infty)$	0.764	0.932	1.071	1.127	1.167	1.228	1.242	1.245

$$F_I = K_I / (\sigma_{33}^0 \sqrt{b})$$

$$F_I^* = K_I / (\sigma_{33}^0 \sqrt{\text{area}})$$

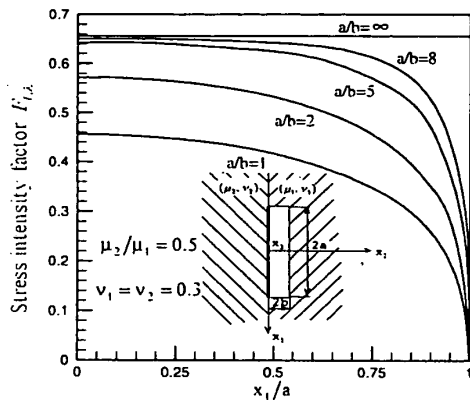
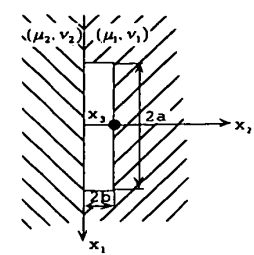


Fig. 6 Stress intensity factor $F_{I,\lambda}$ along the crack front on the interface for $\mu_2/\mu_1 = 0.5$

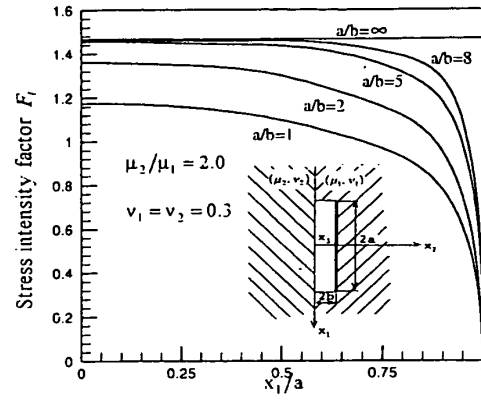


Fig. 7 Stress intensity factor F_I along the crack front on the interface for $\mu_2/\mu_1 = 2$

5. 結 言

異種接合界面に垂直に接する3次元長方形き裂の問題を体積積分法の特異積分方程式で表現して考察した。得られた結果の他、以下のような点が明らかとなった。

- (1) 未知関数を基本密度関数と多項式で表現する方法によって良好な収束性と境界条件の満足度が得られた。
- (2) 種々の材料の組合せに対して $a/b = 8$ の結果は $a/b \rightarrow \infty$ の結果⁽³⁾ (2次元問題) と誤差3.9%以内で一致した。また、 $\mu_2/\mu_1 = 0, 1$ の結果は前報の解析結果^{(7), (10)} と有効数字4桁程度一致しており、信頼性が高い。
- (3) 表8, 9に示すように $\sqrt{\text{area}}$ パラメータを用いて整理した $F_{I,\lambda}$ の値は $F_{I,\lambda}$ と比べて変化が小さく、他のき裂形状の評価にも適用可能と考えられる。

本研究を行うに際して井上科学技術振興財団、九州工業大学75周年記念事業、中部電力基礎技術研究所研究助成の援助を受けた。また、結果をまとめるのに際し高瀬康技術官の協力を得た。深く謝意を表す。

文 献

(1) Cook, T. S. and Erdogan, F., Stresses in bonded materials with a crack perpendicular to the interface, Int. J. Engng. Sci., 10(1972), 677-697.

(2) Lee, J. C. and Keer, L. M., Study of a three-dimensional crack terminating at an interface, J. Appl. Mech., 53(1986), 311-316.
 (3) 陳耿珩・西谷弘信, 接合半無限板の界面にき裂端を持つき裂の応力拡大係数, 機論, 59-558, A(1993), 325-331.
 (4) Chen, M. G. and Tang, R. J., An explicit tensor expression for the fundamental solutions of a bimaterial space problem, Appl. Math. Mech., 18(1997), 331-340.
 (5) 秦 太験・野田尚昭, 特異積分方程式法による異種材料接合界面に接する3次元き裂の理論的解析, 機論, 67-664, A(2001), 2039-2044.
 (6) 野田尚昭・小林公浩・三好伸介, 特異積分方程式を用いた傾斜半円表面き裂の応力拡大係数の分布の解析, 機論, 63-615, A(1997), 2345-2350.
 (7) 王 清・野田尚昭・本田昌章・陳 夢成, 特異積分方程式法による長方形き裂の応力拡大係数の分布の解析, 機論, 66-650, A(2000), 1922-1927.
 (8) 野田尚昭・木原利彰, 特異積分方程式法によるせん断応力を受ける長方形き裂のモードII, モードIII応力拡大係数の分布の解析 (3次元き裂の $K_{II \max}$, $K_{III \max}$ と $\sqrt{\text{area}}$ の関係について), 機論投稿中
 (9) Qin, T. Y. and Tang, R. J., Finite-part integral and boundary element method to solve embedded planar crack problems, Int. J. Fract., 60(1993), 373-381.
 (10) 野田尚昭・王 清, 体積積分法のインターフェイスメカニクスへの応用に関する研究, 平成10年度日本学術振興会外国人特別研究員研究報告書, (2000).
 (11) Isida, M., Yoshida, T. and Noguchi, H., A rectangular crack in an infinite solid, a semi-infinite solid and a finite-thickness plate subjected to tension, Int. J. Fract., 52(1991), 79-90.
 (12) Koiter, W. T., Discussion of rectangular tensile sheet with symmetrical edge cracks by O.L. Bowie, ASME J. Appl. Mech., 32(1965), 237.
 (13) 村上敬宜・石田誠, 任意形状表面き裂の応力拡大係数の解析と表面近傍の応力場, 機論, 51-464, A(1985), 1050-1056.
 (14) 村上敬宜・児玉昭太郎・小沼静代, 高強度鋼の疲労強度に及ぼす介在物の影響の定量的評価法, 機論, 54-500, A(1988), 688-696.