

鋭いV形切欠きを有する丸棒の曲げにおける混合モードの
一般化応力拡大係数 K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} , K_{III,λ_4} *

高瀬 康*¹, 野田 尚 昭*²
取 達 琢*³, 王 清*³

Generalized Stress Intensity Factors of a V-Notched Bar under Bending

Yasushi TAKASE*⁴, Nao-Aki NODA,
Taku TORICHIGAI and Qing WANG

*⁴Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology,
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku Kitakyushu-shi, Fukuoka, 804-8550 Japan

In this study, generalized stress intensity factors K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} and K_{III,λ_4} are calculated for a V-shaped notched round bar under bending using the singular integral equation of the body force method. The body force method is used to formulate the problem as a system of singular integral equations with Cauchy-type or logarithmic-type singularities, where the unknown functions are the densities of body forces distributed in an infinite body. In order to analyze the problem accurately, the unknown functions are expressed as piecewise smooth functions using two types of fundamental densities and power series, where the fundamental densities are chosen to represent the symmetric stress singularity of $1/r^{1-\lambda_1}$ and the skew-symmetric stress singularity of $1/r^{1-\lambda_2}$ and $1/r^{1-\lambda_4}$. Then, generalized stress intensity factors at the notch tip are systematically calculated for various shapes of V-shaped notches. The accuracy of Benthem-Koiter's formula proposed for a circumferential crack is also examined through the comparison with the present analysis.

Key Words: Elasticity, Body Force Method, Notch, Bending, Test Specimen, Generalized Stress Intensity Factor

1. 緒 言

本研究では図1に示す開き角 γ 傾き角 β の鋭いV形切欠きを有する丸棒の曲げにおける, 特異応力場を支配する一般化応力拡大係数 K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} , K_{III,λ_4} (1), (2)を体積力法を用いて解析を行う. この問題は特に以下の場合に重要である.

(1) 図1(a)で $\beta = \gamma = 0$ の場合には, 材料の破壊じん性を決定する試験片としても用いられる円周き裂を有する丸棒(図1(b))の問題となる. この問題に対してBenthem・Koiterの近似式⁽³⁾が知られているが, その精度についての議論は著者らの知る限り全く見当たらない. そこで, 本解析結果との比較によりその誤差の程度を明らかにする. また, さらに精度の高い計算式を提案する.

(2) 先端に曲率半径 ρ を有する60°V形切欠き(図1(c))の問題は金属材料の回転曲げ疲労強度の研究用試験片として重要である. 著者らは, この問題に対して, 任意の寸法 ρ , t に対して適用可能な, 応力集中係数の計算式⁽⁴⁾を最近提案した. しかし, その際, 切欠き半径 $\rho \rightarrow 0$ の結果を解析上求めることができないので, ρ が小さい場合の結果から推定して求め, 任意寸法の応

力集中を与えることを可能とした. そこで, 本解析結果との比較によりその推定値の妥当性を検討する.

(3) 次節で述べるように, 図1(a)の問題そのものは, 異種材料接合角部で定義される一般化応力拡大係数を, 実際に応用する方法を検討する場合の試験片として重要である^{(5),(6)}.

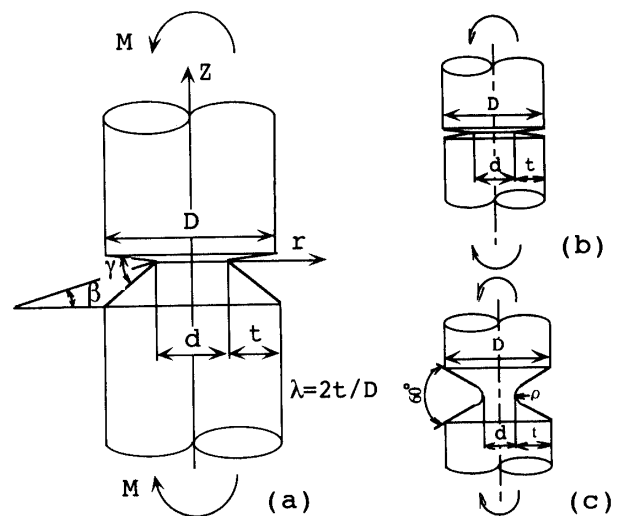


Fig.1 60° V-shaped notched bar under bending
(a) Problem
(b) Case of crack
(c) Case of notch root radius

* 原稿受付 2000年9月18日.

*¹ 准員, 九州工業大学工学部(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1).

*² 正員, 九州工業大学工学部

*³ 九州工業大学工学部.

E-mail: noda@mech.kyutech.ac.jp

具体的な解析方法としては無限体中の丸棒および切り欠きとなるべき仮想境界をいくつかの基本区間に分割し、分割した各区間において体積力密度を、基本密度関数と多項式で近似する方法を用いる。この方法は、引張問題⁷⁾ならびにねじり問題⁸⁾で良好な結果を得ることを確認している。特に、その解析結果を示す際には、鋭いV形切欠きを有する半無限板の解^{9)~(11)}を利用し、本解析結果との比を示すことによって、切欠きの種々の寸法に対して応力拡大係数を正確に与えることを示す。

2. 異種材料接合角部の特異応力場

図2に示す異材接合角部の問題*1,*2では、き裂問題と異なり、モードI~モードIIIの変形モードに関係した異なる応力特異性の指数をもつ特異応力場が混在している。すなわち、その角部近傍の特異応力場は、次式のように特異性の指数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ および角部に拡張された応力拡大係数によって以下のように記述される⁽¹⁾⁽²⁾。

$$\sigma_y = \frac{K_{I,\lambda_1}}{r^{1-\lambda_1}} f_y^I(\theta) + \frac{K_{II,\lambda_2}}{r^{1-\lambda_2}} f_y^{II}(\theta) + \frac{K_{III,\lambda_3}}{r^{1-\lambda_3}} f_y^{III,\lambda_3}(\theta)$$

($G_1 < G_2$ の場合) (1)

$$\sigma_y = \frac{K_{I,\lambda_1}}{r^{1-\lambda_1}} f_y^I(\theta) + \frac{K_{II,\lambda_2}}{r^{1-\lambda_2}} f_y^{II}(\theta) + \frac{K_{III,\lambda_4}}{r^{1-\lambda_4}} f_y^{III,\lambda_4}(\theta)$$

($G_1 > G_2$ の場合) (2)

例えば $G_2 = 0$ の時、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4$ は、次の特性方程式の根として与えられる^{(12), (13)}。

モードI : $\sin[\lambda_1(2\pi - \gamma)] = -\lambda_1 \sin \gamma$
 モードII : $\sin[\lambda_2(2\pi - \gamma)] = \lambda_2 \sin \gamma$
 モードIII : $\sin[\lambda_4(\pi - \gamma)] = \sin(\lambda_4 \pi)$

. (3)

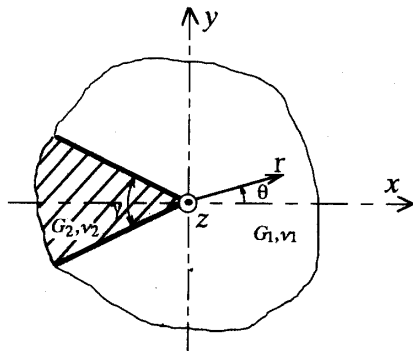


Fig. 2 Singular stress fields near a corner of jointed dissimilar materials under in-plane and anti-plane loads

ここで、 $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ は面内変形 (xy平面内) に対応するモードI (x軸に対称) およびモードII (x軸に逆対称) の応力拡大係数である。また、 $K_{III,\lambda_3}, K_{III,\lambda_4}$ はモードIIIの面外変形に対応する応力拡大係数 (K_{III,λ_3} : x軸に対称な変形, K_{III,λ_4} : x軸に逆対称な変形) である。関数 $f_y^I(\theta), f_y^{II}(\theta), f_y^{III,\lambda_3}(\theta), f_y^{III,\lambda_4}(\theta)$ の表現は文献⁹⁾に与えられる。このような異種材料接合角部の応力拡大係数の解析例として、これまで菱形介在物^{(11),(14),(15)}、長方形介在物^{(16)~(18)}、リング状介在物⁽¹⁹⁾、円柱状介在物^{(20),(21)}の問題が取り上げられ、その混合モードの応力拡大係数 $K_{I,\lambda_1} \sim K_{III,\lambda_4}$ が求められている。しかし、ある異種材料の組み合わせに対して $K_{I,\lambda_1} \sim K_{III,\lambda_4}$ が与えられ、その特異応力場が式(1), (2)で表現されている場合でも、接合角部の角度が異なれば、特異性指数 $\lambda_1 \sim \lambda_4$ は異なる。このような $K_{I,\lambda_1} \sim K_{III,\lambda_4}$ および $\lambda_1 \sim \lambda_4$ が変化する特異応力場の破壊条件を一般的に議論することは容易でない。結局、異材境界接合角部の強度評価を、特異応力場[式(1), (2)]に基づいて行うためには、通常の破壊力学とは異なり、以下の2点を別個に考慮する必要がある。

(1) その特異応力場が、特異性指数の異なる応力拡大係数の組み合わせによって表現されること。
 (2) 破壊は通常異材接合境界上(またはその極く近傍)に生じるため、材料単体の強度のみならず、特に異材界面の接合強度が問題となること。

本研究で扱うような、鋭いV形切欠きを有する丸棒の問題では、異材接合界面が存在しないので、まず、相違点(1)に注目して、破壊条件を考察することが比較的容易である*2。このような場合の利用できる結果として、これまでに両側および片側に鋭い切欠きを有する帯板試験片の引張りおよび曲げの解⁶⁾があり、それを用いて脆性材料の破壊条件が検討されている^{(22)~(24)}が、実際の試験片では板厚の影響がどの程度生じるか不明である。また、鋭いV形切欠きを有する丸棒が引張り⁷⁾およびねじり⁸⁾を受ける問題を考察したが、引張りと同時に曲げが作用することの影響も考える必要がある。曲げ問題では引張り(モードI, IIのみ)やねじり(モードIIIのみ)とは異なり、モードI~モードIIIの3つの特異応力場が混在する。

3. 解析方法

図3に無限体中に想定した鋭いV形切欠きを有する丸棒となるべき仮想境界を示す。体積力法の考え方に基いて、問題は図3に示す仮想境界の無限小外側に分布させる体積力密度を未知関数とする特異積分方程式(4)で表わされる。

*1 第2章では、x, y, z および (r, theta) 座標を異材接合角部の2次元問題の特異応力場を説明するため、図2のように用いており、第1章および第3~4章で用いる図1の (r, theta, z) 座標とは異なる意味で用いている。

*2 本論文で扱う図1の問題は3次元問題であるが、鋭い切欠き先端のごく近傍では平面ひずみ状態とみなせるので、本来2次元弾性問題における結果である式(1)~(3)で表される議論が $G_2 = 0$ として成立する。従って、通常の3次元き裂問題でも用いられているように、モードI, II (面内変形), III (面外変形) といった考え方が適用できる。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}F_n(s) + \int_L h_{nn}^{F_n}(l,s)F_n(l)dl + \int_L h_{nn}^{F_t}(l,s)F_t(l)dl \\
 & \quad + \int_L h_{nn}^{F_\theta}(l,s)F_\theta(l)dl = -\sigma_n^\infty(s) \\
 & -\frac{1}{2}F_t(s) + \int_L h_{nt}^{F_n}(l,s)F_n(l)dl + \int_L h_{nt}^{F_t}(l,s)F_t(l)dl \\
 & \quad + \int_L h_{nt}^{F_\theta}(l,s)F_\theta(l)dl = -\tau_{nt}^\infty(s) \\
 & -\frac{1}{2}F_\theta(s) + \int_L h_{n\theta}^{F_n}(l,s)F_n(l)dl + \int_L h_{n\theta}^{F_t}(l,s)F_t(l)dl \\
 & \quad + \int_L h_{n\theta}^{F_\theta}(l,s)F_\theta(l)dl = -\tau_{n\theta}^\infty(s)
 \end{aligned} \tag{4}$$

ここで、 \int_L は仮想境界上の積分を意味し、 $\sigma_n^\infty(s), \tau_{nt}^\infty(s)$ および $\tau_{n\theta}^\infty(s)$ は、無限遠での曲げ応力によって、仮想境界上の任意の点 s に生じる法線方向垂直応力および、接線方向および円周方向のせん断応力である。そして、 $h_{nn}^{F_n}(l,s)$ 等は、仮想境界上の点 l に法線方向 (n 方向)、接線方向 (t 方向) または円周方向 (θ 方向) の単位大きさの集中力の輪を作用させたときに仮想境界上の任意の点 s に生じる応力である。ここで集中力の輪とは以下の3種類をいう⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾ (ここで φ は力の作用する位置を表す円周方向の角度であり、 θ と区別して用いる。)

- (1) 周方向に $\cos \varphi$ で変化する半径方向の集中力の輪
- (2) 周方向に $\sin \varphi$ で変化する周方向の集中力の輪
- (3) 周方向に $\cos \varphi$ で変化する軸方向の集中力の輪

いま、鋭いV形切欠き先端部分の境界条件の満たし方を例にとり解析方法を説明する。無限体中の鋭いV形切欠き先端部分となるべき仮想境界上(図3のBAB')に分布させる体積力を、図3(b)~(e)に示すような形式の体積力分布の線形結合によって問題を表現する。即ち、角部では、一般にモードI~モードIII

の変形が生じるので、角部での上下の仮想境界上に分布させるべき法線方向、接線方向および円周方向の体積力に対し、角部の二等分線に対して対称形(モードI)と逆対称形(モードII)および円周方向の対称形と逆対称形の4種類の分布形式を採用する。結局、図3(a)のBAB'部分では、 F_n, F_t および F_θ を基本密度関数と級数で以下のように近似する。

$$\begin{aligned}
 F_n(r_A) &= F_n^I(r_A) + F_n^{II}(r_A) = W_n^I(r_A)r_A^{\lambda_1-1} + W_n^{II}(r_A)r_A^{\lambda_2-1} \\
 F_t(r_A) &= F_t^I(r_A) + F_t^{II}(r_A) = W_t^I(r_A)r_A^{\lambda_1-1} + W_t^{II}(r_A)r_A^{\lambda_2-1} \\
 F_\theta(r_A) &= F_\theta^I(r_A) + F_\theta^{II}(r_A) = W_\theta^I(r_A)r_A^{\lambda_3-1} + W_\theta^{II}(r_A)r_A^{\lambda_4-1} \quad (\lambda_3 = 1)
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 W_n^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M a_n r_A^{n-1}, \quad W_n^{II}(r_A) = \sum_{n=1}^M b_n r_A^{n-1} \\
 W_t^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M c_n r_A^{n-1}, \quad W_t^{II}(r_A) = \sum_{n=1}^M d_n r_A^{n-1} \quad \dots \dots \dots (6) \\
 W_\theta^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M e_n r_A^{n-1}, \quad W_\theta^{II}(r_A) = \sum_{n=1}^M f_n r_A^{n-1}
 \end{aligned}$$

ここで、 r_A は角部Aから境界に沿う方向の局所座標であり、 $r_A^{\lambda_1-1} \sim r_A^{\lambda_4-1}$ は、切欠きにおける切欠き角部Aでの特異応力場を表現するための基本密度関数である。また、添字I, IIは、切欠きの二等分線に対して対称形および逆対称形の体積力を作用させることを意味する。

図3のBAB'以外の部分の体積力密度の表現も、式(5)、(6)とほぼ同様であるが、対称形と逆対称形の表現を用いない点異なる。以上のような離散化手法を用いて特異積分方程式(4)を解くことにより、角部で定義される一般化応力拡大係数 $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}, K_{III,\lambda_3}$ は、角部先端での重みの値 $W_n^I(0) \sim W_\theta^{II}(0)$ から求められる⁽⁹⁾。以下ではポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。また、 θ を円周方向の角度とすると、 $K_{I,\lambda_1} \propto \cos \theta, K_{II,\lambda_2} \propto \cos \theta, K_{III,\lambda_3} \propto \sin \theta$ であるので、 $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ は $\theta = 0$ での値を、 K_{III,λ_3} は $\theta = \pi/2$ での値を以下で議論する。

4. 解析結果

4.1 解の収束性 表1に式(7)で定義される $F_{I,\lambda_1}, F_{II,\lambda_2}$ の収束の例を示す。ここで、 M_1 は各区間あたりの選点数である。

$$\begin{aligned}
 F_{I,\lambda_1} &= K_{I,\lambda_1} / \sigma^\infty \sqrt{\pi t}^{1-\lambda_1}, \quad F_{II,\lambda_2} = K_{II,\lambda_2} / \sigma^\infty \sqrt{\pi t}^{1-\lambda_2}, \\
 F_{III,\lambda_3} &= K_{III,\lambda_3} / \sigma^\infty \sqrt{\pi t}^{1-\lambda_3} \quad \dots \dots \dots (7)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\sigma^\infty = 32M / (\pi D^3)$ 、 M は丸棒に作用するモーメントである。表1に示す以外の形状でも検討した結果、本解析法では $M_1 = 8$ 程度で t 方向と n 方向の重みより得られた本来一致すべきものである⁽⁹⁾ $F_{I,\lambda_1}, F_{II,\lambda_2}, F_{III,\lambda_3}$ の値が有効数字3~4桁程度まで一致し収束しており、良好な収束性を示すことが確認された。

4.2 $\beta = \gamma = 0^\circ$ (円周き裂) の場合 表2において、はじめに $\beta = \gamma = 0^\circ$ の円周き裂の結果を示す。表2および $\gamma = 15^\circ \sim 60^\circ$ を調べた結果(表4)によれば、 $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の値は有効数字3桁程度一致しており、誤差は最大でも $\lambda \leq 0.8$ で0.7%、 $\lambda \leq 0.9$ で1.8%で

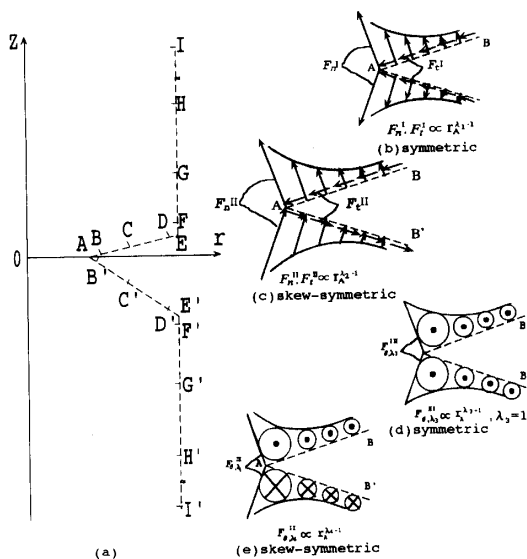


Fig.3 Boundary division (a) and four types of body forces distributed along the angular corner

ある。従って $\gamma = 0^\circ$ の円周き裂の結果も精度良く推定できる。そのようにして求めた $F_I = K_I / \sigma \sqrt{\pi t}$ の値を表2に示す。この場合の近似式としてBenthem・Koiterの近似式(8)⁹⁾が知られている。

$$F_B = \frac{3}{8} \xi^{-\frac{5}{2}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \xi + \frac{3}{8} \xi^2 + \frac{5}{16} \xi^3 + \frac{35}{128} \xi^4 + 0.531 \xi^5 \right\}, \quad \xi = \frac{d}{D} \quad \dots (8)$$

図4はそのようにして求めた F_I と F_B の比を図示している。図より F_B の近似式は3%以内で F_I を近似できることがわかる。より正確な近似式を求めるため、図4の比を最小2乗法を用いて近似式を作製し、得た結果を式(9)にして示す。

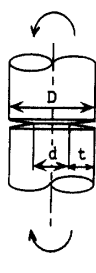
$$F_I / F_B = 1.0002 - 0.5226\lambda + 3.1062\lambda^2 - 6.7504\lambda^3 + 6.5459\lambda^4 - 2.3794\lambda^5, \quad \lambda = 2t/D \quad \dots (9)$$

式(9)の値を表2の()で示す。式(9)は誤差0.3%程度以内で円周き裂の F_I を与える。但し、式(8),(9)の結果はき裂面の接触を無視した結果(つまり、き裂面がオーバーラップするとした結果)であるので実際の使用に

Table 1 Convergence of F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} and F_{III,λ_3} at the corner A ($\gamma=45^\circ, \beta=15^\circ, \lambda=2t/D=0.5$)

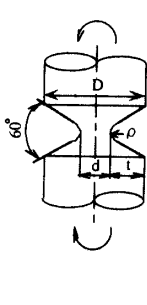
M_1	F_{I,λ_1} ($\lambda_1=0.5050097$)			F_{II,λ_2} ($\lambda_2=0.6597016$)			F_{III,λ_3}
	from $W''(0)$	from $W'(0)$	Average	from $W''(0)$	from $W'(0)$	Average	from $W''(0)$
6	3.0912	3.0913	3.0913	0.5894	0.5900	0.5897	0.6521
7	3.0969	3.0969	3.0969	0.5722	0.5726	0.5724	0.6399
8	3.0986	3.0985	3.0985	0.5672	0.5676	0.5674	0.6293
9	3.1003	3.1001	3.1002	0.5612	0.5615	0.5613	0.6183
10	3.0999	3.0995	3.0997	0.5612	0.5614	0.5613	0.6184

Table 2 F_I, F_{IB} and F_I/F_{IB} of a circumferential crack in a round bar



$\lambda = 2t/D$	$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1} _{\lambda \rightarrow 0}$		F_I	F_{IB}	$F_I / F_{IB} (1) : \text{eqn. (9)}$
	$\gamma = 15^\circ$	$\gamma = 30^\circ$			
0.05	0.869	0.869	1.137	1.158	0.982 (0.981)
0.1	0.765	0.762	1.177	1.211	0.972 (0.973)
0.2	0.608	0.608	1.332	1.363	0.978 (0.976)
0.3	0.495	0.495	1.618	1.643	0.985 (0.988)
0.4	0.408	0.407	2.118	2.117	1.001 (0.999)
0.5	0.337	0.336	3.024	3.000	1.008 (1.006)
0.6	0.276	0.276	4.836	4.800	1.008 (1.010)
0.7	0.222	0.222	9.221	9.100	1.013 (1.013)
0.8	0.170	0.170	23.83	23.45	1.016 (1.016)
0.9	0.113	0.113	126.7	125.0	1.014 (1.014)

Table 3 K_t/K_{t0} ($K_{t0}=K_t|_{\lambda \rightarrow 0}$) of a notched bar with a root radius ρ

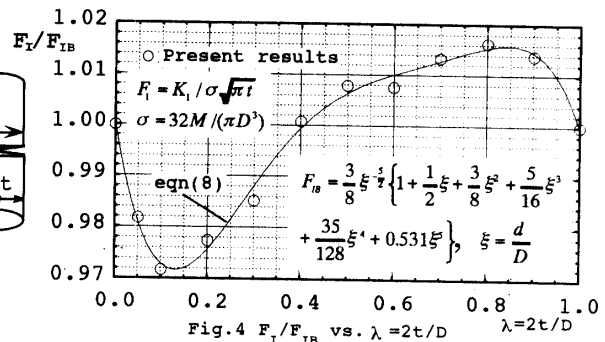


$\lambda = 2t/D$	$\rho/D \rightarrow 0$	0.03	0.05
	[Table 4(d)]	[25]	[25]
0.02	0.937	0.937	0.936
0.05	0.867	0.860	0.858
0.1	0.762	0.751	0.753
0.2	0.605	0.597	0.597
0.3	0.492	0.487	0.488
0.4	0.405	0.403	0.405
0.5	0.335	0.337	0.339
0.6	0.276	0.281	0.284
0.7	0.222	0.230	0.235
0.8	0.171	0.182	0.189
0.9	0.115	0.132	0.143

は円周き裂を有する丸棒が引張と曲げを受け、き裂が閉じない状況(つまり、引張の応力拡大係数が曲げの $\theta = 0$ の応力拡大係数より大きい時)において有効である。

4.3 $\beta = 0^\circ$ の場合 表3は著者らが先に行った先端の曲率半径 $2\rho/D = 0.03, 0.05$ の切欠きを有する丸棒試験片の曲げにおける K_t/K_0 の値 (K_0 は同一形状の切欠きを有する半無限板の応力集中係数)⁽²⁵⁾ と $\gamma = 60^\circ, \beta = 0^\circ$ の解析結果 ($2\rho/D \rightarrow 0$) を示す。表3に示すようにその結果は $\lambda = 2t/D \leq 0.5$ の範囲で誤差1%程度以内で一致している。先の研究⁽⁴⁾では、切欠き半径 $\rho \rightarrow 0$ の結果を解析上求めることができないので、 ρ が小さい場合の結果から推定して求め、任意寸法の応力集中を与えることを可能とした。表3より、その推定値は $\lambda = 2t/D \leq 0.5$ の範囲で正しいことが確認された。

4.4 一般の場合 以下では切欠き形状を系統的に変化させて得られた結果を、同一形状のV形切欠きを有する半無限板の解^{(9),(10)} (図1で $\lambda \rightarrow 0$ に相当) で無次元化して表4(a)~(e)に示す。表4(a)~(e)では、切欠きの相対深さ $\lambda = 2t/D$ と切欠きの傾き角 β の種々の値に対して、 $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}, (1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2}|_{\lambda \rightarrow 0}$ および F_{III,λ_3} の数値をまとめている*1。また、表5にV形切欠きを有する半無限板の解 ($\lambda \rightarrow 0$) を示す。図5に傾き角 $\beta = 0^\circ$ で開き角 γ を $15^\circ \sim 90^\circ$ まで変化させたときの $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}$ と切欠き深さ $2t/D$ の関係を示す。図5より、 γ が変化しても、 $2t/D$ が同一であれば、 $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の値の変化は小さいことがわかる。図6, 7には、 $\gamma = 15^\circ$ の場合に、 β を変化させたときの $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}, (1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の値を示す。図6, 7より $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の場合 (図6) では、 β の変化に対する $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の変化は小さく、 $(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2}|_{\lambda \rightarrow 0}$ (図7) の場合においても、その変化は小さいことがわかる。結局、表4(a)~(c), 表5と図5~7より、開き角 γ 傾き角 β が変化しても、切欠き深さ $2t/D$ と傾き角 β が同一であれば、応力拡大係数の相対値 $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}, (1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2}|_{\lambda \rightarrow 0}$ の変化は一般に小さいことがわかる。これより、種々の寸法に対する結果を精度よく求めることができる。



*1 $F_{I,\lambda_1}, F_{II,\lambda_2}$ については、半無限板と比の形で与えた方が、数値の変化が少なく、表4以外の数値も推定し易い。しかし、 F_{III,λ_3} に関しては、V形切欠きを有する半無限板の面外せん断の値⁽⁹⁾を用いて整理することは有効ではない。従って、 F_{III,λ_3} の数値をそのまま示している。

Table 4 Results of V-notch in a round bar

λ		$\gamma = 15^\circ, \lambda_1 = 0.5001793, \lambda_2 = 0.5452545, \nu = 0.3$					$\gamma = 30^\circ, \lambda_1 = 0.5014530, \lambda_2 = 0.5981918, \nu = 0.3$					$\gamma = 45^\circ, \lambda_1 = 0.521739, \lambda_2 = 0.5714285$							
		$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$		
β	$2t/\lambda$	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°		
$\rightarrow 0$		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
0.02		0.940	0.944	0.959	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971	0.971		
0.05		0.869	0.872	0.879	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896	0.896		
0.1		0.765	0.767	0.772	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794	0.794		
0.2		0.608	0.609	0.615	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634		
0.3		0.495	0.495	0.497	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515		
0.4		0.408	0.407	0.406	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424	0.424		
0.5		0.337	0.335	0.331	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348	0.348		
0.6		0.276	0.274	0.267	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282	0.282		
0.7		0.222	0.219	0.208	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215	0.215		
0.8		0.170	0.166	0.148	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140		
0.9		0.113	0.106	0.085	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045		

λ		$\gamma = 15^\circ, \lambda_1 = 0.5001793, \lambda_2 = 0.5452545, \nu = 0.3$					$\gamma = 30^\circ, \lambda_1 = 0.5014530, \lambda_2 = 0.5981918, \nu = 0.3$					$\gamma = 45^\circ, \lambda_1 = 0.521739, \lambda_2 = 0.5714285$							
		$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$		
β	$2t/\lambda$	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°		
$\rightarrow 0$		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
0.02		0.937	0.939	0.942	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951	0.951		
0.05		0.868	0.869	0.871	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882		
0.1		0.763	0.764	0.767	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781		
0.2		0.607	0.608	0.613	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634		
0.3		0.493	0.496	0.502	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526	0.526		
0.4		0.406	0.410	0.417	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441		
0.5		0.336	0.340	0.348	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365		
0.6		0.276	0.281	0.288	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294	0.294		
0.7		0.222	0.228	0.232	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221		
0.8		0.170	0.176	0.175	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140	0.140		
0.9		0.114	0.119	0.106	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038	0.038		

λ		$\gamma = 15^\circ, \lambda_1 = 0.5001793, \lambda_2 = 0.5452545, \nu = 0.3$					$\gamma = 30^\circ, \lambda_1 = 0.5014530, \lambda_2 = 0.5981918, \nu = 0.3$					$\gamma = 45^\circ, \lambda_1 = 0.521739, \lambda_2 = 0.5714285$							
		$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$		
β	$2t/\lambda$	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°		
$\rightarrow 0$		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
0.02		0.940	0.940	0.940	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938		
0.05		0.866	0.867	0.867	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869	0.869		
0.1		0.759	0.761	0.761	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771	0.771		
0.2		0.601	0.607	0.607	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634	0.634		
0.3		0.490	0.498	0.498	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534	0.534		
0.4		0.405	0.414	0.414	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452	0.452		
0.5		0.338	0.346	0.346	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383	0.383		
0.6		0.281	0.286	0.286	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321	0.321		
0.7		0.230	0.233	0.233	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264	0.264		
0.8		0.179	0.181	0.181	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210		
0.9		0.124	0.126	0.126	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146	0.146		

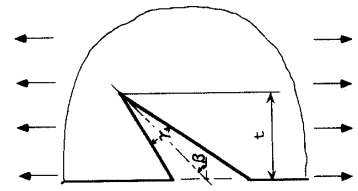


Table 5 Results of V-notch in a semi-infinite plate

λ		$\gamma = 15^\circ, \lambda_1 = 0.5001793, \lambda_2 = 0.5452545, \nu = 0.3$					$\gamma = 30^\circ, \lambda_1 = 0.5014530, \lambda_2 = 0.5981918, \nu = 0.3$					$\gamma = 45^\circ, \lambda_1 = 0.521739, \lambda_2 = 0.5714285$							
		$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1} / F_{I,\lambda_1, \lambda=0}$					$(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2} / F_{II,\lambda_2, \lambda=0}$		
β	$2t/\lambda$	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°	0°	15°	30°	45°		
$\rightarrow 0$		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
0.02		0.937	0.935	0.938	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946	0.946		
0.05		0.867	0.868	0.870	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880	0.880		
0.1		0.762	0.762	0.766	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784	0.784		
0.2		0.605	0.608	0.616	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648	0.648		
0.3		0.492	0.496	0.508	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546	0.546		
0.4		0.405	0.410	0.427	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464	0.464		
0.5		0.335	0.341	0.361	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390	0.390		
0.6		0.276	0.281	0.302	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320		
0.7		0.222	0.226	0.249	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251	0.251		
0.8		0.171	0.173	0.196	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178	0.178		
0.9		0.115	0.112	0.131	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098	0.098		

5. 結 言

本研究では、体積法の特異積分方程式を利用してV形切欠きを有する丸棒曲げの応力場を開き角 γ 、傾き角 β 、切欠き深さ λ を変化させ解析した。得られた結果を図表にまとめたほか、以下のような結論が得られた。

(1) 各基本区間(図3参照)の選点数 $M_1 = 8 \sim 10$ 程度で、有効数字3~4桁程度収束した結果が得られ、解法[式(4)~(6)]の有効性が確認された(表1)。

(2) 鋭いV形切欠きを有する丸棒の結果を同一形状の切欠きを有する半無限板の結果で無次元化した $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1}|_{\lambda \rightarrow 0}$, $(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2}/F_{II,\lambda_2}|_{\lambda \rightarrow 0}$ 等は切欠きの開き角が変化しても切欠き深さ λ と傾き角 β が同一であれば変化は小さい(表4(a)~(e), 表5, 図5~7)。

(3) 円周き裂を有する丸棒曲げのBenthem・Koiterの近似式の誤差は3%以下である。本論文に提案した式(9)による F_I は、誤差0.3%程度以内で評価できる(図4)。

数値計算と研究のまとめを手伝って頂いた大学院学生孫志強氏, 研究生李俊氏, 卒論学生の増留竜二氏に深謝する。

文 献

(1)陳耽行・西谷弘信, 接合異材の角部近傍での応力場, 機論, 57-534, A(1991), 366-372.
 (2)陳耽行・西谷弘信, 面外せん断を受ける接合異材の特異応力場, 機論, 57-542, A(1991), 2499-2503.
 (3) Benthem, J.P. and Koiter, W.T., Mechanics of Fracture, edited by Sih, G.C., Noordhoff Int. Pub. 1, (1973), 173.
 (4)野田尚昭・高瀬康・神崎健太郎・西谷弘信, 切欠き形状の全範囲に対して正確な応力集中係数を与える計算式(円弧形および60°V形切欠きを有する回転曲げ試験片), 機論, 64-625, A(1998), 2251-2256.
 (5)陳耽行・西谷弘信, 引張りまたは面内曲げを受ける片側V形切欠入り帯板の応力拡大係数 K_{I,λ_1} と K_{II,λ_2} , 機論, 59-560, A(1993), 1069-1074.
 (6)Chen, D.H., Stress intensity factors for V-notched strip under tension and in-plane bending, Int. J. Fract., 70, (1995), 81-97.
 (7)野田尚昭・王清・高瀬康・陳耽行, 鋭いV形切欠きを有する丸棒の特異応力場の強さ, 機論, 65-639, A(1999), 2299-2302.
 (8)野田尚昭・孫志強・高瀬康・王清, 鋭いV形切欠きを有する丸棒のねじりにおける特異応力場の強さ, 機論, 66-649, A(2000), 1724-1729.
 (9)陳耽行・西谷弘信, 半無限板のV形切欠き先端における特異応力場, 機論, 57-538, A(1991), 1406-1411.
 (10)野田尚昭・小田和広・樋口健・田中篤, 体積法の特異積分方程式の数値解析による界面き裂および角部の応力拡大係数の解析, 機論, 60-578, A(1994), 2213-2219.
 (11)西谷弘信・陳耽行・柴戸明, 面外せん断による菱形介在物角部の特異応力場, 機論, 59-561, A(1993), 1191-1195.
 (12)William, M.L., Surface stress singularity resulting from various boundary condition in angular corners of plates under bending, Proc. 1st U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., (1951), 325-329.
 (13)William, M.L., Stress singularity resulting from various boundary condition in angular corners of plates in extension, Trans. ASME J. Appl. Mech., 19-4 (1952), 325-329.
 (14)陳耽行・西谷弘信, 接合異材の角部の特異応力場について, 機論, 57-542, A(1991), 2509-2515; 陳耽行・西谷弘信, 介在物角部における特異応力場の数値解析, 機論, 57-534, A(1991), 2504-2508.
 (15)野田尚昭・川島裕二・小田和広, 特異積分方程式による菱形介在物の干渉効果の解析, 機論, 62-598, A(1996), 1456-1463; 野田尚昭・川島裕二・森山伸也・小田和広, 任意個の列菱形介在物の干渉効果の解析, 機論, 62-600, A(1996), 1870-1876.
 (16)陳耽行・西谷弘信, 短繊維端における特異応力場の強さ解析(第1報, 解析方法), 機論, 58-554, A(1992), 1834-1838; (第2報, 計算結果), 機論, 58-555, A(1992), 2153-2158.
 (17)陳耽行・岩本 哲, 繊維の干渉効果, 機論, No.930-63, A(1993-10), 245-246.
 (18)野田尚昭・王清・上村仁蒼・川島裕二, 特異積分方程式による長方形介在物の干渉効果の解析, 機論, 63-612, A(1997), 1663-1668; 野田尚昭, 陳 夢成, 高瀬 康, 今橋智則, 2個の長方形介在物の干渉における介在物角部の応力拡大係数の解析, 材料, 48-11, (1999), 1269-1274.
 (19)西谷弘信・陳耽行・柴戸明, ring状介在物を有する無限体がねじり荷重を受けるときの特異応力場, 機論, 59-568, A(1993), 2872-2876.
 (20)野田尚昭・王清・諸富貴光, 円柱状介在物端部の特異応力場の強さ解析, 機論, 63-612, A(1997), 1701-1706.
 (21)野田尚昭・現海孝雄・熊谷雄一郎, 円柱状介在物端部の非軸対称一軸引張りにおける特異応力場の強さ解析, 機論, 66-644, A(2000), 735-740.
 (22)陳耽行・野田尚昭・高瀬康・諸富貴光, 角部の応力拡大係数を用いた強度評価法, 機論, 62-598, A(1996), 1445-1449.
 (23)野田尚昭・陳耽行・高瀬康・諸富貴光, 混合モード破壊における角部の応力拡大係数を用いた強度評価法, 機論, 64-620, A(1998), 958-963.
 (24)陳耽行・野田尚昭, 切欠先端の破壊のクライテリオンに関する一考察, 機論, 64-626, A(1998), 2574-2582.
 (25)Nisitani, H. and Noda, N.-A., Stress concentration of a cylindrical bar with a V-shaped circumferential groove under torsion, tension or bending, Engng. Frac. Mech., 20(1984), 743-766.
 (26)村上敬宜・野田尚昭・西谷弘信, 体積法による軸対称体の曲げ応力集中の解析(第3報, V形およびU形切欠きを有する丸棒の曲げ), 機論, 48-430, A(1982), 800-809.

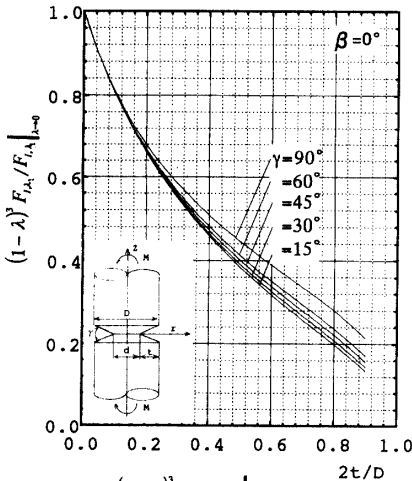


Fig.5 $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1}|_{\lambda=0}$ vs. $2t/D$

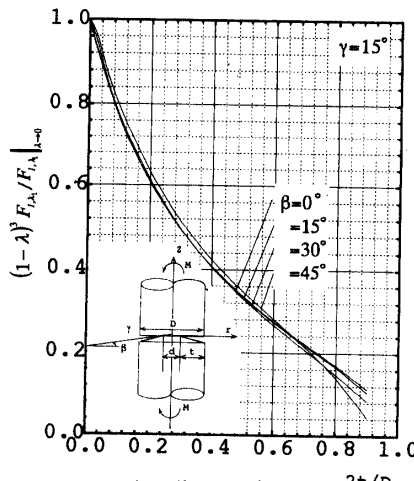


Fig.6 $(1-\lambda)^3 F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1}|_{\lambda=0}$ vs. $2t/D$

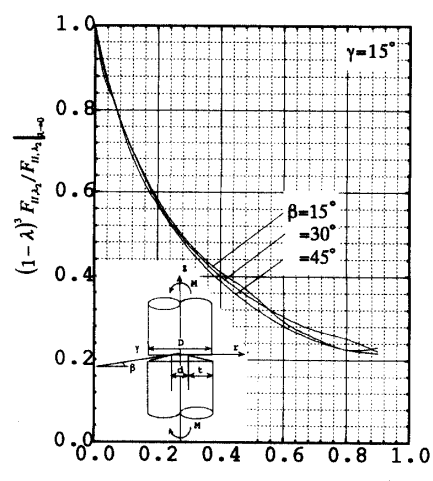


Fig.7 $(1-\lambda)^3 F_{II,\lambda_2}/F_{II,\lambda_2}|_{\lambda=0}$ vs. $2t/D$