

切欠きの開き角の影響を考慮した切欠き寸法の全範囲に対して有効な応力集中係数の計算式†

高瀬 康* 野田 尚 昭**
高 艶*** 竹本 智 一*

Stress Concentration Formula Useful for Any Dimensions of Notches — Effect of Notch Opening Angle on the Stress Concentration Factor —

by

Yasushi TAKASE*, Nao-Aki NODA**, Yan GAO*** and Tomokazu TAKEMOTO*

In our previous studies, a set of convenient formulas useful for any dimensions of notches in a round specimen were proposed for a notch opening angle of 60 degree. In this study the effect of notch opening angle on the stress concentration factor is considered. First, for the limiting cases of shallow notches, the body force method is used to calculate the SCFs with varying the opening angle from 0 to 90 degree; then, the formulas are obtained as K_{ts} for any root radius. Second, for the limiting cases of deep notches, the body force method is used to calculate the SCFs with varying the opening angle from 0 to 90; then, the formulas are obtained as K_{td} for any root radius. Third, for general notches the effect of opening angle is considered. Finally, a set of convenient formulas useful for any shape of notch in a round test specimen are proposed for the opening angle from 0 to 90 degree. The formulas yield SCFs with less than 1% error for any shape of notch in most cases under tension.

Key words: Fatigue, Stress concentration, Notch, Numerical analysis, Test specimen, Tension, Bending, Body force method

1 緒 言

円周切欠きを有する丸棒 (Fig. 1) はしばしば試験片として用いられ, その応力集中問題は材料強度に関する研究において重要である. 著者らはすでに切欠きの開き角 $\omega = 60^\circ$ の場合に対して切欠き半径 ρ が極端に大きい円弧切欠き, ならびに切欠き半径 ρ が極端に小さい 60° V形切欠きをも含めた, 切欠き形状の全範囲に対して正確な応力集中係数を与える高精度の計算式を提案した.^{1), 2)} しかし, さきの研究では開き角 $\omega = 60^\circ$ と一定としたので, 切欠きの開き角を変えたとき応力集中係数がどのように変化するかは不明である.

これまでの研究として, 菊川・佐藤は Fig. 1 で $a/\rho = 1, 2, 4$ の場合について切欠き底にひずみゲージをはり側面角と切欠き深さを変えて応力集中係数を考察している.³⁾ また, 西谷らは体積法によって Fig. 1 で, $2t/D \rightarrow 0, t/\rho = 1, 2, 4, 8$ に相当する半無限板の V形切欠きの応力集中係数に及ぼす開き角の影響を調べている.⁴⁾ さらに, 村上, 野田, 西谷は V形切欠きを有する丸棒の曲げ (Fig. 1 で $0.5 \geq 2\rho/D \geq 0.05$ のとき) について, 切欠きの開き角の変化が応力集中係数および応力分布へ及ぼす影響について考察している.⁵⁾ このよういくつかの研究はあるものの, 実際には切欠きの開き角の応力集中係数に及ぼす影響は切欠きの鋭さや切欠き深さによって変化

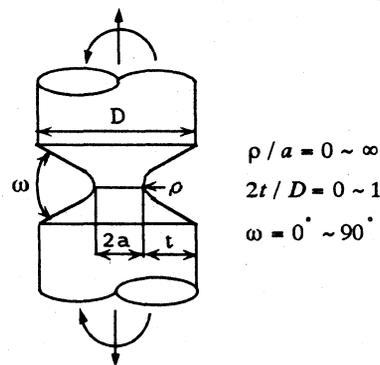


Fig. 1. Round specimens with circular-arc and V-shaped notches.

する. すなわち, 上記の研究はいずれも切欠き寸法の一部について調べられたものであるため, 切欠き寸法のすべての範囲について有効な考察とはなっていない.

そこで本研究では, まず, Fig. 1 で $2t/D \rightarrow 0$ に相当する切欠きが浅い場合の K_{ts} を $t/\rho = 0 \sim \infty$ の全範囲で開き角の影響を調べる. 次に $2t/D \rightarrow 1$ に相当する切欠きが深い場合の K_{td} を $a/\rho = 0 \sim \infty$ の全範囲で開き角の影響を考察する. 具体的には, 体積法によって得られた結果に最小 2 乗法を適用して, これら極限の場合に開

† 原稿受理 平成 14 年 7 月 26 日 Received July 26, 2002

* 九州工業大学工学部機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku Kitakyushu, 804-8550

** 正会員 九州工業大学工学部機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku Kitakyushu, 804-8550

*** 山東大学工学部 (中国山東済南市), 研究当時九州工業大学

き角の影響を考慮した計算式を提案する。そして、切欠き深さが中間の場合の体積法の結果が、これら K_{ts} と K_{td} から求められるかどうか検討する。実際の機械部品や試験片として開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ が良く用いられるので、最終的には、開き角がこの範囲で変化することの影響を考慮して、切欠き寸法のごく一部にとどまらず切欠き半径、切欠き深さのすべての範囲に対して正確な K_t を与える計算式を提案する。

2 記 号

本論文で使用する記号をまとめて以下に示す。全範囲で求める応力集中係数 K_t は最小断面の公称応力に基づく。

- ρ : 切欠き半径
- t : 切欠き深さ
- a : 切欠き底の最小断面の半径
- D : 直径
- d : 最小断面の直径, $d = 2a$
- ξ : $= \sqrt{t/\rho}$
- η : $= \sqrt{\rho/t}$
- ν : ポアソン比 (= 0.3)
- λ : $= 2t/D$
- x : $a/\rho \leq 1.0$ のとき, $x = a/\rho$
 $\rho/a \leq 1.0$ のとき, $x = 2 - \rho/a$
- K_t : Fig. 1 の問題の応力集中係数
- K_{ts} : 開き角 ω の V 形切欠きを有する半無限板の応力集中係数 $K_{ts} = K_t|_{2t/D \rightarrow 0}$
- K_{tH} : 深い回転双曲面切欠きの応力集中係数
- K_{td} : 深い開き角 ω の V 形切欠きの応力集中係数
 $K_{td} = K_t|_{2t/D \rightarrow 1}$
- K_{tE} : 無限板の円孔の応力集中数 ($= 1 + 2\sqrt{t/\rho}$)
- ω : 切欠きの開き角 (degree)
- ω^* : $\omega/90$
- M_1 : 体積法による解析の際の切欠きの円弧部の分割数
- M_2 : 体積法による解析の際の切欠きの直線部の分割数

3 浅い切欠きの解における切欠きの開き角の影響

まず、切欠き深さが浅い場合の極限に相当する V 形切欠きを有する半無限板の応力集中係数 $K_{ts} = K_t|_{2t/D \rightarrow 0}$ を考察する。円周切欠きを有する丸棒が引張りおよび曲げを受けるどちらの場合 (Fig. 1) にも切欠きを有する半無限板の引張りの解が切欠きの浅い極限の解となる。さきの研究でこの極限の解は、切欠き半径 ρ が小さい場合や切欠き深さ t が浅い場合に有効であることを示した。⁵⁾ しかし、 K_{ts} に及ぼす開き角 ω の影響はまだ調べられていないので $\omega = 60^\circ$ と同様に体積法による追加計算を行って得られた結果を Table I に示す。体積法の詳細については文献^{4)~6)} に示されているので、ここでは省略する。Table I の結果は有限の分割数 M_1 から分割数無限大の場合を外そうによって求めている。その例を Table II に示す。Table II は開き角 $\omega = 70^\circ, 80^\circ$ での K_{ts} の値を $t/\rho = 64, 400$ の場合について示している。Table II に示すように t/ρ があまり大きくない場合には有効数字 4 けた程度の収束性があり、また t/ρ が大きい場合には有効数字 3 けた程度の収束性があることがわかる。Table II

Table I. K_{ts}/K_{tE} for various ω .

t/ρ	$\sqrt{t/\rho}$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 60^\circ$	$\omega = 70^\circ$	$\omega = 80^\circ$	$\omega = 90^\circ$
0.0625	0.25	0.983	0.983	0.983	0.983	0.983
0.1	0.316	0.984	0.984	0.984	0.984	0.984
0.15	0.387	0.986	0.986	0.986	0.986	0.986
0.20	0.447	0.988	0.988	0.988	0.988	0.988
0.25	0.5	0.992	0.992	0.992	0.992	0.992
0.30	0.548	0.994	0.994	0.994	0.994	0.994
0.35	0.592	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
0.40	0.632	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
0.45	0.671	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002
0.50	0.707	1.004	1.004	1.004	1.004	1.004
0.55	0.742	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006
0.60	0.775	1.008	1.008	1.008	1.008	1.008
0.65	0.806	1.010	1.010	1.010	1.010	1.010
0.70	0.837	1.012	1.012	1.012	1.012	1.012
0.75	0.866	1.014	1.014	1.014	1.014	1.014
0.80	0.894	1.015	1.015	1.015	1.015	1.015
0.85	0.922	1.017	1.017	1.017	1.017	1.017
0.90	0.949	1.019	1.019	1.019	1.019	1.019
0.95	0.975	1.020	1.020	1.020	1.020	1.020
1.0	1.0	1.022	1.022	1.022	1.022	1.022
1.111	1.054	1.025	1.025	1.024	1.024	1.023
1.25	1.118	1.028	1.028	1.028	1.027	1.026
1.428	1.195	1.033	1.032	1.032	1.031	1.030
1.666	1.291	1.038	1.037	1.037	1.036	1.034
2	1.414	1.044	1.044	1.043	1.042	1.039
4	2	1.069	1.066	1.065	1.061	1.054
8	2.828	1.094	1.088	1.084	1.077	1.065
16	4	1.113	1.106	1.099	1.088	1.068
36	6	1.133	1.122	1.111	1.092	1.062
64	8	1.141	1.129	1.115	1.091	1.053
100	10	1.148	1.133	1.117	1.090	1.043
225	15	1.161	1.135	1.113	1.077	1.023
400	20	1.166	1.137	1.110	1.066	1.015
∞		1.172	1.139	1.107	1.042	1.005

[$K_{ts} = K_t|_{2t/D \rightarrow 0}, K_{td} = 1 + 2\sqrt{t/\rho}$]: Circular-arc notch

Table II. Convergence of K_{ts} .

		$t/\rho = 64$		$t/\rho = 400$	
M_1	M_2	$\omega = 70^\circ$	M_1	M_2	$\omega = 80^\circ$
64	256	18.9796	50	800	45.5338
68	272	18.9781	52	832	45.5326
72	288	18.9768	54	864	45.5313
76	304	18.9756	56	896	45.5301
$\rightarrow \infty$ (68-64)		18.9537	$\rightarrow \infty$ (52-50)		45.5018
$\rightarrow \infty$ (72-68)		18.9538	$\rightarrow \infty$ (54-52)		45.4993
$\rightarrow \infty$ (76-72)		18.9543	$\rightarrow \infty$ (56-54)		45.4969
K_{tE}		8	K_{tE}		41

∞ (68-64): Extrapolated value from $M_1 = 68$ and $M_1 = 64$

のような検討によって得られた Table I に示すように、 $t/\rho < 1.0$ では開き角の影響がほとんど表われず、 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の結果は有効数字 3 けた以上まで一致する。しかし、 $t/\rho > 1.0$ では $\rho \rightarrow 0$ に従って開き角の影響は大きく表われる。すなわち、 $\omega = 90^\circ \rightarrow 0^\circ$ に従って K_{ts} が大となる。Table I で $t/\rho = \infty$ の結果は t/ρ が大きいときの結果から外そうによって求めたものであるが有効数字 3 けた程度の精度があると考えている。このとき、 $\omega = 0^\circ$ と $\omega = 90^\circ$ では 17% の違いがある。 ρ と t を揃えた場合、開き角 $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ では等価円孔の概念より、応力集中

係数は多くの場合に大きな変化はないと考えられている様であるが、 ρ が小さい場合には注意が必要である。Table I の結果に最小 2 乗法を適用して得られた近似式の結果を Fig. 2 に示す。式 1 または Table I (および Fig. 2) は切欠きの開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の K_{ts} を誤差 1% 以内で与える。

$$K_{ts}/K_{tE} = 1.000 - 0.127\xi + 0.2908\xi^2 - 0.1420\xi^3$$

(適応範囲 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$, 推定誤差 0.2% 以内) (1.a)

$$K_{ts}/K_{tE} = \left\{ (1.062 - 0.3913\eta + 0.9886\eta^2 - 1.088\eta^3 + 0.4294\eta^4) + (-0.0898 + 1.266\eta - 4.629\eta^2 + 6.185\eta^3 - 2.742\eta^4)\omega^* + (0.5199 - 7.762\eta + 28.636\eta^2 - 38.398\eta^3 + 17.070\eta^4)\omega^{*2} + (-0.9099 + 14.280\eta - 53.087\eta^2 + 71.325\eta^3 - 31.728\eta^4)\omega^{*3} + (0.3161 - 6.961\eta + 27.373\eta^2 - 37.494\eta^3 + 16.828\eta^4)\omega^{*4} \right\} \times (1.107 + 0.1451\eta - 0.9594\eta^2 + 1.245\eta^3 - 0.5180\eta^4)$$

$\xi = \sqrt{t/\rho}$, $\eta = \sqrt{\rho/t}$, $K_{tE} = 1 + 2\sqrt{t/\rho}$, $\omega^* = \omega/90$

(推定誤差 1% 以内) (1.b)

4 深い切欠きの解における切欠きの開き角の影響

次に、切欠きが深い場合に対する応力集中係数 $K_{td} = K_{t|2t/D \rightarrow 1}$ を考察する。さきにもこのような $60^\circ V$ 形切欠きに対して回転双曲面切欠きの解が、その近似値を与えることを示した。⁷⁾そこで、開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の場合につい

て、さきに行った $\omega = 60^\circ$ の場合と同様に切欠きが深くなった時の極限の解 K_{td} を以下のようにして求める。まず、Table III に $\omega = 90^\circ$ で切欠きが深い場合の体積力法による計算例を示す。Table III では有効数字 4 ~ 5 けたの精度があることがわかる。次の Table IV は Table III のようにして求めた。Table IV は $\omega = 90^\circ$ での K_t/K_{tH} の値を $2t/D = 0.7 \sim 0.9$ について、また、収束性を利用して $2t/D \rightarrow 1$ の推定値も示す。

Table IV に示すように、切欠きが深い場合すなわち $2t/D = 0.7, 0.8, 0.9$ の応力集中係数 K_t と深い双曲面切欠きの解 K_{tH} を比較すると $2t/D = 0.7 \rightarrow 0.9$ と切欠きが深くなるに従い応力集中係数 K_t と深い双曲面切欠きの解 K_{tH} との比は一定になる。同様にして、深い V 形切欠きの解 K_{td} を開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の場合について最小二乗法を適用してパラメータ x の関数として求めた。

Fig. 3 は、切欠きが深い場合の応力集中係数 K_t が K_{td} の値で近似できることを示している。Table V, VI は、Table IV と同様にして求めた開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の結果である。Table V, VI から得られた近似式を式 (2), (3) に示す。

Table III. Convergence of K_t , when $\omega = 90^\circ$ under tension.

		$a/\rho = 1.0$	$a/\rho = 1.0$	$a/\rho = 1.0$
M_1	M_2	$2t/D = 0.7$	$2t/D = 0.8$	$2t/D = 0.9$
20	60	1.40177	1.39881	1.39788
25	75	1.40164	1.39877	1.39792
30	90	1.40154	1.39874	1.39795
$\rightarrow \infty (25 - 20)$		1.40110	1.39859	1.39810
$\rightarrow \infty (30 - 25)$		1.40107	1.39859	1.39809
K_{tH}		1.391	1.391	1.391

Table IV. K_t/K_{tH} when $\omega = 90^\circ, 2t/D \rightarrow 1.0$ under tension.

x	a/ρ	ρ/a	$2t/D=0.7$	$2t/D=0.8$	$2t/D=0.9$	$2t/D \rightarrow 1.0$
0.000	0.000	∞	1.000	1.000	1.000	1.000
0.100	0.100	10.000	0.999	1.000	1.000	1.000
0.200	0.200	5.000	0.998	0.998	0.998	0.998
0.300	0.300	3.333	0.996	0.996	0.996	0.996
0.400	0.400	2.500	0.995	0.995	0.995	0.995
0.500	0.500	2.000	0.996	0.995	0.995	0.995
0.600	0.600	1.667	0.998	0.997	0.997	0.997
0.700	0.700	1.429	0.999	0.998	0.998	0.998
0.800	0.800	1.250	1.002	1.000	1.000	1.000
0.900	0.900	1.111	1.004	1.003	1.002	1.002
1.000	1.000	1.000	1.007	1.006	1.005	1.005
1.000	1.000	1.000	1.007	1.006	1.005	1.005
1.100	1.111	0.900	1.010	1.008	1.008	1.008
1.200	1.250	0.800	1.014	1.012	1.012	1.012
1.300	1.429	0.700	1.018	1.016	1.016	1.016
1.400	1.667	0.600	1.023	1.021	1.021	1.021
1.500	2.000	0.500	1.027	1.025	1.025	1.025
1.600	2.500	0.400	1.032	1.030	1.030	1.030
1.700	3.333	0.300	1.035	1.033	1.033	1.033
1.800	5.000	0.200	1.034	1.033		1.033
1.900	10.00	0.100	1.020			1.020
2.000	∞	0.000				1.014

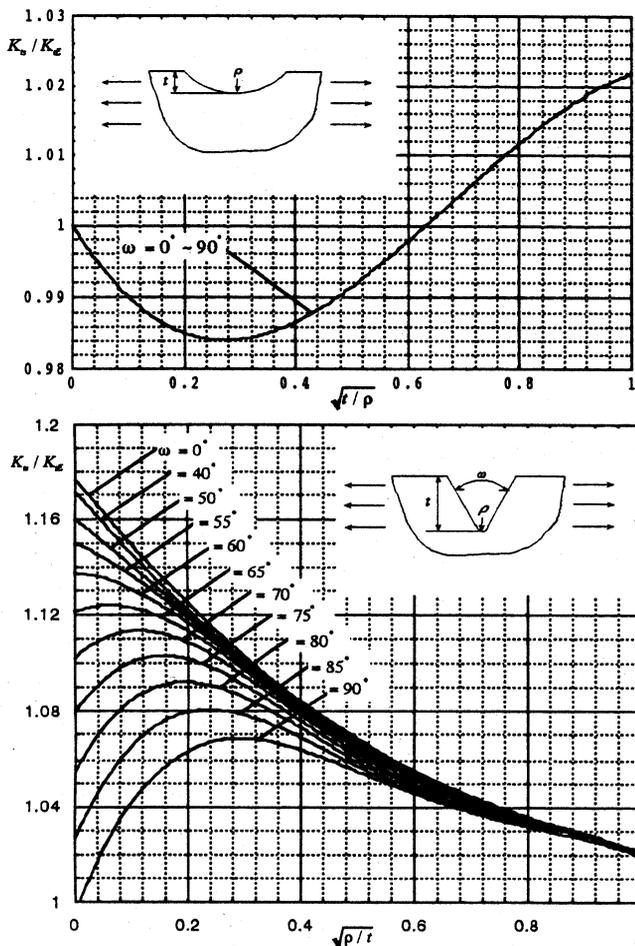


Fig. 2. K_{ts}/K_{tE} vs $\sqrt{t/\rho}$ and $\sqrt{\rho/t}$.

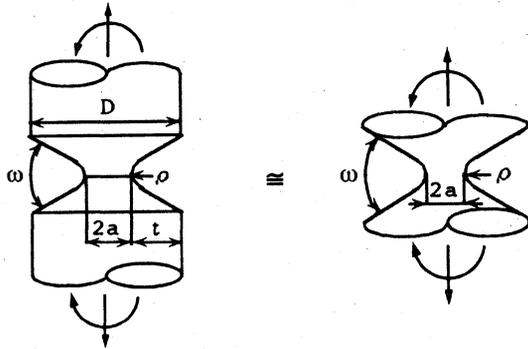


Fig. 3. K_t and K_{td} with V-shaped notches.

(1) 引張り

$$K_{td}/K_{IH} = \{ (1.001 - 0.0175x + 0.0487x^2 - 0.0576x^3 + 0.0199x^4) + (-0.0064 + 0.0770x - 0.2469x^2 + 0.2622x^3 - 0.0812x^4) \omega^* + (0.0288 - 0.3754x + 1.278x^2 - 1.403x^3 + 0.4414x^4) \omega^{*2} + (-0.0430 + 0.5778x - 2.033x^2 + 2.265x^3 - 0.7149x^4) \omega^{*3} + (0.0166 - 0.2445x + 0.9141x^2 - 1.017x^3 + 0.3161x^4) \omega^{*4} \} \times (1.005 - 0.0494x + 0.0512x^2 - 0.0077x^3)$$

(推定誤差 1% 以内) (2.a)

$$K_{IH} = (1/N) \{ (a/\rho) \sqrt{a/\rho + 1} + (0.5 + \nu)(a/\rho) + (1 + \nu) \sqrt{a/\rho + 1} \}$$

(2.b)

$$N = a/\rho + 2\nu \sqrt{a/\rho + 1} + 2$$

(2.c)

(2) 曲げ

$$K_{td}/K_{IH} = \{ (0.9984 + 0.0120x + 0.0115x^2 - 0.0170x^3 + 0.0094x^4) + (0.0126 - 0.0809x - 0.0651x^2 + 0.1607x^3 - 0.0914x^4) \omega^* + (-0.0357 + 0.1615x + 0.0956x^2 - 0.5663x^3 + 0.3142x^4) \omega^{*2} + (0.0465 - 0.1552x - 0.2422x^2 + 0.8797x^3 - 0.4306x^4) \omega^{*3} + (-0.0203 + 0.0523x + 0.1477x^2 - 0.4090x^3 + 0.1849x^4) \omega^{*4} \} \times (0.9979 + 0.0016x + 0.0512x^2 - 0.0359x^3 + 0.0109x^4)$$

(推定誤差 1% 以内) (3.a)

Table V. K_t/K_{IH} for various ω when $2t/D \rightarrow 1.0$ under tension.

x	a/ρ	ρ/a	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 60^\circ$	$\omega = 70^\circ$	$\omega = 80^\circ$	$\omega = 90^\circ$
0.000	0.000	∞	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.100	0.100	10.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.200	0.200	5.000	0.998	0.998	0.997	0.998	0.998
0.300	0.300	3.333	0.996	0.996	0.995	0.996	0.996
0.400	0.400	2.500	0.994	0.994	0.994	0.994	0.995
0.500	0.500	2.000	0.993	0.993	0.993	0.993	0.995
0.600	0.600	1.667	0.992	0.992	0.993	0.994	0.997
0.700	0.700	1.429	0.991	0.993	0.994	0.995	0.998
0.800	0.800	1.250	0.992	0.994	0.995	0.997	1.000
0.900	0.900	1.111	0.993	0.995	0.997	0.999	1.002
1.000	1.000	1.000	0.994	0.997	0.999	1.001	1.005
1.000	1.000	1.000	0.994	0.997	0.999	1.001	1.005
1.100	1.111	0.900	0.996	0.997	1.001	1.004	1.008
1.200	1.250	0.800	0.998	0.999	1.005	1.007	1.012
1.300	1.429	0.700	1.001	1.003	1.008	1.012	1.016
1.400	1.667	0.600	1.006	1.006	1.014	1.017	1.021
1.500	2.000	0.500	1.011	1.012	1.019	1.022	1.025
1.600	2.500	0.400	1.019	1.018	1.026	1.029	1.030
1.700	3.333	0.300	1.028	1.026	1.034	1.035	1.033
1.800	5.000	0.200	1.042	1.045	1.041	1.038	1.033
1.900	10.00	0.100	1.053	1.053	1.043	1.035	1.020
2.000	∞	0.000	1.064	1.060	1.045	1.032	1.014

Table VI. K_t/K_{IH} for various ω when $2t/D \rightarrow 1.0$ under bending.

x	a/ρ	ρ/a	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 10^\circ$	$\omega = 20^\circ$	$\omega = 40^\circ$	$\omega = 60^\circ$	$\omega = 90^\circ$
0.000	0.000	∞	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.100	0.100	10.00	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
0.200	0.200	5.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.998	0.997
0.300	0.300	3.333	1.006	1.002	1.002	0.999	0.998	0.997
0.400	0.400	2.500	1.010	1.004	1.005	1.000	0.999	0.996
0.500	0.500	2.000	1.015	1.012	1.007	1.002	1.000	0.996
0.600	0.600	1.667	1.018	1.015	1.013	1.005	1.001	0.996
0.700	0.700	1.429	1.022	1.019	1.014	1.008	1.002	0.996
0.800	0.800	1.250	1.029	1.024	1.018	1.008	1.003	0.998
0.900	0.900	1.111	1.035	1.030	1.022	1.012	1.004	0.997
1.000	1.000	1.000	1.037	1.032	1.024	1.012	1.004	0.998
1.000	1.000	1.000	1.037	1.032	1.024	1.012	1.004	0.998
1.100	1.111	0.900	1.045	1.035	1.026	1.013	1.005	0.998
1.200	1.250	0.800	1.058	1.041	1.030	1.016	1.006	1.000
1.300	1.429	0.700	1.064	1.047	1.042	1.018	1.008	1.004
1.400	1.667	0.600	1.070	1.054	1.049	1.022	1.010	1.008
1.500	2.000	0.500	1.085	1.065	1.047	1.027	1.013	1.007
1.600	2.500	0.400	1.105	1.076	1.056	1.031	1.017	1.011
1.700	3.333	0.300	1.112	1.081	1.058	1.032	1.022	1.017
1.800	5.000	0.200	1.123	1.092	1.070	1.041	1.028	1.021
1.900	10.00	0.100	1.155	1.108	1.081	1.051	1.038	1.023
2.000	∞	0.000	1.187	1.124	1.092	1.061	1.050	1.025

$$K_{IH} = 0.75(1/N) \{ \sqrt{a/\rho + 1} + 1 \} \{ 3a/\rho - (1 - 2\nu) \sqrt{a/\rho + 1} + 4 + \nu \}$$

(3.b)

$$N = 3(a/\rho + 1) + (1 + 4\nu) \sqrt{a/\rho + 1} + (1 + \nu) / (\sqrt{a/\rho + 1} + 1)$$

(3.c)

式 (2), (3) の値を Fig. 4, 5 に示す. Fig. 4 の引張りでは, 開き角 $\omega = 0^\circ \rightarrow 60^\circ$ と変化しても応力集中係数の変化は小さいことがわかる. 開き角 $\omega = 60^\circ \rightarrow 90^\circ$ と変化するとき, $0 \leq \rho/a \leq 0.3$ の範囲では応力集中係数 K_{td} は減少するが, $0 \leq a/\rho \leq 3.333$ ではむしろかえって増加する. すなわち, 通常開き角の増加に伴って応力集中係数は減少すると考えられているが, 逆に増加することもあることがわかる. Fig. 5 の曲げにおいては, 開き角 $\omega = 60^\circ \rightarrow 90^\circ$ と変化した場合の応力集中係数 K_{td} の減少の割合は小さいものの, 全体的には, $\omega = 0^\circ \rightarrow 90^\circ$ と変化するに従い, K_{td} も徐々に減少しており, 開き角の増加に伴って応力集中係数は減少するという傾向が表れて

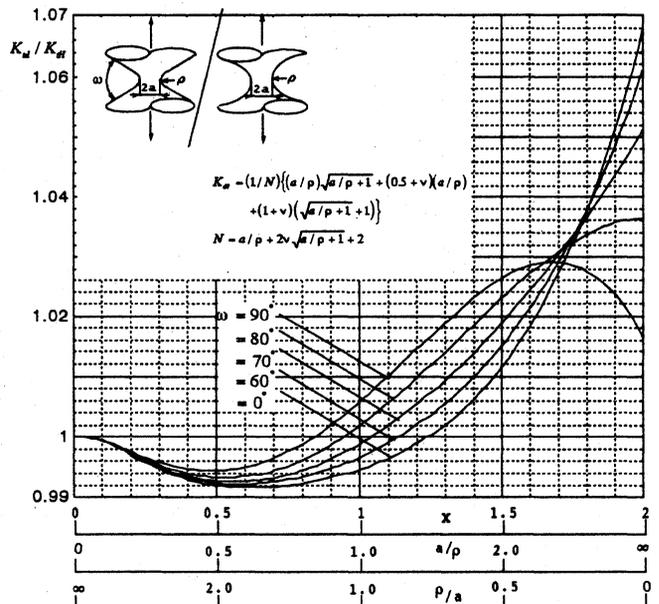


Fig. 4. K_{td}/K_{IH} vs. a/ρ or ρ/a under tension.

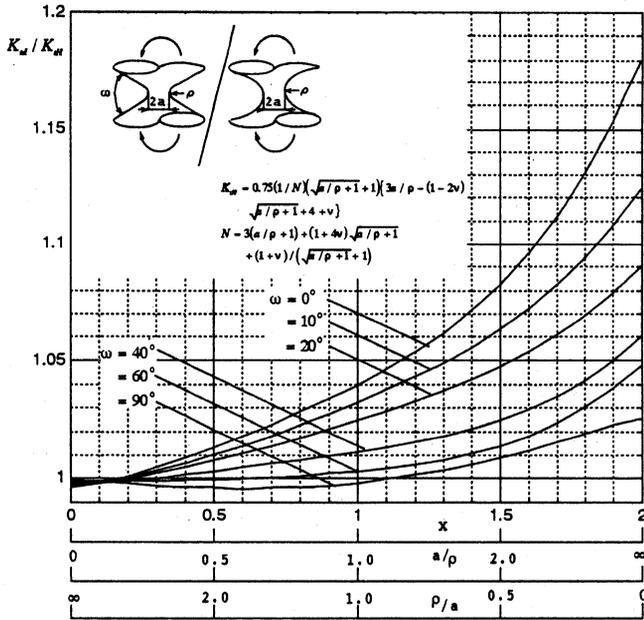


Fig. 5. K_{td}/K_{IH} vs. a/ρ or ρ/a under bending.

いる。Fig. 4, 5ともに、 $\rho \rightarrow 0$ となると $\omega = 0^\circ$ と $\omega = 90^\circ$ で違いは大きくなり、引張りで5%、曲げで16%の差が認められる。

5 切欠き深さが中間の場合の切欠きの開き角の影響

著者らは既に開き角 $\omega = 60^\circ$ の場合について、切欠き寸法の全範囲に対して有効な近似式を求めている。この場合には $\omega = 60^\circ$ について K_{ts} と K_{td} を求め任意寸法の $K_t^{\omega=60^\circ}$ を K_{ts} , K_{td} , a/ρ , $2t/D$ の関数として $K_t^{\omega=60^\circ} = f(K_{ts}, K_{td}, a/\rho, 2t/D)$ のように最小2乗法によって求めた。それらは、切欠き寸法の範囲に対して別々の近似式で与えた。本研究では、それを修正ノイバー三角則⁸⁾との比を取り、その誤差に最小2乗法を適用し、全部をまとめて簡潔に一つの近似式として表現する。それらは以下になる。

(1) 引張り

$$K_{tN} = \left[(K_{ts} - 1)(K_{td} - 1) / \left\{ (K_{ts} - 1)^m + (K_{td} - 1)^m \right\}^{1/m} \right] + 1 \quad (m = 2.8) \quad (4.a)$$

$$K_{ts}/K_{tE} = 1.000 - 0.127\xi + 0.2908\xi^2 - 0.1420\xi^3 \quad (4.b)$$

$$\xi = \sqrt{t/\rho}. \quad K_{tE} = 1 + 2\sqrt{t/\rho} \quad (4.c)$$

$$K_{td}/K_{tH} = 1.0011 - 0.025485x + 0.006131x^2 + 0.006131x^3 \quad (4.d)$$

$$K_{tH} = (1/N) \left\{ (a/\rho)\sqrt{a/\rho+1} + (0.5+v)(a/\rho) + (1+v)(\sqrt{a/\rho+1}) \right\} \quad (4.e)$$

$$N = a/\rho + 2v\sqrt{a/\rho+1} + 2 \quad (4.f)$$

(2) 曲げ

$$K_{tN} = \left[(K_{ts} - 1)(K_{td} - 1) / \left\{ (K_{ts} - 1)^m + (K_{td} - 1)^m \right\}^{1/m} \right] + 1 \quad (m = 2.8) \quad (5.a)$$

$$K_{ts}/K_{tE} = 1.000 - 0.127\xi + 0.2908\xi^2 - 0.1420\xi^3 \quad (5.b)$$

$$\xi = \sqrt{t/\rho}. \quad K_{tE} = 1 + 2\sqrt{t/\rho} \quad (5.c)$$

$$K_{td}/K_{tH} = 0.99744 + 0.014732x - 0.024870x^2 + 0.014924x^3 \quad (5.d)$$

$$K_{tH} = 0.75(1/N) \left(\sqrt{a/\rho+1} + 1 \right) \left\{ 3a/\rho - (1-2v)\sqrt{a/\rho+1} + 4 + v \right\} \quad (5.e)$$

$$N = 3(a/\rho+1) + (1+4v)\sqrt{a/\rho+1} + (1+v) / \left(\sqrt{a/\rho+1} + 1 \right) \quad (5.f)$$

通常のノイバー三角則 (式 (4. a) と式 (5. a)) の指数は $m=2$ であるが、さきの研究で $m=2.8$ が精度が良いことがわかっている。⁹⁾ さきの研究で求めた $K_t^{\omega=60^\circ}$ と式 (4. a) ~ (4. f) と式 (5. a) ~ (5. f) で与えられる K_{tN} の比に最小2乗法を適用すれば、それは引張りについて式 (4. g)、曲げについて式 (5. g) となる。

(1) 引張り

$$K_t^{\omega=60^\circ} / K_{tN} = (1.0001 + 0.0036x - 0.0065x^2 + 0.0021 + (0.0116 + 1.266x - 4.629x^2 + 6.185x^3)\lambda + (-0.1311 - 8.165x + 9.687x^2 - 2.124x^3)\lambda^2 + (0.4240 + 16.94x - 22.77x^2 + 5.618x^3)\lambda^3 + (-0.5156 - 15.07x + 21.71x^2 - 5.571x^3)\lambda^4 + (0.2112 + 4.890x - 7.332x^2 + 1.896x^3)\lambda^5) \quad (4.g)$$

(2) 曲げ

$$K_t^{\omega=60^\circ} / K_{tN} = (1.0026 - 0.0054x - 0.0023x^2 + 0.0011x^3 + (-0.0157 + 0.3076x + 0.0246x^2 - 0.2020x^3)\lambda + (0.1164 - 2.516x + 0.9511x^2 - 0.9811x^3)\lambda^2 + (-0.2195 + 2.893x - 3.103x^2 - 1.964x^3)\lambda^3 + (0.1342 - 5.328x + 3.153x^2 + 1.850x^3)\lambda^4 + (-0.0159 + 1.643x - 1.021x^2 - 0.6666x^3)\lambda^5) \quad (5.g)$$

Fig. 6, 7にこれらの近似式の値を示す。この式は、 K_{ts} と K_{td} が $\omega = 60^\circ$ の場合についてのものであるが、 K_{ts} と K_{td} にそれぞれの開き角の正確な値を用いれば、 $K_t^{\omega=60^\circ}$ の式が切欠きの中間の場合を求める式として他の開き角にもそのまま使用できる可能性がある。そこで、本研究で求めた任意の切欠きの開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ に対して有効

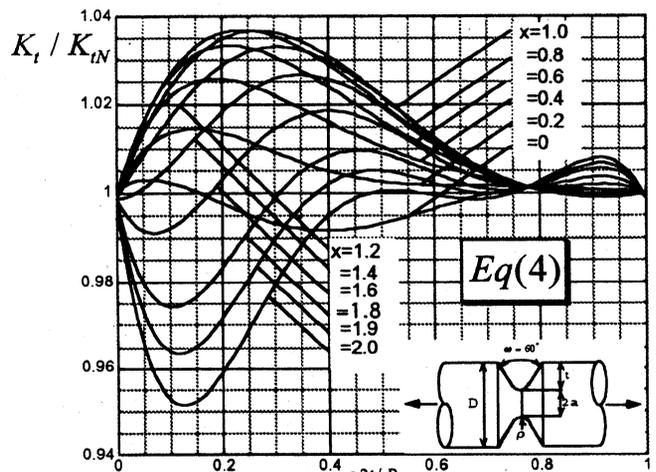


Fig. 6. K_t/K_{tN} vs. $2t/D$ under tension when $\omega = 60^\circ$.

$$\left[K_{tN} = \left\{ (K_{ts} - 1)(K_{td} - 1) / \left((K_{ts} - 1)^{2.8} + (K_{td} - 1)^{2.8} \right)^{1/2.8} \right\} + 1 \right]$$

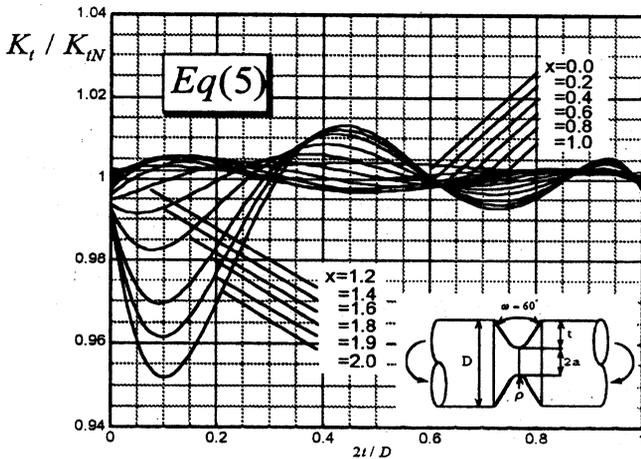


Fig. 7. K_t/K_{tN} vs. $2t/D$ under bending when $\omega = 60^\circ$.

$$K_{tN} = \left\{ (K_{ts} - 1)(K_{td} - 1) / \left((K_{ts} - 1)^{2.8} + (K_{td} - 1)^{2.8} \right)^{1/2.8} \right\} + 1$$

な K_{ts} と K_{td} の値を用いた修正ノイバー三角則⁸⁾ K_{tN} との積より応力集中係数を求める。Table VII および Table VIII は、このような方法で求めた $\omega = 0^\circ$ と $\omega = 90^\circ$ の場合の応力集中係数を示す。Table VII, VIII に示すように体積力法によって求めた正確な値と比較すると引張りは 2% 以内で一致するが、曲げは 11% 以内で一致する。すなわち開き角 $\omega = 60^\circ$ に対して求めた K_{ts} と K_{td} から切欠き深さの中間を求める式 $K_t^{\omega=60^\circ}$ が引張りでは $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の開き角に対しても誤差は多くの場合 1% 程度で最大でも 2% 程度以内でそのまま使用できることがわかる。一方、曲げでは単に $K_t^{\omega=60^\circ}$ を使用した場合には最大誤差 11% となる場合がありやや誤差が大きい。

6 結 言

(1) 切欠きが浅くなった場合の極限 (Fig. 1 で $2t/D \rightarrow 0$) に相当する、半無限板の切欠き半径 $\rho/t = 0 \sim \infty$, 開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ に対する応力集中係数 K_{ts} の近似式 $K_{ts}^{\omega=0^\circ \sim 90^\circ}$ を与えた。その応力集中係数 K_{ts} は、開き角 ω が $\omega = 0^\circ \rightarrow 90^\circ$ と増加するに従って、最大 17% まで低下する ($\rho/t \rightarrow 0$ のとき)。その低下は、 ρ/t が小さいほど顕著に表われる。

(2) 切欠きが深くなった場合の極限に相当する、深い V 形切欠きの引張りおよび曲げ (Fig. 1 で $2t/D \rightarrow 1$) に

Table VII. Examination of accuracy of Eq (4) in Fig. 1 under tension.

$2t/D$		$2\rho/D = 0.03$		$2\rho/D = 0.1$		$2\rho/D = 0.5$	
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 90^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 90^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 90^\circ$
0.05	Eq(4)	3.457	3.427	2.264	2.255	1.499	1.506
	BFM	3.425	3.409	2.232	2.229	1.476	1.476
	Eq(4)/BFM	1.009	1.005	1.014	1.012	1.016	1.020
0.2	Eq(4)	4.778	4.627	2.843	2.796	1.607	1.630
	BFM	4.809	4.702	2.864	2.851	1.624	1.624
	Eq(4)/BFM	0.994	0.984	0.993	0.981	0.990	1.004
0.5	Eq(4)	4.423	4.271	2.553	2.527	1.409	1.425
	BFM	4.438	4.270	2.564	2.542	1.413	1.416
	Eq(4)/BFM	0.997	1.000	0.996	0.994	0.997	1.006
0.8	Eq(4)	2.903	2.851	1.731	1.754	1.163	1.165
	BFM	2.909	2.855	1.735	1.753	1.161	1.162
	Eq(4)/BFM	0.998	0.999	0.998	1.001	1.002	1.003

Table VIII. Examination of accuracy of Eq (5) in Fig. 1 under bending.

$2t/D$		$2\rho/D = 0.03$		$2\rho/D = 0.1$		$2\rho/D = 0.5$	
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 90^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 90^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 90^\circ$
0.05	Eq(5)	3.343	3.224	2.190	2.112	1.445	1.393
	BFM	3.181	3.173	2.078	2.076	1.382	1.382
	Eq(5)/BFM	1.051	1.016	1.054	1.017	1.046	1.008
0.2	Eq(5)	4.301	3.857	2.576	2.334	1.483	1.400
	BFM	3.990	3.904	2.393	2.385	1.416	1.416
	Eq(5)/BFM	1.078	0.988	1.076	0.979	1.047	0.989
0.5	Eq(5)	3.832	3.375	2.266	2.044	1.312	1.258
	BFM	3.440	3.340	2.054	2.039	1.267	1.267
	Eq(5)/BFM	1.114	1.010	1.103	1.002	1.036	0.993
0.8	Eq(5)	2.535	2.264	1.602	1.493	1.125	1.111
	BFM	2.405	2.272	1.533	1.491	1.111	1.108
	Eq(5)/BFM	1.054	0.996	1.045	1.001	1.013	1.003

において、任意の切欠き半径 a/ρ , 開き角 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ に対する応力集中係数の近似式 $K_{td}^{\omega=0^\circ \sim 90^\circ}$ を与えた。その応力集中係数 K_{td} は、 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ の変化に対して最大 5% 程度変化する。 $a/\rho = 0 \sim 3.3$ の引張りではむしろ開き角の増加 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ に対して K_{td} が増加する場合がある。

(3) さきの研究で求めた K_{ts} と K_{td} を利用して中間の切欠き深さに対する 60° V 形切欠き (Fig. 1) を評価する式 $K_t^{\omega=60^\circ}$ を引張り、曲げのそれぞれで 1 つの式で簡潔にまとめて示した (式 (4), 式 (5))。

(4) $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ に対して求めた $K_{td}^{\omega=0^\circ \sim 90^\circ}$ と $K_{td}^{\omega=0^\circ \sim 90^\circ}$ を利用して、任意寸法切欠きの応力集中を求める式 $K_t^{\omega=60^\circ}$ をそのまま使用した場合、引張りでは誤差は多くの場合 1% 以内で最大でも 2% 程度以内ですべての切欠きが評価できる。一方、曲げでは $K_t^{\omega=60^\circ}$ をそのまま使用すると誤差が 11% 程度生じる場合がある。

研究の一部は卒論学生江藤洋介君の助力を頂いたことを感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 野田尚昭, 西谷弘信, 高瀬 康, 篠崎正孝, 日本機械学会論文集, A-63, 104 (1997).
- 2) 野田尚昭, 高瀬 康, 神崎健太郎, 西谷弘信, 日本機械学会論文集, A-64, 29 (1998).
- 3) 菊川 真, 佐藤芳久, 日本機械学会論文集, A-38, 1681 (1975).
- 4) H. Nisitani, "Solutions of Notch Problems by Body Force Method Mechanics of Fracture", p.5 (1978) Noordhoff International Publishing.
- 5) 西谷弘信, 野田尚昭, 日本機械学会論文集, A-51, 54 (1985).
- 6) 村上敬宜, 野田尚昭, 西谷弘信, 日本機械学会論文集, A-48, 800 (1982).
- 7) 西谷弘信, 野田尚昭, 日本機械学会論文集, A-51, 775 (1985).
- 8) H. Neuber, "Kerbspannungslehre", p.11 (1957) Springer-Verlag.
- 9) 野田尚昭, 高瀬 康, 門田圭司, 機械の研究, 48, 41 (1996).