

3次元配列をなす強化繊維端部の一般化応力拡大係数*

野田尚昭*¹, 高瀬 康*¹, 石井直二*²

Generalized Stress Intensity Factors at the Fiber End in a Hexagonal Array of Fibers

Nao-Aki NODA*³, Yasushi TAKASE and Naozi ISHII

³Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology,
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka, 804-8550 Japan

To evaluate the mechanical strength of fiber reinforced composites it is necessary to consider singular stresses at the end of fibers because they cause crack initiation, propagation, and final failure. To obtain the magnitude of the singular stress, in this paper, an interaction among a hexagonal array of cylindrical inclusions under longitudinal tension is considered. The body force method is applied to a unit cell region; then, the problem is formulated as a system of singular integral equations, where unknowns are densities of body forces distributed in infinite bodies having the same elastic constants as those of the matrix and inclusions. The unknown functions are expressed as piecewise smooth functions using fundamental densities and power series. Here, the fundamental densities are chosen to represent the symmetric stress singularity, and the skew-symmetric stress singularity. Then, generalized stress intensity factors at the fiber end are systematically calculated with varying the elastic ratio, length, and spacing of fibers. The region when the interaction effect is less than 1% is shown in a figure as a function of fiber length.

Key Words: Elasticity, Composite Material, Fracture Mechanics, Body Force Method, Singular Integral Equation, Generalized Stress Intensity Factor, Hexagonal Array, Cylindrical Inclusion

1. 緒 言

強化繊維複合材料では、強化材と母材の異材境界角部でしばしば破壊が生じるため、その強度評価を行う際には、強化材と母材での応力分布や応力特異性の把握が必要である。図1は、円柱状介在物が単独に存在する場合の端部Aに生じる一般化応力拡大係数を介在物の剛性比 G_i/G_M 、介在物の長さ l_{z1}/l_{r1} を変化させて示す⁽¹⁾。ここで端部の応力拡大係数⁽²⁾は以下の式(1)で定義される。

$$\sigma_{\theta,i} = \frac{K_{i,\lambda_2}}{r^{1-\lambda_2}} f_{\theta,i}'(\theta) + \frac{K_{i,\lambda_1}}{r^{1-\lambda_1}} f_{\theta,i}''(\theta) \quad (i=1,2)$$

母材 $-3\pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$ では、

$$f_{\theta,1}'(\theta) = \frac{\lambda_1}{\sqrt{2\pi(\alpha-\beta)}} \left\{ [-\lambda_1(\alpha-\beta)\cos(\lambda_1\pi/2) + (1-\beta)\sin(\lambda_1\pi)] \times \cos\{(\lambda_1+1)\theta\} + [(\lambda_1+1)(\alpha-\beta)\sin(\lambda_1\pi/2)] \times \cos\{(\lambda_1-1)\theta\} \right\}$$

$$f_{\theta,1}''(\theta) = \frac{\lambda_2}{\sqrt{2\pi(\alpha-\beta)}} \left\{ [-\lambda_2(\alpha-\beta)\cos(\lambda_2\pi/2) - (1-\beta)\sin(\lambda_2\pi)] \times \sin\{(\lambda_2+1)\theta\} + [(\lambda_2+1)(\alpha-\beta)\sin(\lambda_2\pi/2)] \times \sin\{(\lambda_2-1)\theta\} \right\}$$

$$(\alpha, \beta: \text{Dundurs parameter}) \quad \dots \quad (1)$$

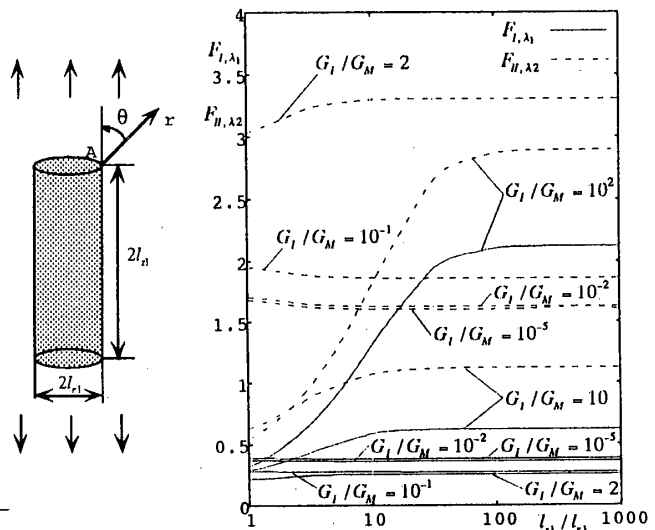


Fig.1 Generalized stress intensity factors of a cylindrical inclusion ($\nu_M = \nu_i = 0.3$).
[$F_{i,\lambda_1} = K_{i,\lambda_1} \sqrt{\pi l_i^{1-\lambda_1}}$, $F_{i,\lambda_2} = K_{i,\lambda_2} \sqrt{\pi l_i^{1-\lambda_2}}$]

* 原稿受付 2002年3月4日。

¹ 正員, 九州工業大学工学部 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

² 九州工業大学学部生。

E-mail: noda@mech.kyutech.ac.jp

トセル中に1個の円柱状介在物が存在するモデルとして取扱い、介在物端部の特異応力場の強さを解析する。解析は、母材と介在物の剛性比や、ユニットセルの寸法を変化させて行い、1個の円柱状介在物の結果と比較検討して介在物端部の特異応力場の強さが他の介在物の干渉によってどのように影響するかを明らかにする。解析には、境界条件を満足すべき界面をいくつかの基本区間に分割し、各区間での未知関数である体積力密度を、基本密度関数と多項式で近似する方法を用いる。繊維端の応力特異場に関する研究は、これまでも多く行われている。しかし、繊維端角部には、式(1)に示すようにモードI変形とモードII変形に対応する異なる特異応力場が混在しているので、有限要素法等の数値解析手法によって、それらを正確に求めることは困難と考えられる。しかし、本解析では、それらの特異応力場を支配する応力拡大係数を正確に与えることが可能である。

2. 体積力法の特異積分方程式

図3に示すような円柱状介在物を有するユニットセルの問題は以下のように解析することができる。ここで、 l_1 は介在物のr方向の寸法、 l_{z1} は介在物のz方向の寸法である。また、 l_2 はユニットセルのr方向の寸法、 l_{z2} はユニットセルのz方向の寸法である。 u_{z0} はユニットセル上 $z=l_{z2}$ でのz方向の変位で、 u_{r0} は $r=l_{r2}$ でのr方向の変位であり、母材と介在物のそれぞれの横弾性係数とポアソン比を (G_M, ν_M) および (G_I, ν_I) とする。この問題は重ね合わせの原理に基づく体積力法による考え方により、無限体中の一点に集中力が働くときの任意の点の応力場の解と変位場の解を用いて解くことができる。このとき問題は、母材と同じ弾性定数をもつ無限体Mならびに介在物と同じ弾性定数をもつ無限体Iに分布させた体積力密度を未知関数とする特異積分方程式(2)~(4)で表現される。

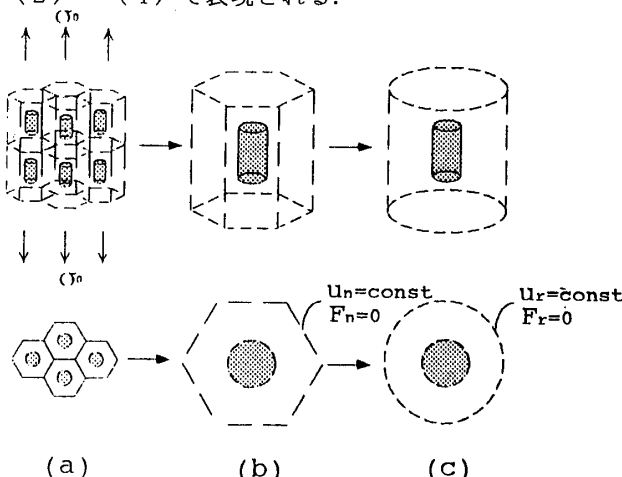


Fig.2 Unit cell model for 3D arrays of inclusions.

以下の式で、求めるべき未知関数は、無限体Mまたは無限体Iの円柱状介在物部分の仮想境界上に分布させる法線方向および接線方向の体積力密度 (F_{nM}, F_{tM}) ならびに (F_{nI}, F_{tI}) であり、また、ユニットセル部分の仮想境界上に分布させる体積力密度 (F_{nM2}, F_{tM2}) である。例えば、 $h_{nn}^{F_{nM1}}(r_1, s_1)$ は無限体Mの円柱状孔となるべき仮想境界上の点 r_1 に法線方向の単位強さの集中力 $F_{nM1}=1$ が作用するとき、円柱状孔となるべき仮想境界上の任意の選点 s_1 に生じる応力および変位であり、 r_1, s_1 は介在物の角部Aからの距離、 r_2, s_2 はユニットセルの角部Bからの距離である。記号 \int_{l_1} は円柱状孔または円柱状介在物となる境界上において体積力を積分することを意味し、 \int_{l_2} はユニットセルの境界上において体積力を積分することを意味する。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}F_{nM1}(s_1) - \frac{1}{2}F_{tM1}(s_1) \\
 & + \int_{l_1} h_{nn}^{F_{nM1}}(r_1, s_1)F_{nM1}(r_1)dr_1 + \int_{l_1} h_{nt}^{F_{nM1}}(r_1, s_1)F_{tM1}(r_1)dr_1 \\
 & - \int_{l_1} h_{nn}^{F_{tM1}}(r_1, s_1)F_{nM1}(r_1)dr_1 - \int_{l_1} h_{tt}^{F_{tM1}}(r_1, s_1)F_{tM1}(r_1)dr_1 \\
 & + \int_{l_2} h_{nn}^{F_{nM2}}(r_2, s_1)F_{nM2}(r_2)dr_2 + \int_{l_2} h_{nt}^{F_{nM2}}(r_2, s_1)F_{tM2}(r_2)dr_2 \\
 & - \int_{l_2} h_{nn}^{F_{tM2}}(r_2, s_1)F_{nM2}(r_2)dr_2 - \int_{l_2} h_{tt}^{F_{tM2}}(r_2, s_1)F_{tM2}(r_2)dr_2 \\
 & = 0 \\
 & -\frac{1}{2}F_{nM1}(s_1) - \frac{1}{2}F_{tM1}(s_1) \\
 & + \int_{l_1} h_{nn}^{F_{nM1}}(r_1, s_1)F_{nM1}(r_1)dr_1 + \int_{l_1} h_{nt}^{F_{nM1}}(r_1, s_1)F_{tM1}(r_1)dr_1 \\
 & - \int_{l_1} h_{nn}^{F_{tM1}}(r_1, s_1)F_{nM1}(r_1)dr_1 - \int_{l_1} h_{tt}^{F_{tM1}}(r_1, s_1)F_{tM1}(r_1)dr_1 \\
 & + \int_{l_2} h_{nn}^{F_{nM2}}(r_2, s_1)F_{nM2}(r_2)dr_2 + \int_{l_2} h_{nt}^{F_{nM2}}(r_2, s_1)F_{tM2}(r_2)dr_2 \\
 & - \int_{l_2} h_{nn}^{F_{tM2}}(r_2, s_1)F_{nM2}(r_2)dr_2 - \int_{l_2} h_{tt}^{F_{tM2}}(r_2, s_1)F_{tM2}(r_2)dr_2 \\
 & = 0 \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

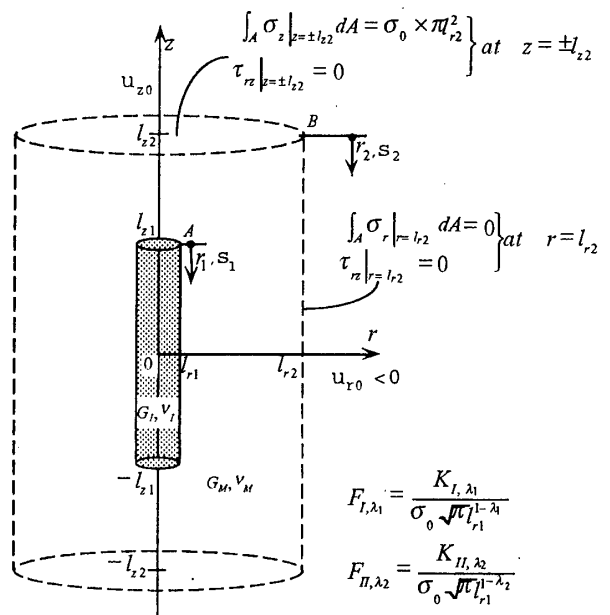


Fig.3 A cylindrical inclusion in a unit cell.

$$\begin{aligned} & \int_{l_1} h_{ur}^{F_{nM1}}(r_1, s_1) F_{nM1}(r_1) dr_1 + \int_{l_1} h_{ur}^{F_{IM1}}(r_1, s_1) F_{IM1}(r_1) dr_1 \\ & - \int_{l_1} h_{ur}^{F_{nI1}}(r_1, s_1) F_{nI1}(r_1) dr_1 - \int_{l_1} h_{ur}^{F_{II1}}(r_1, s_1) F_{II1}(r_1) dr_1 \\ & = 0 \\ & \int_{l_1} h_{uz}^{F_{nM1}}(r_1, s_1) F_{nM1}(r_1) dr_1 + \int_{l_1} h_{uz}^{F_{IM1}}(r_1, s_1) F_{IM1}(r_1) dr_1 \\ & - \int_{l_1} h_{uz}^{F_{nI1}}(r_1, s_1) F_{nI1}(r_1) dr_1 - \int_{l_1} h_{uz}^{F_{II1}}(r_1, s_1) F_{II1}(r_1) dr_1 \dots (3) \\ & = 0 \end{aligned}$$

式(2), (3)は介在物境界上の境界条件式 $\sigma_{nM} - \sigma_{nI} = 0, \tau_{nM} - \tau_{nI} = 0, u_{rM} - u_{rI} = 0, u_{zM} - u_{zI} = 0$ を表す。ここで, $(u_{rM}, u_{zM}), (\sigma_{nM}, \tau_{nM})$ は無限体 M の円柱状孔となる境界上に生じる変位と表面力であり, $(u_{rI}, u_{zI}), (\sigma_{nI}, \tau_{nI})$ は無限体 I の円柱状介在物となるべき境界上に生じる変位と表面力である。式(3)が式(2)と異なり, $h_{ur}^{F_{nM2}}(r_2, s_1)$ 等を含む積分項がないのは後述する式(9)の関係があるためである。

式(2), (3)と同様に, ユニットセルの境界上での境界条件式 $\tau_{nM} = 0, u_{zM} = u_{z0}$ は式(4)で表現できる。

$$\begin{aligned} & \int_{l_1} h_{nr}^{F_{nM1}}(r_1, s_2) F_{nM1}(r_1) dr_1 + \int_{l_1} h_{nr}^{F_{IM1}}(r_1, s_2) F_{IM1}(r_1) dr_1 - \frac{1}{2} F_{IM2}(s_2) \\ & + \int_{l_2} h_{nr}^{F_{nM2}}(r_2, s_2) F_{nM2}(r_2) dr_2 + \int_{l_2} h_{nr}^{F_{IM2}}(r_2, s_2) F_{IM2}(r_2) dr_2 \\ & = 0 \text{ at } z = \pm l_{z2}, r = l_{r2} \\ & \int_{l_1} h_{uz}^{F_{nM1}}(r_1, s_1) F_{nM1}(r_1) dr_1 + \int_{l_1} h_{uz}^{F_{IM1}}(r_1, s_1) F_{IM1}(r_1) dr_1 \\ & + \int_{l_2} h_{uz}^{F_{nM2}}(r_2, s_2) F_{nM2}(r_2) dr_2 + \int_{l_2} h_{uz}^{F_{IM2}}(r_2, s_2) F_{IM2}(r_2) dr_2 \\ & = u_{z0} \text{ at } z = l_{z2} \text{ (or } = u_{r0} \text{ at } r = l_{r2}), \dots (4) \end{aligned}$$

また,

$$\begin{aligned} & \int_A \sigma_z \Big|_{z=\pm l_{z2}} dA = \sigma_0 \times \pi l_{r2}^2 \text{ at } z = \pm l_{z2} \\ & \int_A \sigma_r \Big|_{r=l_{r2}} dA = 0 \text{ at } r = l_{r2} \dots (5) \end{aligned}$$

式(3)に含まれる u_{z0} , または u_{r0} は未知数であるので, 図3の問題を直接解くことはできない。よって, $u_{z0} = c_1$ (任意定数), $u_{r0} = 0$ に相当する図4(a)と

$u_{z0} = 0, u_{r0} = c_1$ に相当する図4(b)の2つの補助問題を解析し, 次式で表される $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ を求める。

$$\begin{aligned} & \int_A \sigma_z \Big|_{z=\pm l_{z2}} dA = \sigma_1 \times \pi l_{r2}^2 \text{ at } z = \pm l_{z2} \\ & \int_A \sigma_r \Big|_{r=l_{r2}} dA = \sigma_2 \times 2\pi l_{r2} l_{z2} \text{ at } r = l_{r2} \\ & \int_A \sigma_z \Big|_{z=\pm l_{z2}} dA = \sigma_3 \times \pi l_{r2}^2 \text{ at } z = \pm l_{z2} \\ & \int_A \sigma_r \Big|_{r=l_{r2}} dz = \sigma_4 \times 2\pi l_{r2} l_{z2} \text{ at } r = l_{r2} \dots (6) \end{aligned}$$

いま解析すべき, 図3の問題と図4(a), (b)の補助問題の無次元化応力拡大係数を式(7)で定義すると, これらには式(8)の関係がある。従って, 補助問題を解析することによって図3の問題を解析することができる。

$$\begin{aligned} & F_{I,\lambda_1} = K_{I,\lambda_1} / (\sigma_0 \sqrt{\pi} l_{r1}^{1-\lambda_1}), \quad F_{II,\lambda_2} = K_{II,\lambda_2} / (\sigma_0 \sqrt{\pi} l_{r1}^{1-\lambda_2}) \\ & F_{I,\lambda_1}^a = K_{I,\lambda_1} / (\sigma_1 \sqrt{\pi} l_{r1}^{1-\lambda_1}), \quad F_{II,\lambda_2}^a = K_{II,\lambda_2} / (\sigma_1 \sqrt{\pi} l_{r1}^{1-\lambda_2}) \\ & F_{I,\lambda_1}^b = K_{I,\lambda_1} / (\sigma_3 \sqrt{\pi} l_{r1}^{1-\lambda_1}), \quad F_{II,\lambda_2}^b = K_{II,\lambda_2} / (\sigma_3 \sqrt{\pi} l_{r1}^{1-\lambda_2}) \\ & F_{I,\lambda_1} = \frac{F_{I,\lambda_1}^a - (\sigma_2 / \sigma_1) F_{I,\lambda_1}^b}{1 - (\sigma_2 / \sigma_1)(\sigma_3 / \sigma_4)}, \quad F_{II,\lambda_2} = \frac{F_{II,\lambda_2}^a + (\sigma_2 / \sigma_1) F_{II,\lambda_2}^b}{1 - (\sigma_2 / \sigma_1)(\sigma_3 / \sigma_4)} \dots (8) \end{aligned}$$

本解析では, 無限体 M と無限体 I において介在物端部となるべき位置を一致させるため, 無限体 I のユニットセル境界の位置にも体積力を分布させる, すなわち, その密度 $F_{nM2} \sim F_{II2}$ は式(9)を満足する。

$$\begin{bmatrix} h_{nr}^{F_{nM2}} & h_{nr}^{F_{II2}} \\ h_{uz}^{F_{nM2}} & h_{uz}^{F_{II2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{nM2} \\ F_{II2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{nr}^{F_{nI2}} & h_{nr}^{F_{II2}} \\ h_{uz}^{F_{nI2}} & h_{uz}^{F_{II2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{nI2} \\ F_{II2} \end{bmatrix} \dots (9)$$

3. 特異積分方程式の数値解析法

ここでは, 介在物角部 A 近傍の離散化を例として説明する。ユニットセル角部 B についての離散化もほぼ同様である。また, 角部以外の部分の数値解析法もほぼ同様であるが, 以下のような対称と逆対称変形を表す密度分布を用いない点が異なる。

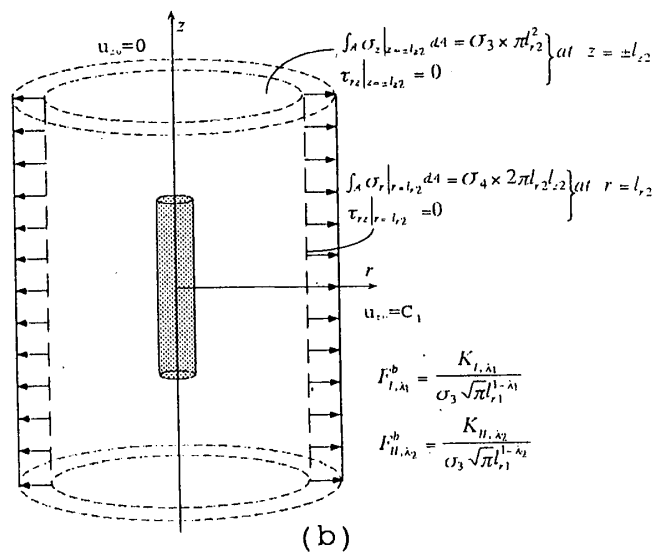
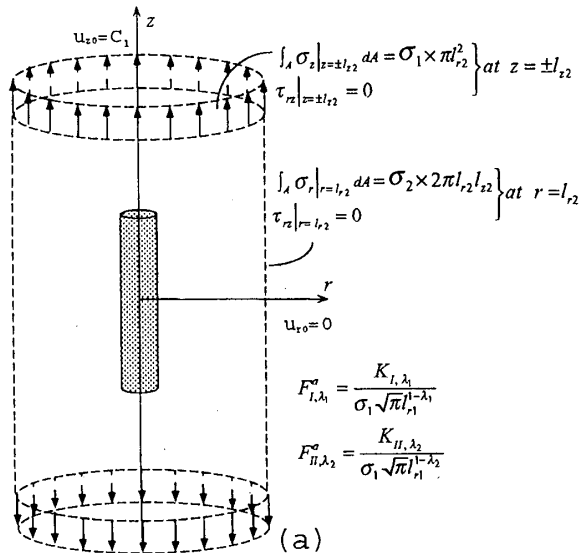


Fig.4 Auxiliary problems.

式(2)~(4)の離散化数値解析のため、円柱状介在物およびユニットセルとなるべき境界をいくつかの基本区間に分けた例を図5に示す。円柱状介在物の端部A近傍では、一般にモードIとモードIIの2種類の変形が生じるので、仮想境界上に分布させるべき体積力 F_n と F_i に対して図1の $\theta = 0$ 方向に関する対称形(モードI)と逆対称形(モードII)の2種類の分布形式を採用する。図5の端部Aの A_2-A-A_2 の範囲に分布させる体積力を以下に示すように基本密度関数($r_A^{\lambda_1-1}$, $r_A^{\lambda_2-1}$:端部に対して対称および逆対称変形を表現する分布密度)と重み関数 $W_{nmI}^I \sim W_{nmI}^{II}$ 等で近似する(式(10))。

$$\begin{aligned}
 F_{nmI}(r_i) &= F_{nmI}^I(r_i) + F_{nmI}^{II}(r_i) = W_{nmI}^I(r_i)r_i^{\lambda_1-1} + W_{nmI}^{II}(r_i)r_i^{\lambda_2-1} \\
 F_{imI}(r_i) &= F_{imI}^I(r_i) + F_{imI}^{II}(r_i) = W_{imI}^I(r_i)r_i^{\lambda_1-1} + W_{imI}^{II}(r_i)r_i^{\lambda_2-1} \\
 F_{niI}(r_i) &= F_{niI}^I(r_i) + F_{niI}^{II}(r_i) = W_{niI}^I(r_i)r_i^{\lambda_1-1} + W_{niI}^{II}(r_i)r_i^{\lambda_2-1} \\
 F_{in}(r_i) &= F_{in}^I(r_i) + F_{in}^{II}(r_i) = W_{in}^I(r_i)r_i^{\lambda_1-1} + W_{in}^{II}(r_i)r_i^{\lambda_2-1} \\
 &\dots \dots (10) \\
 W_{nmI}^I(r_i) &= \sum_{n=1}^M a_n r_i^{n-1}, \quad W_{imI}^I(r_i) = \sum_{n=1}^M b_n r_i^{n-1} \\
 W_{nmI}^{II}(r_i) &= \sum_{n=1}^M c_n r_i^{n-1}, \quad W_{imI}^{II}(r_i) = \sum_{n=1}^M d_n r_i^{n-1} \\
 W_{niI}^I(r_i) &= \sum_{n=1}^M e_n r_i^{n-1}, \quad W_{in}^I(r_i) = \sum_{n=1}^M f_n r_i^{n-1} \\
 W_{niI}^{II}(r_i) &= \sum_{n=1}^M g_n r_i^{n-1}, \quad W_{in}^{II}(r_i) = \sum_{n=1}^M h_n r_i^{n-1} \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

式(10)に含まれる基本密度関数 $r_i^{\lambda_1-1}$, $r_i^{\lambda_2-1}$ は端部A先端近傍について体積力密度の分布を精度良く表現するための関数で、それぞれ対称形(モードI)と逆対称形(モードII)の変形を表現する。本解析で用いる式(10), (11)の表現は、特異応力場に対応する変形様式以外の変形を含まない。従って、式(9)

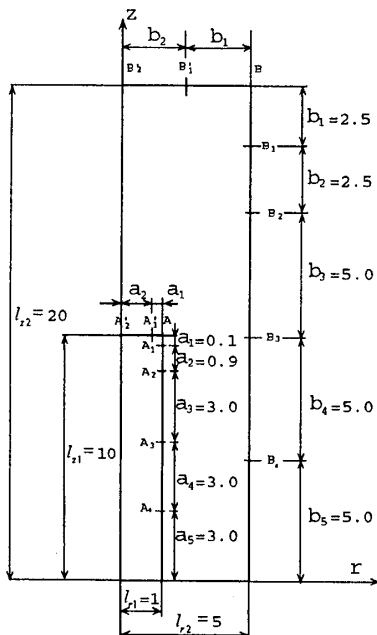


Fig.5 Boundary division ($l_{21}/l_{11}=10$, $l_{22}/l_{11}=5$, $l_{22}/l_{11}=2$).

で表されるように無限体Iにも端部の近傍の変位を一致させるように体積力を分布させる。以上のような離散化手法により、境界上に適当に選んだ点での境界条件から式(11)の $a_n \sim h_n$ 等の係数を決定すれば、特異積分方程式(2)~(4)の解が得られる。そして、介在物の端部Aに関して定義された応力拡大係数 K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} は端部A先端での重み関数の $W_n^I(0)$, $W_n^{II}(0)$, $W_i^I(0)$, $W_i^{II}(0)$ から求められる。

4. 解析結果および考察

4.1 解の収束性 図2に示すような3次元配列をなす円柱状介在物の端部の干渉問題において、介在物とユニットセルの寸法や剛性比 G_I/G_M を変えて繊維端部の応力拡大係数 K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} の解析を行った。表1は、 F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} の値(異なる重み関数に対応する値の平均値)の収束の例を示す。計算に用いた境界の基本区間の例を図5に示す($l_{21}/l_{11}=10$, $l_{22}/l_{21}=2$, $l_{22}/l_{11}=5$)。表1の結果は良好な収束性を示している。本研究では表1以外のすべての場合についても同様の検討を行った。その結果、境界を図5に示すような基本区間に分割し前節の解析法を適用することによって、各基本区間の選点数 $M=4 \sim 6$ での F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} の値が有効数字3~4桁程度まで収束しており、良好な結果が得られていることが確認された。以下では、このようにして求めた F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} を介在物とユニットセルの寸法や剛性比 G_I/G_M を系統的に変化させて示す。

4.2 3次元配列と2次元配列の比較 著者ら

Table 1 Convergence of F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2}
($l_{21}/l_{11}=10$, $l_{22}/l_{21}=5$, $l_{22}/l_{11}=20$)

M	$G_I/G_M = 10^2$		$G_I/G_M = 10^{-5}$	
	F_{I,λ_1}	F_{II,λ_2}	F_{I,λ_1}	F_{II,λ_2}
3	1.2871	1.7952	0.3786	1.5998
4	1.2898	1.7989	0.3789	1.6042
5	1.2903	1.7993	0.3790	1.6051
6	1.2900	1.7988	0.3787	1.6055

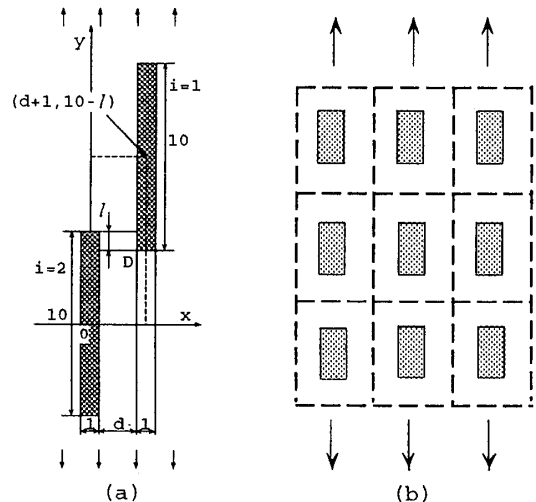


Fig.6 Two-dimensional models (a) Two rectangular inclusions (b) A rectangular array of rectangular inclusions.

は先に2本の強化繊維の干渉問題(図6(a))を2個の長方形介在物でモデル化して取扱った⁽⁴⁾。このような問題は3次元問題として取扱いが難しいので、2次元モデル(長方形介在物)と3次元モデル(円柱状介在物)の干渉効果を比較することは重要である。

表2は、 $G_I/G_M=10^2$ 、 $l_2/l_1=10$ の場合の円柱状介在物の端部Aの F_{I,λ_1} 、 F_{II,λ_2} の値を示す。このとき、もしユニットセルの寸法が介在物に比べ十分に大きいならば、即ち、 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$ 、 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$ であるならば、 $F_{I,\lambda_1} \rightarrow 1.297$ 、 $F_{II,\lambda_2} \rightarrow 1.804$ である。図7は、表2の値を、長方形配列をなす長方形介在物(図6(b)参照)の角部の応力拡大係数⁽³⁾と比較し図示したものである(長形状介在物の結果⁽³⁾は表3に示す)。図7より、 F_{I,λ_1} について、まず、 $l_2/l_1=2$ 、 $l_2/l_1=50$ の場合の干渉効果は、長方形介在物では9%程度であり、円柱状介在物では1%程度である。すなわち、一般に3次元配列ではz方向の影響が2次元配列に比べ小さいことがわかる。次に、z方向の影響が無視できる $l_2/l_1=5$ に注目すると、 F_{I,λ_1} では干渉効果が1%未満である範囲は、2次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 30$ であり、3次元配列

の場合では $l_2/l_1 \geq 20$ である。同様に F_{II,λ_2} では、その範囲は、2次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 20$ であり、3次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 15$ である。その範囲を表2、3において実線で囲んでいる。一般に3次元配列では、r方向に並ぶ介在物の影響が小さいことがわかる。

表4は、 $G_I/G_M=10^{-5}$ 、 $l_2/l_1=10$ の場合の円柱状空かの端部Aの F_{I,λ_1} 、 F_{II,λ_2} の値を示す。この場合もし $l_2/l_1 \rightarrow \infty$ 、 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$ であるならば $F_{I,\lambda_1} \rightarrow 0.379$ 、 $F_{II,\lambda_2} \rightarrow 1.604$ である。図8は表4の値を2次元配列の場合(表5参照)と比較し、図示したものである。図8より、 F_{I,λ_1} について、干渉効果が1%未満である範囲は、2次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 50$ であり、3次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 10$ である。また同様に F_{II,λ_2} では、その範囲は、2次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 30$ であり、3次元配列の場合では $l_2/l_1 \geq 5$ である。即ち $G_I/G_M=10^{-5}$ の場合も表4と表5の実線で囲んだ部分で比べればわかるように3次元配列では、r方向に並ぶ介在物の影響はかなり小さい。

4.3 剛性比 $G_I/G_M=10^2$ と $G_I/G_M=10$ の比較

表6は、 $G_I/G_M=10^2$ 、 $l_2/l_1=5$ において、介在物の寸法

Table 2 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^2$, $l_2/l_1=10$ in Fig.3.

l_2/l_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.76323491$)			F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.62184397$)		
	1.5	2	5	1.5	2	5
5	0.935	0.942	0.953	1.247	1.284	1.357
10	1.238	1.229	1.233	1.725	1.708	1.731
15	1.309	1.281	1.280	1.832	1.784	1.788
20	1.328	1.298	1.290	1.869	1.810	1.799
25	1.347	1.303	1.294	1.890	1.813	1.802
30	1.359	1.309	1.295	1.904	1.816	1.803
50	---	1.314	1.295	---	1.820	1.803

$F_{I,\lambda_1} \rightarrow 1.297$,
 $F_{II,\lambda_2} \rightarrow 1.804$
if $l_2/l_1 \rightarrow \infty$,
 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$.

Region within 1% interaction

Table 4 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^{-5}$, $l_2/l_1=10$ in Fig.3.

l_2/l_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.54448375$)		F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.90852919$)	
	2	5	2	5
3	0.405	0.406	1.682	1.652
4	0.393	0.396	1.644	1.630
5	0.387	0.390	1.621	1.619
10	0.380	0.381	1.610	1.607
20	0.379	0.380	1.605	1.605
30	0.379	0.379	1.602	1.605
50	0.379	0.379	1.595	1.605

$F_{I,\lambda_1} \rightarrow 0.379$,
 $F_{II,\lambda_2} \rightarrow 1.604$
if $l_2/l_1 \rightarrow \infty$,
 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$.

Table 3 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^2$, $l_2/l_1=10$ in Fig.6(b).

l_2/l_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.76323491$)			F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.62184397$)		
	2	5	10	2	5	10
5	0.486	0.472	0.470	0.706	0.775	0.806
10	0.609	0.603	0.602	0.925	0.967	0.983
20	0.672	0.656	0.655	1.038	1.016	1.026
30	0.702	0.666	0.665	1.086	1.018	1.023
50	0.731	0.672	0.670	1.131	1.019	1.019

$F_{I,\lambda_1} \rightarrow 0.671$,
 $F_{II,\lambda_2} \rightarrow 1.018$
if $l_2/l_1 \rightarrow \infty$,
 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$.

Region within 1% interaction

Table 5 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^{-5}$, $l_2/l_1=10$ in Fig.6(b).

l_2/l_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.54448375$)			F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.90852919$)		
	2	5	10	2	5	10
5	0.637	0.645	0.644	2.044	2.023	2.013
10	0.566	0.582	0.586	1.975	1.952	1.943
20	0.524	0.540	0.545	1.935	1.944	1.936
30	0.516	0.525	0.529	1.916	1.954	1.949
50	0.510	0.516	0.519	1.900	1.961	1.960

$F_{I,\lambda_1} \rightarrow 0.513$,
 $F_{II,\lambda_2} \rightarrow 1.968$
if $l_2/l_1 \rightarrow \infty$,
 $l_2/l_1 \rightarrow \infty$.

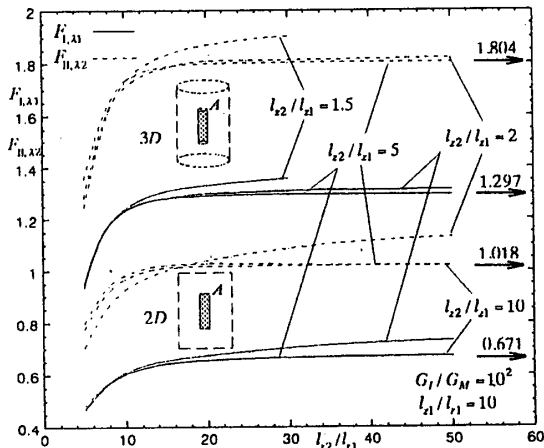


Fig.7 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^2$, $l_2/l_1=10$.

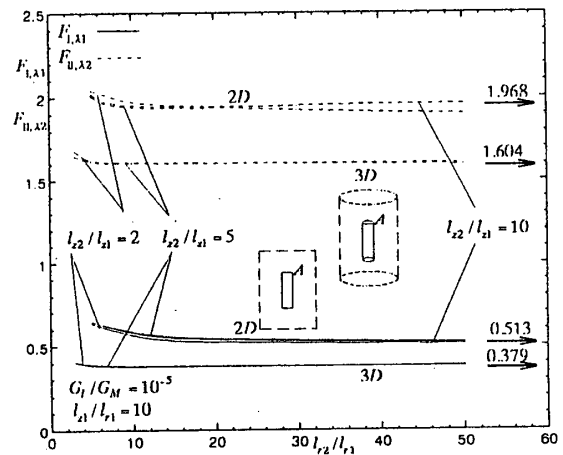


Fig.8 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^{-5}$, $l_2/l_1=10$.

比 l_2/l_1 (アスペクト比)を系統的に変化させた場合の円柱状介在物の端部Aの F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} の値を示す。図9は、表6を図示したものである。図9で $l_2/l_1 \rightarrow \infty$, $l_2/l_1 \rightarrow \infty$ に相当する応力拡大係数の値を右端に示す。図9より、 F_{I,λ_1} について、干渉効果が1%未満である範囲は $l_2/l_1=2$ の場合 $l_2/l_1 \geq 5$ であり、 $l_2/l_1=30$ の場合 $l_2/l_1 \geq 50$ である。即ち、強化繊維が長くなるにつれてr方向に並ぶ介在物の影響が大きくなるため、干渉効果が大きくなる。

表7は、 $G_I/G_M=10$, $l_2/l_1=2$ の場合の円柱状介在物の端部Aの F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} の値を示す。図10は、表7を図示したものである。図10より $l_2/l_1=10$, $l_2/l_1=5$ の場合における干渉効果は1%程度であり、同じ形状比で $G_I/G_M=10^2$ の場合(表2参照)では27%程度である。即ち、剛性比の減少に伴って干渉効果が小さくなることわかる。

図11に $G_I/G_M=2 \sim 10^2$ の範囲について干渉効果が無視できる l_2/l_1 の範囲を l_2/l_1 の関数として示す。z方向の距離が $l_2/l_1 \geq 5$ ($G_I/G_M=10^2$ のとき)または、 $l_2/l_1 \geq 2$ ($G_I/G_M=10$, 2のとき)であれば、干渉効果は1%未満である。例えば、 $G_I/G_M=10$ のとき図1によれば、 $l_2/l_1 \geq 10$ であれば端部Aの応力拡大係数は l_2/l_1 に関わらずほぼ一定となっている。しかし、図11に示すように周辺の繊維に及ぼす干渉効果は $l_2/l_1 \geq 10$ でも l_2/l_1 とともに増加する傾向が認められる。

Table 6 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^2$, $l_2/l_1=5$ in Fig.3.

l_2/l_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.76323491$)				F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.62184397$)			
	2	10	20	30	2	10	20	30
3	0.451	--	--	--	0.725	--	--	--
5	0.485	0.953	0.973	1.055	0.755	1.357	1.365	1.381
10	0.493	1.233	1.493	1.529	0.757	1.730	2.073	2.117
20	0.496	1.290	1.709	1.849	0.760	1.799	2.363	2.549
30	0.497	1.295	1.738	1.910	0.761	1.803	2.399	2.631
50	0.497	1.295	1.746	1.930	0.761	1.804	2.407	2.660
∞	0.495	1.297	1.753	1.943	0.759	1.804	2.416	2.673

Region within 1% interaction

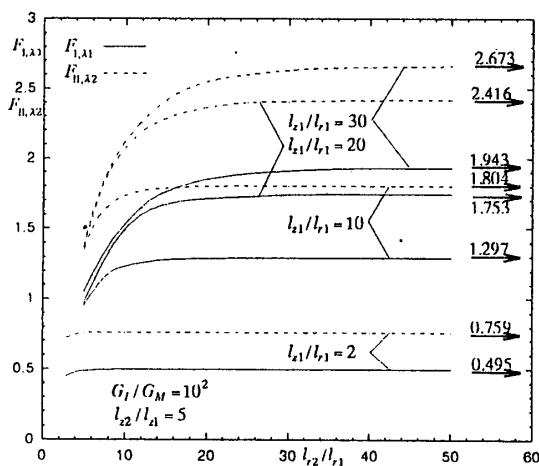


Fig.9 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10^2$, $l_2/l_1=5$.

5. 結 言

本研究では、強化繊維が母材中に多数個分布している場合に、強化繊維端部の特異性の強さを支配する一般化応力拡大係数を与えることを目的とした。問題をユニットセル領域に置換えて、その境界条件を体積力法の特異積分方程式によって表現し、未知関数を基本密度関数と近似式で近似して求めた。得られた結果を2次元配列の介在物と比較して示した。さらに、干渉効果が繊維の長さ、繊維の間隔によって変化する様子を図表に示した。また、繊維がどの程度離れると干渉効果が無視できるか、その範囲を明らかにした。

文 献

- (1)野田尚昭・王 清・諸富貴光, 円柱状介在物端部の特異応力場の強さ解析, 機論, 63-612, A(1997), 1701-1706.
- (2)陳玳珩・西谷弘信, 短繊維端端における特異応力場の強さ解析(第一報, 解析方法), 機論, 58-554, A(1992), 1834-1838.
- (3)野田尚昭・高瀬 康・濱島智英, 正方形配列をなす正方形ならびに、長方形介在物の角部の一般化応力拡大係数, 機論, 67-662, A(2001), 1624-1629.
- (4)野田尚昭・陳夢成・高瀬 康・今橋智則, 2個の長方形介在物の干渉における介在物角部の応力拡大係数の解析, 材料, 48-11, (1999), 1269-1274.

Table 7 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10$, $l_2/l_1=2$ in Fig.3.

l_2/l_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.79811118$)			F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.78565474$)		
	5	10	100	5	10	100
5	0.510	0.533	--	0.936	0.963	--
10	0.538	0.584	0.585	0.996	1.063	1.061
15	0.539	0.594	0.602	0.997	1.083	1.095
20	0.540	0.596	0.608	0.997	1.089	1.107
30	0.541	0.598	0.612	0.998	1.087	1.115
50	--	0.599	0.616	--	1.089	1.121
∞	0.540	0.599	0.618	0.996	1.087	1.121

Region within 1% interaction

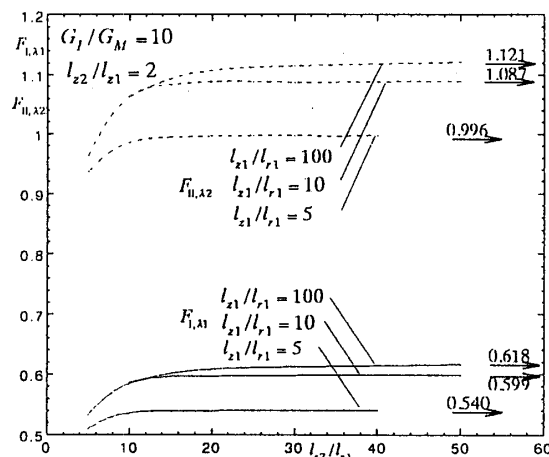


Fig.10 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for $G_I/G_M=10$, $l_2/l_1=2$.

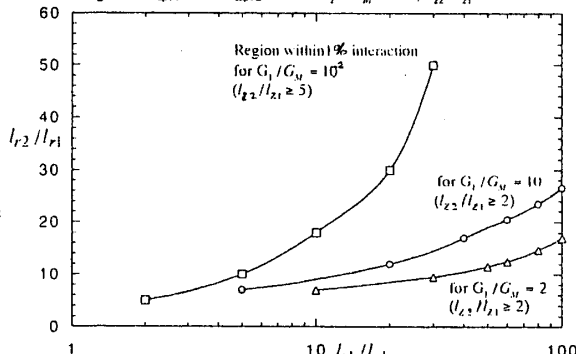


Fig.11 Region within 1% interaction effect.