

異種接合界面に接するき裂の \sqrt{area} パラメータによる 応力拡大係数評価式†

野 田 尚 昭* 秦 太 駿**
永 石 雅 大*** 山 下 務***

Stress Intensity Evaluation Formula for a Crack Terminating at an Interface by \sqrt{area} Parameter

by

Nao-Aki NODA*, Taiyan QIN**
Masa-Hiro NAGAI*** and Tsutomu YAMASHITA***

To evaluate arbitrary shaped defects or cracks terminating at an interface, a formula is proposed in terms of Murakami's \sqrt{area} parameter for the maximum stress intensity factors. Here "area" is the projected area of the defects or cracks. First, the solution for a rectangular crack, which is perpendicular to and terminating at a bimaterial interface, is considered with varying the aspect ratio of the crack and combinations of materials constants systematically. Then, the maximum stress intensity factors at the other side of the interface are expressed as a function of the elastic ratio of the materials. On the other hand, the general stress intensity factors at the interface is expressed as a function of Dundurs parameters α and β . Those expressions are usefully evaluating the defects under any combinations of the materials.

Key words: Fracture mechanics, Stress intensity factor, Bimaterial interface, Cracks, Defects, \sqrt{area} parameter

1 緒 言

3次元き裂の解析は構造物に存在する多くの欠陥の評価に有効である。村上ら¹⁾は、実際問題でたびたび遭遇するような欠陥について、実用的に十分な精度で予測する方法を確立することを目標として、以下のような任意形状き裂の最大応力拡大係数を求める評価式を提案した。

表面き裂¹⁾について

$$K_{I\max} = 0.65\sigma\sqrt{area} \quad (1)$$

内部き裂²⁾について

$$K_{I\max} = 0.50\sigma\sqrt{area} \quad (2)$$

ここで $area$ はき裂の面積と見なす面積であり、具体的定義は次章で与えられる。

これらの評価式は、均一材中の欠陥の評価に有用であり、多くの研究者により用いられている。最近では、複合材料等の使用が各分野に広がることに伴って、異種材料接合界面近傍のき裂の研究が多くなされてきた。しかし、実用上問題となる3次元き裂の解析は比較的少なかった。最近著者等は異種接合界面に接する3次元長方形き裂の応力拡大係数を体積法の特異積分方程式を、精度よく数値解析することによって求めた。³⁾そこで、本研究では種々のき裂形状比と材料の剛性比、およびポアソ

ン比の組み合わせに対してその応力拡大係数を検討する。そして、式(1)、(2)に相当する \sqrt{area} を用いた評価式を異種接合界面に近接して存在する欠陥(Fig. 1)の評価へ拡張することを目的とする。ここで解析モデルとして異種接合半無限体中の界面に接する長方形き裂を考える。 $x_2 = 0$ が界面である。

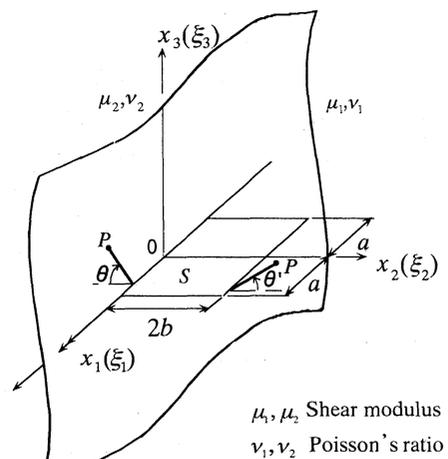


Fig. 1. Crack terminating at an interface.

† 原稿受理 平成13年11月2日 Received Nov. 2, 2001

* 正会員 九州工業大学工学部機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

** College of Eng. Sci., China Agricultural Univ. Beijing 100083 PR China

*** 九州工業大学工学部機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

2 非界面側き裂前線における応力拡大係数の最大値

界面に接して存在する長方形き裂のモデル (Fig. 1) を考える。界面と反対側の応力拡大係数の最大値は $(x_1, x_2) = (0, 2b)$ に生じる。ここでは以下で示される無次元化表示を用いた。

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{33}(r, \theta) \Big|_{\theta=0} \sqrt{2r} \quad (x_2 = 2b) \quad (3)$$

$$F_I = K_I / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{b}) \quad (4)$$

$$F_I^* = K_I / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{area}) \quad (5)$$

ここで、 $area$ はき裂の面積と見なす面積であり、 $a < 5b$ のとき、 $area = 4ab$ 、 $a \geq 5b$ のとき $area = 20b^2$ である。また本論文では $a \geq b$ の場合を取り扱った。Table I, II に、異種接合界面に接するき裂の $(x_1, x_2) = (0, 2b)$ における応力拡大係数 F_I, F_I^* を示す。また、Table III に Tabl I, II のそれぞれの μ_2/μ_1 と ν_1, ν_2 の組み合わせに対する Dundurs のパラメータ α, β の値および次章で定

Table I. Dimensionless stress intensity factor F_I at $(x_1, x_2) = (0, 2b)$ in Fig. 1.

μ_2 / μ_1		0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
$\nu_1 = 0.0$	$a/b = 1$	0.793	0.783	0.764	0.753	0.743	0.726	0.717	0.714
	= 2	1.044	0.998	0.936	0.906	0.878	0.836	0.820	0.816
	= 8	1.373	1.205	1.053	0.995	0.947	0.876	0.850	0.845
	= ∞	1.447	1.235	1.061	1.000	0.950	0.878	0.855	0.852
$\nu_2 = 0.0$	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.548	0.634	0.720	0.753	0.782	0.827	0.839	0.838
	$a/b = 1$	0.830	0.805	0.770	0.753	0.740	0.724	0.719	0.719
	= 2	1.150	1.057	0.950	0.906	0.872	0.833	0.823	0.821
	= 8	1.457	1.262	1.066	0.995	0.942	0.883	0.869	0.867
$\nu_2 = 0.5$	= ∞	1.465	1.268	1.072	1.000	0.947	0.889	0.874	0.872
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.567	0.635	0.718	0.753	0.781	0.814	0.823	0.825
	$a/b = 1$	0.792	0.778	0.755	0.744	0.734	0.719	0.713	0.712
	= 2	1.038	0.982	0.910	0.880	0.856	0.825	0.815	0.813
$\nu_1 = 0.5$	= 8	1.352	1.160	0.996	0.942	0.902	0.857	0.844	0.842
	= ∞	1.421	1.185	1.000	0.943	0.903	0.862	0.852	0.851
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.557	0.657	0.755	0.789	0.813	0.834	0.837	0.837
	$a/b = 1$	0.832	0.809	0.775	0.758	0.744	0.725	0.720	0.719
$\nu_2 = 0.5$	= 2	1.157	1.073	0.967	0.921	0.884	0.837	0.824	0.822
	= 8	1.477	1.300	1.107	1.030	0.969	0.893	0.871	0.868
	= ∞	1.485	1.308	1.115	1.038	0.977	0.899	0.877	0.874
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.560	0.619	0.695	0.730	0.762	0.806	0.821	0.823
$\nu_1 = 0.3$	$a/b = 1$	0.810	0.789	0.795	0.753	0.741	0.731	0.727	0.726
	= 2	1.11	1.02	0.938	0.906	0.877	0.844	0.853	0.833
	= 8	1.53	1.24	1.06	0.995	0.947	0.889	0.847	0.872
	= ∞	1.586	1.267	1.067	1.000	0.9501	0.8911	0.8753	0.8731
$\nu_2 = 0.3$	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.511	0.623	0.745	0.753	0.780	0.820	0.831	0.832

Table II. Dimensionless stress intensity factor F_I^* at $(x_1, x_2) = (0, 2b)$ in Fig. 1.

μ_2 / μ_1		0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
$\nu_1 = 0.0$	$a/b = 1$	0.561	0.554	0.540	0.532	0.525	0.513	0.507	0.505
	= 2	0.621	0.593	0.557	0.539	0.522	0.497	0.489	0.485
	= 8	0.649	0.570	0.498	0.471	0.448	0.414	0.402	0.400
	= ∞	0.684	0.584	0.502	0.473	0.449	0.415	0.404	0.403
$\nu_2 = 0.0$	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.820	0.949	1.076	1.125	1.169	1.236	1.255	1.253
	$a/b = 1$	0.587	0.569	0.544	0.532	0.523	0.512	0.508	0.508
	= 2	0.684	0.629	0.565	0.539	0.518	0.495	0.489	0.488
	= 8	0.689	0.597	0.504	0.471	0.445	0.418	0.411	0.410
$\nu_2 = 0.5$	= ∞	0.693	0.600	0.507	0.473	0.448	0.420	0.413	0.412
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.847	0.948	1.073	1.125	1.167	1.219	1.230	1.233
	$a/b = 1$	0.560	0.550	0.534	0.526	0.519	0.508	0.504	0.503
	= 2	0.617	0.584	0.541	0.523	0.509	0.491	0.485	0.483
$\nu_1 = 0.5$	= 8	0.639	0.549	0.471	0.445	0.427	0.405	0.399	0.398
	= ∞	0.672	0.560	0.473	0.446	0.427	0.408	0.403	0.402
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.833	0.982	1.123	1.179	1.215	1.245	1.251	1.251
	$a/b = 1$	0.588	0.572	0.548	0.536	0.526	0.513	0.508	0.508
$\nu_2 = 0.5$	= 2	0.688	0.638	0.575	0.548	0.526	0.498	0.490	0.489
	= 8	0.698	0.615	0.523	0.487	0.458	0.422	0.412	0.410
	= ∞	0.702	0.619	0.527	0.491	0.462	0.425	0.415	0.413
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.838	0.924	1.040	1.091	1.138	1.207	1.224	1.230
$\nu_1 = 0.3$	$a/b = 1$	0.573	0.558	0.541	0.532	0.524	0.517	0.514	0.513
	= 2	0.660	0.607	0.558	0.539	0.521	0.502	0.507	0.495
	= 8	0.723	0.586	0.501	0.471	0.448	0.420	0.413	0.412
	= ∞	0.750	0.599	0.505	0.473	0.449	0.421	0.414	0.413
$\nu_2 = 0.3$	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.764	0.932	1.071	1.127	1.167	1.228	1.242	1.245

Table III. Dunders parameters α, β and singular index λ as a root of eqn (10).

μ_2/μ_1		0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
$v_1 = 0.0$ $v_2 = 0.0$	α	0.9802	0.8182	0.3333	0.0000	-0.3333	-0.8182	-0.9608	-0.9802
	β	0.4901	0.4091	0.1667	0.0000	-0.1667	-0.4091	-0.4804	-0.4901
	λ	0.0936	0.2578	0.4218	0.5000	0.5879	0.8011	0.9363	0.9648
$v_1 = 0.5$ $v_2 = 0.5$	α	0.9802	0.8182	0.3333	0.0000	-0.3333	-0.8182	-0.9608	-0.9802
	β	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	λ	0.0820	0.2437	0.4332	0.5000	0.5435	0.5838	0.5924	0.5935
$v_1 = 0.0$ $v_2 = 0.5$	α	0.9608	0.6607	0.0000	-0.3333	-0.6000	-0.9048	-0.9802	-0.9900
	β	-0.0098	-0.0833	-0.2500	-0.3333	-0.4000	-0.4762	-0.4950	-0.4975
	λ	0.1151	0.3275	0.5618	0.6667	0.7642	0.9218	0.9812	0.9903
$v_1 = 0.5$ $v_2 = 0.0$	α	0.9900	0.9048	0.6000	0.3333	0.0000	-0.6667	-0.9231	-0.9608
	β	0.4975	0.4762	0.4000	0.3333	0.2500	0.0833	0.0192	0.0098
	λ	0.0669	0.1980	0.3551	0.4196	0.4736	0.5555	0.5854	0.5899
$v_1 = 0.3$ $v_2 = 0.3$	α	0.9802	0.8182	0.3333	0.0000	-0.3333	-0.8182	-0.9608	-0.9802
	β	0.2801	0.2338	0.0952	0.0000	-0.0952	-0.2338	-0.2745	-0.2801
	λ	0.0852	0.2464	0.4255	0.5000	0.5661	0.6672	0.7013	0.7061

$$\left. \begin{aligned} \kappa_1 &= 3 - 4\nu_1, \\ \kappa_2 &= 3 - 4\nu_2, \\ \alpha &= \frac{\mu_1(\kappa_2 + 1) - \mu_2(\kappa_1 + 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)}, \\ \beta &= \frac{\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)} \end{aligned} \right\}$$

義する特性方程式の根 λ の値を示す。

Table I, IIには長方形き裂の形状比 $a/b = 1 \sim \infty$ の結果と $a/b = 1$ と $a/b \rightarrow \infty$ の比も示す。この比 ($a/b = 1$) / ($a/b \rightarrow \infty$) を Table I と Table II で比較すると、Table I ではその比が 0.51 ~ 0.84 の範囲にあるのに対して、Table II ではその比がほとんどの場合に $1 \pm 0.25 \approx 1$ の範囲にあって形状比の影響が比較的小さいことがわかる。すなわち全体としては F_I^* の値が a/b の変化に対して狭い範囲に納まっており \sqrt{area} による整理が有用であることがわかる (但し $\mu_2/\mu_1 \geq 10$ ではむしろ F_I の値の方が変化が小さくなっている)。また、Table I, II においてポアソン比の組み合わせが種々に変わっても剛性比 μ_2/μ_1 が同じであればポアソン比の影響は比較的小さい。すなわち、 F_I, F_I^* の値は主として、 μ_2/μ_1 の値によって決まる。そこで F_I^* を μ_2/μ_1 の関数として最小 2 乗法によって近似式を求める。その結果を式 (6) に示す。

$$F_I^*(x) = 0.639 - 0.356x + 0.292x^2 - 0.081x^3$$

$$\mu_2/\mu_1 \leq 1.0 \quad x = \mu_2/\mu_1 \quad (6)$$

$$\mu_1/\mu_2 \leq 1.0 \quad x = 2 - \mu_1/\mu_2$$

Fig. 2 (a), (b) に示すように式 (6) の値はそれぞれのポアソン比に対して、各形状比の平均値と大体において良く一致している。特に、式 (6) において $\mu_2/\mu_1 = 0$ とおけば $F_I^*(x) = 0.64$ となり式 (1) にほぼ一致する。また $\mu_2/\mu_1 = 1$ とおくと $F_I^*(x) = 0.49$ となり式 (2) にほぼ一致する。

3 界面側き裂前縁における一般化応力拡大係数の最大値

ここでは、以下で定義される一般化応力拡大係数 $F_{I,\lambda}$ の値を議論することにする。

$$K_{I,\lambda} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{33}(r, \theta) \Big|_{\theta=0} (2r)^{1-\lambda} \quad (x_2 = 0) \quad (7)$$

$$F_{I,\lambda} = K_{I,\lambda} (\sigma_{33}^{\infty} b^{1-\lambda}) \quad (8)$$

$$F_{I,\lambda}^* = K_{I,\lambda} / (\sigma_{33}^{\infty} \sqrt{area}^{1-\lambda}) \quad (9)$$

ここで λ は以下の特性方程式⁴⁾の根である。

$$4A\lambda^2 + 2\cos(\lambda\pi) - A - B = 0$$

$$A = (\mu_1 - \mu_2) / (\mu_1 + \kappa_1\mu_2) \quad (10)$$

$$B = (\kappa_2\mu_1 - \kappa_1\mu_2) / (\mu_2 + \kappa_2\mu_1)$$

Table IV に Fig. 1 の点 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ における応力拡大

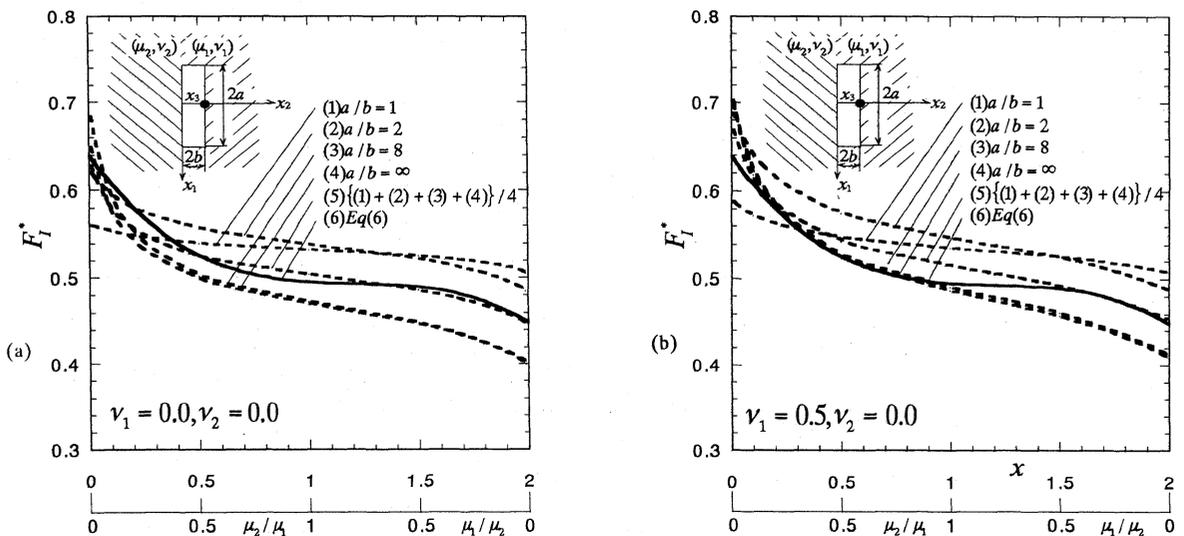


Fig. 2. Stress intensity factors for a rectangular crack terminating at an interface at $x_2 = 2b$.

Table IV. Dimensionless stress intensity $F_{I,\lambda}$ factor at $(x_1, x_2) = (0, 0)$ in Fig. 1. [() : eqn(11), ()^{*}: when $\beta < -0.4$]

μ_2 / μ_1		0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
$\nu_1 = 0.0$	$a/b = 1$	0.015	0.114	0.418	0.753	1.422	7.222	38.0	76.7
	= 2	0.023	0.160	0.524	0.906	1.646	7.757	39.5	79.3
	= 8	0.035	0.207	0.595	0.995	1.767	7.990	39.9	79.9
	= ∞	0.037	0.214	0.601	1.0000	1.772	8.091	42.2	85.5
	(0.036)	(0.215)	(0.601)	(0.994)	(1.766)	(8.092)*	(35.57)*	(67.91)*	
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.405	0.532	0.695	0.753	0.802	0.893	0.900	0.897
$\nu_1 = 0.5$	$a/b = 1$	0.017	0.149	0.530	0.753	0.919	1.058	1.079	1.082
	= 2	0.025	0.204	0.660	0.906	1.082	1.226	1.249	1.252
	= 8	0.032	0.239	0.735	0.995	1.180	1.332	1.357	1.360
	= ∞	0.032	0.243	0.744	1.0000	1.182	1.347	1.381	1.385
	(0.031)	(0.252)	(0.744)	(0.994)	(1.185)	(1.357)	(1.384)	(1.385)	
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.531	0.613	0.712	0.753	0.777	0.779	0.781	0.781
$\nu_1 = 0.0$	$a/b = 1$	0.024	0.256	1.357	2.767	5.65	29.9	153.3	308.
	= 2	0.038	0.346	1.602	3.113	6.14	31.1	158.1	317.
	= 8	0.057	0.431	1.726	3.237	6.26	31.3	158.9	319.
	= ∞	0.061	0.448	1.761	3.299	6.41	33.2	173.3	349.
	(0.061)	(0.471)	(1.782)	(3.375)	(6.52)	(28.6)*	(130.8)*	(258.)*	
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.393	0.571	0.771	0.839	0.881	0.901	0.885	0.882
$\nu_1 = 0.5$	$a/b = 1$	0.011	0.079	0.238	0.347	0.481	0.828	1.017	1.049
	= 2	0.016	0.111	0.307	0.433	0.587	0.974	1.182	1.217
	= 8	0.020	0.134	0.354	0.492	0.658	1.071	1.288	1.324
	= ∞	0.020	0.135	0.357	0.495	0.663	1.086	1.312	1.350
	(0.020)	(0.133)	(0.358)	(0.491)	(0.668)	(1.032)	(1.240)	(1.304)	
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.550	0.585	0.667	0.701	0.725	0.762	0.775	0.777
$\nu_1 = 0.3$	$a/b = 1$	0.0145	0.122	0.456	0.753	1.17	2.34	2.97	3.08
	= 2	0.0225	0.171	0.572	0.906	1.36	2.59	3.24	3.35
	= 8	0.0318	0.215	0.651	0.995	1.46	2.70	3.35	3.46
	= ∞	0.0329	0.2202	0.6560	1.0000	1.467	2.694	3.338	3.445
	(0.0328)	(0.2299)	(0.6525)	(0.994)	(1.475)	(2.691)	(3.340)	(3.447)	
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.441	0.509	0.695	0.753	0.798	0.869	0.890	0.894

大係数 $F_{I,\lambda}$ の値を示す。また Table V に \sqrt{area} で整理した $F_{I,\lambda}^*$ の値を示す。Table IV, V には長方形き裂の形状比 $a/b = 1 \sim \infty$ の結果と $a/b = 1$ と $a/b \rightarrow \infty$ の比も示している。この比 $(a/b = 1)/(a/b \rightarrow \infty)$ を Table IV と Table V で比較すると、Table IV ではその比が 0.40 ~ 0.90 の範囲にあるのに対して、Table V ではその比がほとんどの場合に $1 \pm 0.15 \approx 1$ の範囲にあって形状比の影響が比較的小さいことがわかる。すなわち全体としては $F_{I,\lambda}$ の値が a/b の変化に対して狭い範囲に納まっており \sqrt{area} による整理が有用であることがわかる。但し $\mu_2/\mu_1 \geq 10$ のごく一部ではむしろ F_I の値の方が変化が小さくなっている。

Fig. 3 に $a/b = 1$ と $a/b = 8$ についてポアソン比の組み合わせを種々に変化させて $F_{I,\lambda}$ と μ_2/μ_1 の関係を示す。Table II と異なり、この場合には Fig. 3 (a), (b) とともにポアソン比、 ν_1 , ν_2 の影響を大きく受けるためこれらを μ_2/μ_1 の関係として整理することはできない。一方 Table V に示すように、 μ_2/μ_1 , ν_1 , ν_2 が一定、すなわち Dundurs のパラメータ α , β が一定であれば (Table III 参照) $F_{I,\lambda}$ の値はほぼ一定になる。そこで、 $F_{I,\lambda}$ を α , β の関係として整理する。

陳・西谷は 2 次元問題について以下の近似式を提案している。⁵⁾

$$F_{I,\lambda} = \frac{1-2\lambda\beta}{1+2\lambda\beta} F_{II,\lambda} \times 2^{1-\lambda} \quad (11)$$

$$F_{II,\lambda} = K_{II,\lambda} / (\sigma_{23} b^{1-\lambda}) \quad (12)$$

$$F_{II,\lambda} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{23}(r, \theta) \times r^{1-\lambda} \quad (13)$$

$\beta > 0$ のとき

$$F_{II,\lambda} = [0.842 + 0.202\beta + 0.816\beta^2 + 0.276\beta^3](1-\alpha) \\ + [-0.119 + 0.275\beta - 3.038\beta^2 + 9.547\beta^3](1-\alpha)^2 \\ - [0.020 + 0.769\beta - 7.156\beta^2 + 21.812\beta^3](1-\alpha)^3 \quad (14)$$

$\beta \leq 0$ のとき

$$F_{II,\lambda} = [0.842 + 0.481\beta + 0.752\beta^2 - 1.048\beta^3](1-\alpha) \\ + [-0.119 - 0.847\beta - 3.354\beta^2 - 7.686\beta^3](1-\alpha)^2 \\ - [0.020 - 0.247\beta - 1.262\beta^2 - 3.021\beta^3](1-\alpha)^3 \quad (15)$$

$$F_{I,\lambda}^* = \left(\frac{b}{\sqrt{area}} \right)^{1-\lambda} F_{I,\lambda} \quad (16)$$

まず、式 (11)~(15) を用いて求める $F_{I,\lambda}$ の値を Table VI の () 内に $a/b \rightarrow \infty$ の解析結果^{3), 5)}と比較して示す。Table VI (b) に示されるように $\beta < -0.4$ でやや誤差が大となり、20% 以上となる場合がある。しかし、 $\beta > -0.4$ では誤差 3% 程度以内で 2 次元問題の応力拡大係数を評価できる。式 (11) の値を Table IV の () 内にも示す。一方、式 (16) の $F_{I,\lambda}^*$ の値を Table V の () 内に示す。これより式 (11)~(16) を用いれば、 $\beta > -0.4$ では、界面に接する 3 次元き裂の応力拡大係数の最大値が、誤差 15% 程度以内で求められることがわかる。

Table V. Dimensionless stress intensity $F_{I, \lambda}^*$ factor at $(x_1, x_2) = (0, 0)$ in Fig. 1. [(): eqn(16), ()^{*}: when $\beta < -0.4$]

μ_2 / μ_1		0.01	0.1	0.5	1.0	2.0	10.0	50.0	100.0
$\nu_1 = 0.0$ $\nu_2 = 0.0$	$a/b = 1$	0.0080	0.0682	0.280	0.532	1.069	6.292	36.4	74.9
	-2	0.0090	0.0740	0.287	0.539	1.072	6.308	37.0	76.5
	-8	0.0090	0.0681	0.250	0.471	0.953	5.931	36.3	75.8
	$-\infty$	0.0095	0.0704	0.253	0.473	0.956	6.006	38.4	81.1
		(0.0093)	(0.0707)	(0.253)	(0.470)	(0.957)	(6.007)*	(33.3)*	(64.4)*
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.842	0.969	1.107	1.125	1.118	1.048	0.948	0.924
$\nu_1 = 0.5$ $\nu_2 = 0.5$	$a/b = 1$	0.0090	0.0882	0.358	0.532	0.670	0.793	0.813	0.816
	-2	0.0096	0.0929	0.366	0.539	0.673	0.795	0.818	0.820
	-8	0.0081	0.0770	0.314	0.471	0.596	0.714	0.737	0.740
	$-\infty$	0.0081	0.0783	0.318	0.473	0.597	0.722	0.750	0.753
		(0.0078)	(0.0812)	(0.318)	(0.470)	(0.598)	(0.728)	(0.752)	(0.753)
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	1.111	1.126	1.126	1.125	1.122	1.098	1.084	1.084
$\nu_1 = 0.0$ $\nu_2 = 0.5$	$a/b = 1$	0.0130	0.161	1.002	2.20	4.80	28.3	151.3	306.
	-2	0.0151	0.172	1.016	2.20	4.80	28.7	155.0	314.
	-8	0.0151	0.157	0.895	1.96	4.40	27.8	154.0	314.
	$-\infty$	0.0162	0.164	0.913	2.00	4.50	29.5	168.5	344.
		(0.0162)	(0.172)	(0.924)	(2.05)	(4.58)	(25.5)*	(127.2)*	(253.9)*
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.802	0.0403	1.097	1.100	1.067	0.959	0.898	0.975
$\nu_1 = 0.5$ $\nu_2 = 0.0$	$a/b = 1$	0.0058	0.0453	0.152	0.232	0.334	0.608	0.763	0.789
	-2	0.0061	0.0482	0.157	0.237	0.340	0.614	0.768	0.795
	-8	0.0059	0.0403	0.135	0.206	0.299	0.550	0.692	0.716
	$-\infty$	0.0050	0.0406	0.136	0.208	0.301	0.558	0.705	0.730
		(0.0049)	(0.0400)	(0.136)	(0.206)	(0.304)	(0.530)	(0.666)	(0.706)
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	1.160	1.116	1.118	1.115	1.110	1.090	1.082	1.081
$\nu_1 = 0.3$ $\nu_2 = 0.3$	$a/b = 1$	0.0077	0.0717	0.306	0.532	0.866	1.858	2.41	2.51
	-2	0.0087	0.0771	0.315	0.539	0.866	1.832	2.38	2.47
	-8	0.0081	0.0682	0.275	0.471	0.762	1.640	2.14	2.23
	$-\infty$	0.0084	0.0699	0.277	0.473	0.766	1.637	2.13	2.22
		(0.0083)	(0.0707)	(0.276)	(0.470)	(0.770)	(1.635)	(2.135)	(2.22)
	$(a/b=1)/(a/b=\infty)$	0.917	1.026	1.105	1.125	1.131	1.135	1.132	1.131

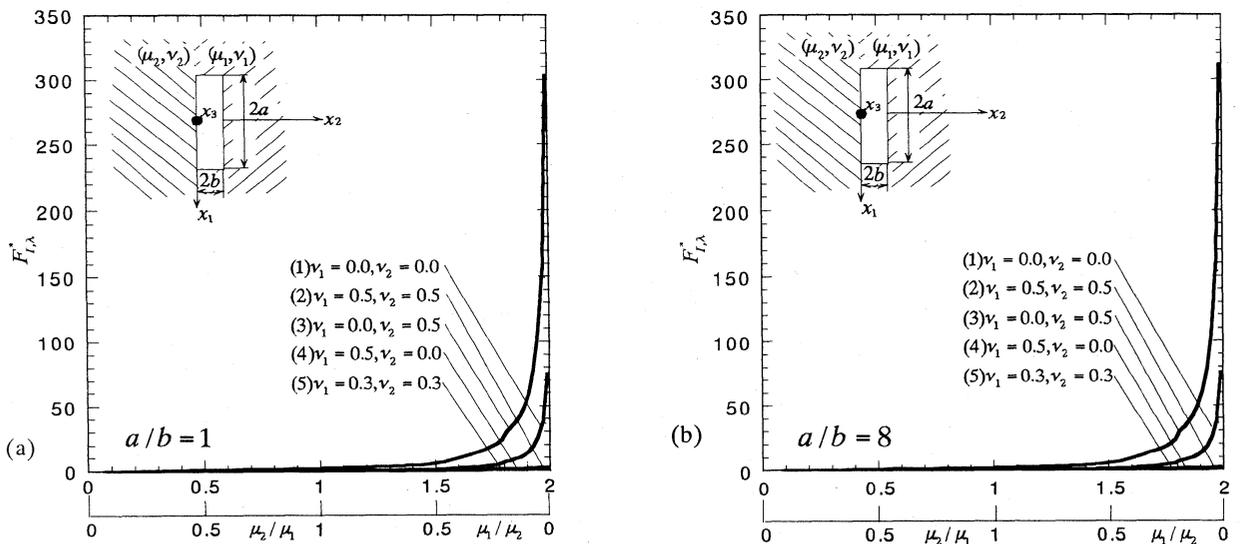


Fig. 3. Stress intensity factors for a rectangular crack terminating at an interface at $x_2 = 0$.

4 結 言

異種接合界面に接する3次元き裂の問題 (Fig. 1) を材料の剛性比 μ_2/μ_1 とポアソン比を種々に変化させて考察した. その結果, 以下のような点が明らかになった.

(1) 界面と反対側の応力拡大係数の最大値は, ポアソン比の影響が比較的小さく, 主として μ_2/μ_1 のみによって決まる. よって任意形状のき裂の最大応力拡大係数を与える以下のような式を提案した.

$$F_{I, \lambda}^*(x) = 0.639 - 0.356x + 0.292x^2 - 0.081x^3$$

$$\mu_2/\mu_1 \leq 1.0 \quad x = \mu_2/\mu_1$$

$$\mu_1/\mu_2 \leq 1.0 \quad x = 2 - \mu_1/\mu_2$$

(2) 界面に接する側での一般化応力拡大係数の最大値は, ポアソン比と μ_2/μ_1 の両者の影響を大きく受ける. しかし, Dundurs のパラメータ α, β が同じであれば, 一般に形状比 a/b の影響は小さい. よって2次元問題

Table VI. Accuracy of Eqn (11) in Fig. 1 when $a/b \rightarrow \infty$ (Chen-Nisitani, 1993).

$\alpha \backslash \beta$	-0.40	-0.30	-0.20	-0.10	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40
-0.95	7.814 (7.801)	3.782 (3.793)	2.450 (2.446)	1.788 (1.796)	1.375 (1.382)				
-0.75	7.094 (7.139)	3.535 (3.557)	2.331 (2.328)	1.659 (1.729)	1.327 (1.341)				
-0.55		3.231 (3.249)	2.172 (2.165)	1.615 (1.631)	1.268 (1.278)	1.023 (0.997)			
-0.35		2.854 (2.882)	1.973 (1.964)	1.496 (1.503)	1.190 (1.193)	0.972 (0.960)			
-0.15			1.737 (1.730)	1.348 (1.348)	1.090 (1.087)	0.905 (0.898)	0.760 (0.776)		
-0.05			1.602 (1.601)	1.261 (1.262)	1.032 (1.027)	0.863 (0.857)	0.732 (0.746)		
0.05			1.461 (1.467)	1.169 (1.168)	0.967 (0.961)	0.817 (0.811)	0.700 (0.710)		
0.15			1.315 (1.326)	1.068 (1.070)	0.894 (0.889)	0.766 (0.759)	0.663 (0.669)		
0.35				0.844 (0.858)	0.729 (0.730)	0.641 (0.638)	0.569 (0.570)	0.508 (0.507)	
0.55				0.603 (0.619)	0.537 (0.547)	0.487 (0.490)	0.446 (0.446)	0.412 (0.412)	
0.75					0.322 (0.333)	0.302 (0.308)	0.287 (0.290)	0.276 (0.277)	0.267 (0.268)
0.95					0.076 (0.076)	0.074 (0.075)	0.074 (0.075)	0.075 (0.077)	0.078 (0.078)

Exact value
(Eqn(11))

$F_{I,\lambda}$

(b)

$\alpha \backslash \beta$	-0.49	-0.47	-0.45	-0.43	-0.41
-0.99	85.710 (67.832)	27.817 (24.583)	16.403 (15.359)	11.503 (11.187)	8.805 (8.770)
-0.98	85.031 (67.282)	27.726 (24.444)	16.349 (15.290)	11.456 (11.145)	8.827 (8.741)
-0.97	84.389 (66.735)	27.452 (24.288)	16.234 (15.520)	11.381 (11.103)	8.764 (8.710)
-0.96	83.711 (66.074)	27.475 (24.148)	16.061 (15.143)	11.380 (11.056)	8.751 (8.680)
-0.95		27.298 (24.006)	16.007 (15.072)	11.250 (11.013)	8.721 (8.647)

(c)

$\alpha \backslash \beta$	0.41	0.43	0.45	0.47	0.49
0.95	0.078 (0.078)	0.079 (0.079)	0.080 (0.079)	0.081 (0.080)	
0.96	0.065 (0.065)	0.066 (0.065)	0.066 (0.066)	0.067 (0.066)	0.070 (0.067)
0.97	0.051 (0.050)	0.051 (0.051)	0.052 (0.051)	0.053 (0.052)	0.054 (0.052)
0.98	0.035 (0.035)	0.036 (0.035)	0.037 (0.036)	0.037 (0.036)	0.038 (0.037)
0.99	0.019 (0.019)	0.019 (0.019)	0.020 (0.019)	0.020 (0.019)	0.020 (0.020)

$(a/b \rightarrow \infty)$ について提案された応力拡大係数⁵⁾を、 \sqrt{area} で無次元化して3次元き裂を評価した。その結果、き裂の形状比 a/b に関わらず誤差 15% 程度以内で評価できることを示した。

参 考 文 献

1) 村上敬宜, 石田 誠, 日本機械学会論文集, A-51, 1050 (1985).

2) 村上敬宜, 児玉昭太郎, 小沼静代, 日本機械学会論文集, A-54, 688 (1988).
 3) 秦 太験, 野田尚昭, 日本機械学会論文集, A-68, 442 (2002).
 4) T. S. Cook and F. Erdogan, Int. J. Engng. Sci.10, 677 (1972).
 5) 陳 玳珩, 西谷弘信, 日本機械学会論文集, A-59, 325 (1993).