

特異積分方程式によるだ円形介在物の干渉効果の解析*

野田 尚昭*¹, 松尾 忠利*²Singular Integral Equation method in the Analysis
of Interaction between Elliptical Inclusions

Nao-Aki NODA and Tadatoshi MATSUO

This paper deals with numerical solutions of singular integral equations of the body force method in interaction problems of elliptical inclusions under general loading conditions. The problems are formulated as a system of singular integral equations with Cauchy-type or logarithmic-type singularities, where the densities of body forces distributed in the x - and y -directions of infinite plates having the same elastic constants of the matrix and the inclusions are unknown functions. In order to satisfy the boundary conditions along the inclusions, eight kinds of fundamental density functions proposed in our previous paper are used. Then the body force densities are approximated by a linear combination of the fundamental density functions and polynomials. The accuracy of the present analysis is verified by comparing with the results from previous research. The present method is found to give rapidly converging numerical results for stress distribution along the boundaries of both the matrix and the inclusions.

Key Words: Elasticity, Body Force Method, Numerical Analysis, Singular Integral Equation, Stress Concentration, Inclusion

1. 緒 言

複合材料の普及とともにその機械的性質や強度の測定、解析も盛んに行われるようになってきた。2種以上の異なる材料からなる複合材料の解析で主として問題となるのは、弾性係数の評価および、母材と介在物境界における応力集中あるいは界面の応力の解析などである。介在物の形状が円かだ円で個数も1個の場合のほかは厳密な解析が困難であるので種々の近似計算や数値解析がなされている。介在物の個数が複数個の場合は、その干渉により最大応力の発生位置と大きさは介在物の大きさや位置により微妙に変化する。そのため正確な解析には母材と介在物の境界上のなめらかな応力分布を求める必要がある。

著者らはこれまでに、体積法を用いた応力集中問題の解析において、特異積分方程式を厳密に解析する方法を提案した^{(1)~(3)}。この解析法を用いれば、未知関数が連続関数として近似されるために、境界上の任意

の点の応力が少ない計算時間で正確に求められるという利点がある。そこで本研究では、この方法を応用して、無限板中の二つのだ円形介在物の干渉問題の解析を行う。介在物間の距離および、母材と介在物の弾性比を変化させて干渉効果を系統的に調べる。本論文の方法によれば、母材と介在物の境界上の任意の点の応力を正確に求めることが可能である。

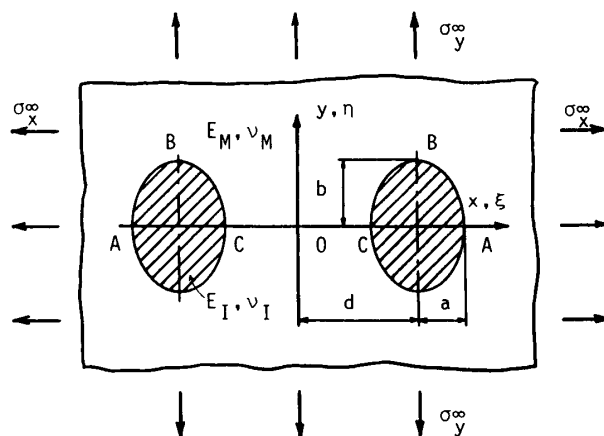


図1 無限板中の2だ円形介在物

* 平成5年10月2日 第71期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成6年1月13日。

*¹ 正員、九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

*² 正員、九州工業大学大学院。

2. 特異積分方程式による介在物問題の解析法

本解析方法を図1に示すような、遠方で一様な x 方向の引張応力 σ_x^∞ , y 方向の引張応力 σ_y^∞ が作用している無限板中の大きさの等しい2個のだ円形介在物の干渉問題を例にとって説明する。この問題は、重ね合わせの原理に基づく体積力法の考え方により、問題の対称性から、無限板中の2点 $[\xi = \pm(d + a \cos \phi), \eta = b \sin \phi]$ に集中力が働くときの任意の点 $(x = d + a \cos \theta, y = b \sin \theta)$ の応力の解 $(K_{nn}^{Fx}, K_{nn}^{Fy}, K_{ni}^{Fx}, K_{ni}^{Fy})$ と変位の解 $(K_u^{Fx}, K_u^{Fy}, K_v^{Fx}, K_v^{Fy})$ を用いて解くことができる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。このとき問題は、母材 (E_M, ν_M) および介在物 (E_I, ν_I) と同じ弾性定数をもつ無限板(無限板Mと無限板I)中の仮想境界上に分布させた x, y 方向の、境界に沿った長さ当たりの体積力密度 $\rho_{xM}^*(\phi), \rho_{yM}^*(\phi)$ および $\rho_{xI}^*(\phi), \rho_{yI}^*(\phi)$ を未知関数とする特異積分方程式(1), (2)で表現される [ϕ は着力点 (ξ, η) を表す角度で注目点 θ と区別して用いる]。

$$\begin{aligned}
 & -(1/2)\{\rho_{xM}^*(\theta)\cos \theta_0 + \rho_{yM}^*(\theta)\sin \theta_0\} + (1/2)\{\rho_{xI}^*(\theta)\cos \theta_0 + \rho_{yI}^*(\theta)\sin \theta_0\} \\
 & + \int_0^{2\pi} K_{nnM}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xM}^*(\phi)ds + \int_0^{2\pi} K_{nnM}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yM}^*(\phi)ds - \int_0^{2\pi} K_{niI}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xI}^*(\phi)ds \\
 & - \int_0^{2\pi} K_{niI}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yI}^*(\phi)ds = -(\sigma_x^\infty \cos^2 \theta_0 + \sigma_y^\infty \sin^2 \theta_0) \\
 & -(1/2)\{-\rho_{xM}^*(\theta)\sin \theta_0 + \rho_{yM}^*(\theta)\cos \theta_0\} + (1/2)\{-\rho_{xI}^*(\theta)\sin \theta_0 + \rho_{yI}^*(\theta)\cos \theta_0\} \\
 & + \int_0^{2\pi} K_{niM}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xM}^*(\phi)ds + \int_0^{2\pi} K_{niM}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yM}^*(\phi)ds \\
 & - \int_0^{2\pi} K_{niI}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xI}^*(\phi)ds - \int_0^{2\pi} K_{niI}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yI}^*(\phi)ds = -(\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty)\sin \theta_0 \cos \theta_0 \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{2\pi} K_{uM}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xM}^*(\phi)ds + \int_0^{2\pi} K_{uM}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yM}^*(\phi)ds - \int_0^{2\pi} K_{uI}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xI}^*(\phi)ds - \int_0^{2\pi} K_{uI}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yI}^*(\phi)ds \\
 & = -(\sigma_x^\infty - \nu_M \sigma_y^\infty)x/E_M \\
 & \int_0^{2\pi} K_{vM}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xM}^*(\phi)ds + \int_0^{2\pi} K_{vM}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yM}^*(\phi)ds - \int_0^{2\pi} K_{vI}^{Fx}(\phi, \theta)\rho_{xI}^*(\phi)ds \\
 & - \int_0^{2\pi} K_{vI}^{Fy}(\phi, \theta)\rho_{yI}^*(\phi)ds = -(\sigma_y^\infty - \nu_M \sigma_x^\infty)y/E_M \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$-d\xi = a \sin \phi d\phi, \quad d\eta = b \cos \phi d\phi, \quad ds = \sqrt{a^2 \sin^2 \phi + b^2 \cos^2 \phi} d\phi \dots \dots \dots (3)$$

である。また、 θ_0 は点 (x, y) におけるだ円の外向き法線と x 軸のなす角度である。

無限板 M のだ円孔となるべき境界に生じる応力と変位をそれぞれ、 $\sigma_{nM}, \tau_{nM}, U_M, V_M$ とし、無限板 I のだ円形介在物となるべき境界に生じる応力と変位をそれぞれ、 $\sigma_{nI}, \tau_{nI}, U_I, V_I$ とすると、式(1), (2)は母材と介在物の接合境界上における、境界条件 $\sigma_{nM} - \sigma_{nI} = 0, \tau_{nM} - \tau_{nI} = 0, U_M - U_I = 0, V_M - V_I = 0$ に相当している。式(1)の第1項と第2項は、体積力を無限小近傍からなる境界上⁽⁶⁾に作用させたとき、境界条件を満たすべき境界上に生じる応力の項である。また、 $K_{nnM}^{Fx}(\phi, \theta)$ を例にとると、これは、無限板 M の仮想境界上の y 軸に対称な2点に x 方向の集中力が y 軸に対称に作用するとき境界上の点に生じる法線方向の応力 σ_n を意味する。 $K_{uM}^{Fx}(\phi, \theta)$ 等の計算では、介在物の外部領域のある点 [参考点(本解析では原点)] に対する相対変位を用いた⁽⁴⁾。式(1)はコーシー形⁽⁴⁾、式(2)は対数形の特異性を有する項を含んでいる。そのため $\theta = \phi$ の場合には、式(1)は積分のコーシーの主

値を取るものとする。

前報⁽²⁾において、 x 方向の体積力について4種類の基本密度関数 $w_{x1}(\phi), \dots, w_{x4}(\phi)$ および y 方向について4種類の体積力の基本密度関数 $w_{y1}(\phi), \dots, w_{y4}(\phi)$ を定義した。本解析法では、未知関数 $\rho_{xM}^*(\phi), \rho_{yM}^*(\phi)$ および $\rho_{xI}^*(\phi), \rho_{yI}^*(\phi)$ をこれらの基本密度関数と $0 \leq \phi \leq \pi/2$ で定義され、 $\phi = 0$ と $\pi/2$ に対称な関数 $\rho_{x1}(\phi), \dots, \rho_{y4}(\phi)$ の組合せによって表現する。この問題の対称性より、基本密度関数として $w_{x1}(\phi), w_{x3}(\phi), w_{y2}(\phi), w_{y4}(\phi)$ を採用すれば、未知関数は次式で表現される。

$$\begin{aligned}
 \rho_{xM}^*(\phi) &= \rho_{x1M}(\phi)w_{x1}(\phi) + \rho_{x3M}(\phi)w_{x3}(\phi) \\
 \rho_{yM}^*(\phi) &= \rho_{y2M}(\phi)w_{y2}(\phi) + \rho_{y4M}(\phi)w_{y4}(\phi) \\
 \rho_{xI}^*(\phi) &= \rho_{x1I}(\phi)w_{x1}(\phi) + \rho_{x3I}(\phi)w_{x3}(\phi) \\
 \rho_{yI}^*(\phi) &= \rho_{y2I}(\phi)w_{y2}(\phi) + \rho_{y4I}(\phi)w_{y4}(\phi) \\
 & \dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

ここで、基本密度関数 $w_{x1}(\phi), w_{x2}(\phi), \dots, w_{y4}(\phi)$ は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} w_{x1}(\phi) &= n_x(\phi)/\cos \phi \\ w_{x2}(\phi) &= n_x(\phi)\tan \phi \\ w_{x3}(\phi) &= n_x(\phi) \\ w_{x4}(\phi) &= n_x(\phi)\sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5 \cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned} w_{y1}(\phi) &= n_y(\phi)/\sin \phi \\ w_{y2}(\phi) &= n_y(\phi) \\ w_{y3}(\phi) &= n_y(\phi)\cot \phi \\ w_{y4}(\phi) &= n_y(\phi)\cos \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5 \cdot b)$$

ここで,

$$n_x(\phi) = \frac{b \cos \phi}{\sqrt{a \sin \phi + b \cos \phi}}, \quad n_y(\phi) = \frac{a \sin \phi}{\sqrt{a \sin \phi + b \cos \phi}} \dots\dots\dots (6)$$

式(4), (5)の表現を用いると式(1), (2)の特異積分方程式は次式で表現される.

$$\begin{aligned} & -(1/2)[\{\rho_{x1M}(\theta)/\cos \theta + \rho_{x3M}(\theta)\}\cos^2 \theta_0 + \{\rho_{y2M}(\theta) + \rho_{y4M}(\theta)\sin \theta\}\sin^2 \theta_0] \\ & + (1/2)[\{\rho_{x1I}(\theta)/\cos \theta + \rho_{x3I}(\theta)\}\cos^2 \theta_0 + \{\rho_{y2I}(\theta) + \rho_{y4I}(\theta)\sin \theta\}\sin^2 \theta_0] \\ & + \int_0^{2\pi} K_{nnM}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1M}(\phi)/\cos \phi + \rho_{x3M}(\phi)\}b \cos \phi d\phi + \int_0^{2\pi} K_{nnM}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2M}(\phi) \\ & + \rho_{y4M}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi - \int_0^{2\pi} K_{nnI}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1I}(\phi)/\cos \phi + \rho_{x3I}(\phi)\}b \cos \phi d\phi \\ & - \int_0^{2\pi} K_{nnI}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2I}(\phi) + \rho_{y4I}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi = -(\sigma_x^\infty \cos^2 \theta_0 + \sigma_y^\infty \sin^2 \theta_0) \\ & -(1/2)[-\{\rho_{x1M}(\theta)/\cos \theta + \rho_{x3M}(\theta)\} + \{\rho_{y2M}(\theta) + \rho_{y4M}(\theta)\sin \theta\}]\sin \theta_0 \cos \theta_0 + (1/2)[-\{\rho_{x1I}(\theta)/\cos \theta \\ & + \rho_{x3I}(\theta)\} + \{\rho_{y2I}(\theta) + \rho_{y4I}(\theta)\sin \theta\}]\sin \theta_0 \cos \theta_0 + \int_0^{2\pi} K_{niM}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1M}(\phi)/\cos \phi \\ & + \rho_{x3M}(\phi)\}b \cos \phi d\phi + \int_0^{2\pi} K_{niM}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2M}(\phi) + \rho_{y4M}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi \\ & - \int_0^{2\pi} K_{niI}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1I}(\phi)/\cos \phi + \rho_{x3I}(\phi)\}b \cos \phi d\phi - \int_0^{2\pi} K_{niI}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2I}(\phi) + \rho_{y4I}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi \\ & = -(\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty)\sin \theta_0 \cos \theta_0 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} K_{uM}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1M}(\phi)/\cos \phi + \rho_{x3M}(\phi)\}b \cos \phi d\phi + \int_0^{2\pi} K_{uM}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2M}(\phi) + \rho_{y4M}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi \\ & - \int_0^{2\pi} K_{uI}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1I}(\phi)/\cos \theta + \rho_{x3I}(\phi)\}b \cos \phi d\phi - \int_0^{2\pi} K_{uI}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2I}(\phi) + \rho_{y4I}(\phi)\sin \theta\}a \sin \phi d\phi \\ & = -(\sigma_x^\infty - \nu_M \sigma_y^\infty)x/E_M \\ & \int_0^{2\pi} K_{vM}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1M}(\phi)/\cos \phi + \rho_{x3M}(\phi)\}b \cos \phi d\phi + \int_0^{2\pi} K_{vM}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2M}(\phi) \\ & + \rho_{y4M}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi - \int_0^{2\pi} K_{vI}^{Fx}(\phi, \theta)\{\rho_{x1I}(\phi)/\cos \phi + \rho_{x3I}(\phi)\}b \cos \phi d\phi \\ & - \int_0^{2\pi} K_{vI}^{Fy}(\phi, \theta)\{\rho_{y2I}(\phi) + \rho_{y4I}(\phi)\sin \phi\}a \sin \phi d\phi = -(\sigma_y^\infty - \nu_M \sigma_x^\infty)y/E_M \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

本研究では、未知関数を連続関数として近似するために次のような表現を用いる.

$$\left(\begin{array}{l} \rho_{x1M}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} a_{nM} t_n(\phi) \\ \rho_{x3M}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} b_{nM} t_n(\phi) \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} \rho_{y2M}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} c_{nM} t_n(\phi) \\ \rho_{y4M}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} d_{nM} t_n(\phi) \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} \rho_{x1I}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} a_{nI} t_n(\phi) \\ \rho_{x3I}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} b_{nI} t_n(\phi) \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} \rho_{y2I}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} c_{nI} t_n(\phi) \\ \rho_{y4I}(\phi) = \sum_{n=1}^{M/2} d_{nI} t_n(\phi) \end{array} \right) \dots\dots\dots (9)$$

$$t_n(\phi) = \cos\{2(n-1)\phi\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで M は $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲の選点数である. 以上の離散化の方法により式(7), (8)の特異積分方程式は、式(11), (12)で示される $4M$ 元の連立方程式に還元される.

$$\sum_{n=1}^{M/2} (a_{nM} A_{nM} + b_{nM} B_{nM} + c_{nM} C_{nM} + d_{nM} D_{nM} + a_{nI} A_{nI} + b_{nI} B_{nI} + c_{nI} C_{nI} + d_{nI} D_{nI}) = -(\sigma_x^\infty \cos^2 \theta_0 + \sigma_y^\infty \sin^2 \theta_0)$$

$$\sum_{n=1}^{M/2} (a_{nM} E_{nM} + b_{nM} F_{nM} + c_{nM} G_{nM} + d_{nM} D_{nM} + a_{nI} E_{nI} + b_{nI} F_{nI} + c_{nI} G_{nI} + d_{nI} H_{nI}) = -(\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty)\sin \theta_0 \cos \theta_0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\sum_{n=1}^{M/2} (a_{nM} I_{nM} + b_{nM} J_{nM} + c_{nM} K_{nM} + d_{nM} L_{nM} + a_{nI} I_{nI} + b_{nI} J_{nI} + c_{nI} K_{nI} + d_{nI} L_{nI}) = -(\sigma_x^\infty - \nu_M \sigma_y^\infty)x/E_M$$

$$\sum_{n=1}^{M/2} (a_{nM}M_{nM} + b_{nM}N_{nM} + c_{nM}O_{nM} + d_{nM}P_{nM} + a_{nI}M_{nI} + b_{nI}N_{nI} + c_{nI}O_{nI} + d_{nI}P_{nI}) = -(\sigma_y^{\infty} - \nu_M \sigma_x^{\infty})y/E_M \dots (12)$$

$$A_{nM} = -(1/2)t_n(\theta)\cos^2 \theta_0/\cos \theta + \int_0^{2\pi} K_{nM}^{Fx}(\phi, \theta)t_n(\phi)bd\phi \dots (13)$$

任意の点の応力は係数 $a_{nM}, b_{nM}, c_{nM}, d_{nM}, a_{nI}, b_{nI}, c_{nI}, d_{nI}$ と $A_{nM} \sim P_{nI}$ に相当する影響係数の一次結合

表 1 境界に沿った未知関数の収束性 ($a/b=1, a/d=0.648, \sigma_x^{\infty}=1, \sigma_y^{\infty}=0, E_I/E_M=0.5, \nu_I=\nu_M=0.3$)

(a) 母材

θ (deg.)	M	ρ_{x3M}	ρ_{y2M}	ρ_{x1M}	ρ_{y4M}
0	8	0.6938	0.0276	0.0282	-0.0420
	12	0.6938	0.0288	0.0283	-0.0440
	16	0.6938	0.0288	0.0283	-0.0440
20	8	0.7027	0.0205	0.0172	-0.0378
	12	0.7027	0.0208	0.0171	-0.0382
	16	0.7027	0.0208	0.0171	-0.0382
40	8	0.7186	0.0063	-0.0018	-0.0272
	12	0.7186	0.0061	-0.0016	-0.0269
	16	0.7186	0.0061	-0.0016	-0.0269
60	8	0.7291	-0.0042	-0.0127	-0.0182
	12	0.7292	-0.0040	-0.0128	-0.0186
	16	0.7292	-0.0040	-0.0128	-0.0186
80	8	0.7340	-0.0083	-0.0169	-0.0158
	12	0.7337	-0.0083	-0.0168	-0.0148
	16	0.7337	-0.0083	-0.0168	-0.0148
90	8	0.7348	-0.0087	-0.0174	-0.0157
	12	0.7342	-0.0088	-0.0172	-0.0144
	16	0.7342	-0.0088	-0.0172	-0.0144

(b) 介在物

θ (deg.)	M	ρ_{x3I}	ρ_{y2I}	ρ_{x1I}	ρ_{y4I}
0	8	1.4370	-0.0852	-0.3303	0.0898
	12	1.4377	-0.0853	-0.3313	0.0892
	16	1.4377	-0.0853	-0.3313	0.0892
20	8	1.3905	-0.0657	-0.2695	0.0738
	12	1.3899	-0.0653	-0.2686	0.0735
	16	1.3899	-0.0653	-0.2686	0.0735
40	8	1.3057	-0.0323	-0.1615	0.0464
	12	1.3061	-0.0326	-0.1622	0.0467
	16	1.3061	-0.0326	-0.1622	0.0467
60	8	1.2494	-0.0131	-0.0939	0.0295
	12	1.2491	-0.0129	-0.0935	0.0292
	16	1.2491	-0.0129	-0.0936	0.0292
80	8	1.2242	-0.0053	-0.0652	0.0214
	12	1.2244	-0.0053	-0.0653	0.0220
	16	1.2244	-0.0053	-0.0653	0.0220
90	8	1.2210	-0.0043	-0.0615	-0.0202
	12	1.2215	-0.0045	-0.0621	-0.0212
	16	1.2215	-0.0045	-0.0621	-0.0212

で表現される。以上の解析方法によりだ円形介在物の干渉効果を形状比と弾性比を系統的に変化させて解析

表 2 境界に沿った応力の収束性 ($a/b=1, a/d=0.648, \sigma_x^{\infty}=1, \sigma_y^{\infty}=0, E_I/E_M=0.5, \nu_I=\nu_M=0.3$)

θ (deg.)	M	σ_{tM}	σ_{tI}	σ_{nM}	σ_{nI}	τ_{ntM}	τ_{ntI}
0	8	-0.2256	-0.0044	0.7222	0.7223	0.0000	0.0000
	12	-0.2257	-0.0045	0.7221	0.7221	0.0000	0.0000
	16	-0.2257	-0.0045	0.7221	0.7221	0.0000	0.0000
40	8	0.4810	0.3025	0.4145	0.4146	-0.3599	-0.3599
	12	0.4809	0.3026	0.4144	0.4144	-0.3599	-0.3599
	16	0.4809	0.3026	0.4144	0.4144	-0.3599	-0.3599
80	8	1.4089	0.7053	0.0087	0.0087	-0.1107	-0.1108
	12	1.4088	0.7057	0.0086	0.0086	-0.1108	-0.1108
	16	1.4088	0.7057	0.0086	0.0086	-0.1108	-0.1108
86	8	1.4440	0.7206	-0.0073	-0.0072	-0.0347	-0.0348
	12	1.4439	0.7208	-0.0073	-0.0073	-0.0346	-0.0347
	16	1.4439	0.7208	-0.0073	-0.0073	-0.0346	-0.0346
88.5	8	1.4474	0.7222	-0.0092	-0.0090	-0.0023	-0.0025
	12	1.4473	0.7223	-0.0091	-0.0091	-0.0022	-0.0023
	16	1.4473	0.7223	-0.0091	-0.0091	-0.0022	-0.0022
90	8	1.4462	0.7218	-0.0089	-0.0087	-0.0165	-0.0163
	12	1.4462	0.7218	-0.0088	-0.0088	-0.0166	-0.0166
	16	1.4462	0.7218	-0.0088	-0.0088	-0.0166	-0.0166
94	8	1.4311	0.7154	-0.0030	-0.0029	0.0687	0.0684
	12	1.4312	0.7152	-0.0029	-0.0029	0.0687	0.0687
	16	1.4312	0.7151	-0.0029	-0.0029	0.0687	0.0687
100	8	1.3771	0.6921	0.0194	0.0194	0.1429	0.1429
	12	1.3772	0.6915	0.0195	0.0195	0.1430	0.1430
	16	1.3772	0.6915	0.0195	0.0195	0.1430	0.1430
140	8	0.3895	0.2603	0.4338	0.4336	0.3418	0.3414
	12	0.3897	0.2599	0.4339	0.4339	0.3417	0.3418
	16	0.3897	0.2599	0.4339	0.4339	0.3418	0.3418
180	8	-0.1861	0.0066	0.6656	0.6647	0.0000	0.0000
	12	-0.1858	0.0069	0.6655	0.6655	0.0000	0.0000
	16	-0.1858	0.0069	0.6655	0.6655	0.0000	0.0000

表 3 境界条件の満足度 ($a/b=1, a/d=0.648, \sigma_x^{\infty}=1, \sigma_y^{\infty}=0, E_I/E_M=0.5, \nu_I=\nu_M=0.3$)

θ (deg.)	M	$\sigma_{nM}-\sigma_{nI}$	$\tau_{ntM}-\tau_{ntI}$	U_M-U_I	V_M-V_I
40	8	-1.2×10^{-4}	2.5×10^{-5}	-4.9×10^{-5}	-9.9×10^{-6}
	12	2.0×10^{-6}	-4.9×10^{-7}	4.5×10^{-7}	9.0×10^{-8}
	16	-1.6×10^{-8}	4.4×10^{-9}	-2.2×10^{-9}	-4.3×10^{-10}
80	8	-3.5×10^{-5}	3.2×10^{-5}	-1.5×10^{-5}	-4.6×10^{-6}
	12	2.4×10^{-6}	-2.3×10^{-6}	5.9×10^{-7}	1.8×10^{-7}
	16	9.7×10^{-8}	-1.0×10^{-7}	1.6×10^{-8}	4.7×10^{-9}
88.5	8	-1.9×10^{-4}	2.3×10^{-4}	-9.1×10^{-5}	2.5×10^{-5}
	12	-4.2×10^{-6}	5.6×10^{-6}	1.2×10^{-6}	-3.9×10^{-7}
	16	-8.8×10^{-8}	1.2×10^{-7}	-1.7×10^{-8}	-5.1×10^{-9}
90	8	-1.9×10^{-4}	2.5×10^{-4}	-9.5×10^{-5}	-3.0×10^{-5}
	12	-4.2×10^{-6}	5.6×10^{-6}	-1.2×10^{-6}	-3.9×10^{-7}
	16	-9.4×10^{-8}	1.4×10^{-7}	-1.9×10^{-8}	-5.7×10^{-9}
100	8	-2.7×10^{-5}	5.5×10^{-5}	-1.8×10^{-4}	-5.7×10^{-6}
	12	1.8×10^{-6}	-3.9×10^{-6}	7.3×10^{-6}	2.3×10^{-7}
	16	7.1×10^{-8}	-1.6×10^{-7}	2.0×10^{-8}	5.9×10^{-9}
140	8	2.1×10^{-4}	4.3×10^{-4}	-1.4×10^{-4}	-2.8×10^{-5}
	12	-3.3×10^{-6}	-6.6×10^{-6}	1.2×10^{-7}	2.5×10^{-7}
	16	2.6×10^{-8}	4.9×10^{-8}	-6.2×10^{-9}	-1.2×10^{-9}

する。

3. 解析結果および考察

本論文では過去の研究結果と比較するためにポアソン比は $\nu_I = \nu_M = 0.3$ (平面応力) として計算を行った。

3・1 無限板中の2個の円形介在物 図1の無限

板中の2個の円形介在物の干渉問題において、形状比が $a/b=1$, $a/d=0.648$, $\sigma_x^\infty=1$, $\sigma_y^\infty=0$, $E_I/E_M=0.5$, $\nu_I = \nu_M = 0.3$ の場合、未知関数 ρ_{x3M} , ρ_{y2M} , ρ_{x1M} , ρ_{y4M} , ρ_{x3I} , ρ_{y2I} , ρ_{x1I} , ρ_{y4I} の収束状況を表1に示す。

表 4 最大応力とその発生位置(最大応力は境界上の σ_t , σ_n , τ_{nt} から求まる主応力の最大値) ($a/b=1$, $\sigma_x^\infty=0$, $\sigma_y^\infty=1$, $\nu_I = \nu_M = 0.3$)

表 5 最大応力とその発生位置(最大応力は境界上の σ_t , σ_n , τ_{nt} から求まる主応力の最大値) ($a/b=1$, $\sigma_x^\infty=0$, $\sigma_y^\infty=1$, $\nu_I = \nu_M = 0.3$)

E_I/E_M	a/d	Matrix		Inclusion	
		(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}
0.5	0	90.0 1.4976	90 1.4976 [6]	0~180 0.7477	0~180 0.7477 [6]
	0.1	90.0 1.4952		0 0.7467	
	0.2	89.9 1.4886		0 0.7439	
	0.3	89.7 1.4790		0 0.7399	
	0.4	89.4 1.4683		0 0.7352	
	0.465	89.1 1.4616	90 1.461 [7]	0 0.7319	0 0.732 [7]
			87 1.462 [8]		0 0.732 [8]
	0.5	89.0 1.4582		24.0 0.7300	
	0.6	88.6 1.4502		56.5 0.7252	
0.648	88.5 1.4473	90 1.441 [7]	65.8 0.7232	75 0.730 [7]	
		83.5 1.447 [8]		60 0.732 [8]	
0.7	88.3 1.4449		73.5 0.7213		
0.8	88.1 1.4421		84.8 0.7189		
0.9	87.8 1.4414		92.7 0.7180		
2.0	0	160.7 1.2038	160.7 1.2038 [6]	0~180 1.2031	0~180 1.2031 [6]
	0.1	160.7 1.2154		180 1.2047	
	0.2	160.8 1.2211		180 1.2104	
	0.3	161.1 1.2320		180 1.2217	
	0.4	162.0 1.2494		180 1.2403	
	0.465	163.1 1.2650	162 1.266 [7]	180 1.2574	180 1.258 [7]
			161.5 1.265 [8]		180 1.258 [8]
	0.5	164.0 1.2751		180 1.2686	
	0.6	168.0 1.3120		180 1.3096	
0.648	171.5 1.3354	171 1.334 [7]	180 1.3346	180 1.333 [7]	
		170.5 1.335 [8]		180 1.335 [8]	
0.7	180 1.3662		180 1.3662		
0.8	180 1.4406		180 1.4406		
0.9	180 1.5270		180 1.5270		

E_I/E_M	a/d	Matrix		Inclusion	
		(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}
0.5	0	0,180 1.4976	0,180 1.4976 [6]	0~180 0.7477	0~180 0.7477 [6]
	0.1	180 1.4976		135 0.7488	
	0.2	180 1.4988		135 0.7488	
	0.3	180 1.5007		135.5 0.7506	
	0.4	180 1.5025		137.4 0.7540	
	0.465	180 1.5097	180 1.510 [7]	142.6 0.7575	136 0.758 [7]
			180 1.510 [8]		140 0.758 [8]
	0.5	180 1.5135		146.2 0.7599	
	0.6	180 1.5319		166.5 0.7704	
0.648	180 1.5472	180 1.547 [7]	180 0.7789	180 0.779 [7]	
		180 1.547 [8]		180 0.779 [8]	
0.7	180 1.5713		180 0.7918		
0.8	180 1.6558		180 0.8349		
0.9	180 1.8440		180 0.9272		
2.0	0	70.7 1.2038	70.7 1.2038 [6]	0~180 1.2031	0~180 1.2031 [6]
	0.1	70.7 1.2134		0 1.2028	
	0.2	70.7 1.2126		0 1.2021	
	0.3	70.6 1.2112		0 1.2012	
	0.4	70.4 1.2089		0 1.2003	
	0.465	70.3 1.2070	70 1.207 [7]	0 1.1997	0 1.200 [7]
			66 1.207 [8]		0 1.200 [8]
	0.5	70.1 1.2058		0 1.1994	
	0.6	69.7 1.2020		0 1.1987	
0.648	69.6 1.1999	69 1.119 [7]	0 1.1985	0 1.200 [7]	
		65 1.200 [8]		0 1.198 [8]	
0.7	69.5 1.1975		0 1.1982		
0.8	69.1 1.1927		0 1.1980		
0.9	68.7 1.1879		0 1.1980		

表 6 無限板中のだ円形介在物の最大応力とその発生位置(最大応力は境界上の σ_t , σ_n , τ_{nt} から求まる主応力の最大値) ($\sigma_x^\infty=1$, $\sigma_y^\infty=0$, $\nu_I = \nu_M = 0.3$)

E_I/E_M	a/b	Matrix				Inclusion			
		(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}	(deg.) σ_{max}
0.0	0	90.0 3.000	88.6 2.826	86.7 2.707	85.0 2.640	0.000	0.000	0.000	0.000
	1/2	90.0 5.000	88.5 4.393	87.4 4.221	86.9 4.196	0.000	0.000	0.000	0.000
	1/4	90.0 9.000	88.7 7.357	88.4 7.290	88.4 7.304	0.000	0.000	0.000	0.000
	1/8	90.0 17.000	89.2 13.400	89.2 13.365	89.2 13.350	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.2	1	90.0 2.139	89.2 2.068	88.0 2.016	86.9 1.983	0~180 0.424	0.0 0.414	0.0 0.403
1/2	90.0 2.779	89.2 2.628	88.5 2.589	88.2 2.584	0~180 0.566	81.8 0.534	90.3 0.524	93.9 0.521	
1/4	90.0 3.425	89.3 3.265	89.1 3.279	89.1 3.304	0~180 0.710	90.3 0.673	92.3 0.674	93.0 0.679	
1/8	90.0 3.942	89.6 3.867	89.6 3.915	89.6 3.957	0~180 0.826	91.0 0.812	92.2 0.824	94.4 0.830	
0.5	1	90.0 1.498	89.6 1.475	89.0 1.458	88.4 1.446	0~180 0.748	0.0 0.738	24.0 0.730	69.0 0.722
	1/2	90.0 1.671	89.6 1.637	89.3 1.630	89.1 1.633	0~180 0.840	82.0 0.823	90.8 0.818	92.2 0.819
	1/4	90.0 1.797	89.7 1.774	89.7 1.784	89.6 1.796	0~180 0.909	87.8 0.897	91.8 0.902	92.3 0.908
	1/8	90.0 1.872	89.9 1.855	89.9 1.868	89.9 1.881	0~180 0.952	92.5 0.961	92.2 0.968	92.8 0.969
0.8	1	90.0 1.153	89.8 1.148	89.6 1.143	89.4 1.140	0~180 0.922	0.0 0.919	0.0 0.915	0.0 0.912
	1/2	90.0 1.193	89.9 1.186	89.8 1.184	89.7 1.186	0~180 0.955	82.4 0.949	91.5 0.948	96.1 0.949
	1/4	90.0 1.218	89.9 1.214	89.9 1.216	89.9 1.218	0~180 0.976	91.5 0.973	92.3 0.976	93.0 0.982
	1/8	90.0 1.232	89.0 1.210	89.0 1.212	89.0 1.215	0~180 0.988	92.2 0.999	96.0 0.998	96.1 0.994
1.25	1	19.5,160.5 1.076	161.0 1.083	163.1 1.095	173.3 1.114	0~180 1.072	180.0 1.080	180.0 1.092	180.0 1.114
	1/2	36.0,144.0 1.043	150.6 1.053	180.0 1.066	180.0 1.080	0~180 1.039	180.0 1.052	180.0 1.066	180.0 1.080
	1/4	56.0,124.0 1.024	180.0 1.034	180.0 1.041	180.0 1.042	0~180 1.019	180.0 1.034	180.0 1.041	180.0 1.042
	1/8	71.8,108.2 1.014	180.0 1.020	180.0 1.020	180.0 1.020	0~180 1.009	180.0 1.020	180.0 1.020	180.0 1.020
2.0	1	19.3,160.7 1.204	161.3 1.237	164.0 1.275	180.0 1.346	0~180 1.203	180.0 1.227	180.0 1.269	180.0 1.345
	1/2	36.5,143.5 1.116	180.7 1.145	180.0 1.187	180.0 1.236	0~180 1.103	180.0 1.140	180.0 1.187	180.0 1.236
	1/4	57.5,122.5 1.064	180.0 1.092	180.0 1.112	180.0 1.117	0~180 1.048	180.0 1.092	180.0 1.112	180.0 1.117
	1/8	73.3,106.7 1.042	180.0 1.051	180.0 1.050	180.0 1.048	0~180 1.021	180.0 1.051	180.0 1.050	180.0 1.048
5.0	1	18.8,161.2 1.390	162.0 1.440	165.3 1.526	176.2 1.702	0~180 1.370	180.0 1.421	180.0 1.514	180.0 1.702
	1/2	37.0,143.0 1.201	151.7 1.258	180.0 1.352	180.0 1.484	0~180 1.174	180.0 1.249	180.0 1.352	180.0 1.484
	1/4	59.4,120.6 1.120	180.0 1.161	180.0 1.207	180.0 1.220	0~180 1.073	180.0 1.161	180.0 1.207	180.0 1.220
	1/8	74.4,105.6 1.104	180.0 1.082	180.0 1.076	180.0 1.069	0~180 1.026	180.0 1.082	180.0 1.076	180.0 1.069
∞	1	18.5,161.5 1.537	161.7 1.749	165.7 2.115	180.0 3.030	0~180 1.510	180.0 1.765	180.0 2.118	180.0 3.044
	1/2	37.4,142.6 1.268	151.3 1.534	180.0 2.027	180.0 3.140	0~180 1.225	180.0 1.517	180.0 2.027	180.0 3.141
	1/4	60.7,119.2 1.185	180.0 1.536	180.0 2.131	180.0 3.260	0~180 1.082	180.0 1.546	180.0 2.285	180.0 3.248
	1/8	76.0,104.0 1.269	180.0 1.615	180.0 2.186	180.0 3.289	0~180 1.011	180.0 8.689	180.0 35.18	180.0 59.79

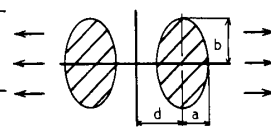


表 7 無限板中のだ円形介在物の最大応力とその発生位置(最大応力は境界上の σ_x , σ_n , τ_{nt} から求まる主応力の最大値) ($\sigma_x^{\infty}=0$, $\sigma_y^{\infty}=1$, $\nu_I=\nu_M=0.3$)

E_I/E_M	Matrix								Inclusion								
	a/d	0		1/3		1/2		2/3		0		1/3		1/2		2/3	
	a/b	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}	(deg.)	σ_{max}
0.0	1	0,180	3.000	0,0	3.020	0,0	3.064	180,0	3.264	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1/2	0,180	2.000	0,0	2.016	0,0	2.061	180,0	2.456	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1/4	0,180	1.500	0,0	1.526	180,0	1.715	180,0	2.065	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1/8	0,180	1.250	180,0	1.354	180,0	1.530	180,0	1.793	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0.2	1	0,180	2.139	0,0	2.149	0,0	2.166	180,0	2.276	0~180	0.426	115.7	0.430	133.3	0.440	180,0	0.466
	1/2	0,180	1.640	180,0	1.650	180,0	1.716	180,0	1.925	0~180	0.321	120.2	0.330	180,0	0.344	180,0	0.386
	1/4	0,180	1.337	180,0	1.375	180,0	1.495	180,0	1.678	0~180	0.260	180,0	0.272	180,0	0.296	180,0	0.330
	1/8	0,180	1.169	180,0	1.253	180,0	1.342	180,0	1.437	0~180	0.228	180,0	0.247	180,0	0.263	180,0	0.281
0.5	1	0,180	1.498	180,0	1.502	180,0	1.513	180,0	1.555	0~180	0.748	135.0	0.752	146.2	0.760	180,0	0.783
	1/2	0,180	1.319	180,0	1.328	180,0	1.359	180,0	1.440	0~180	0.656	145.0	0.664	180,0	0.680	180,0	0.721
	1/4	0,180	1.183	180,0	1.207	180,0	1.260	180,0	1.330	0~180	0.588	180,0	0.602	180,0	0.628	180,0	0.662
	1/8	0,180	1.097	180,0	1.141	180,0	1.177	180,0	1.207	0~180	0.546	180,0	0.569	180,0	0.586	180,0	0.599
0.8	1	0,180	1.153	180,0	1.154	180,0	1.159	180,0	1.170	0~180	0.922	180,0	0.924	180,0	0.927	180,0	0.937
	1/2	0,180	1.106	180,0	1.110	180,0	1.120	180,0	1.142	0~180	0.884	180,0	0.888	180,0	0.896	180,0	0.914
	1/4	0,180	1.065	180,0	1.074	180,0	1.090	180,0	1.109	0~180	0.852	180,0	0.859	180,0	0.872	180,0	0.886
	1/8	0,180	1.036	180,0	1.051	180,0	1.062	180,0	1.070	0~180	0.829	180,0	0.841	180,0	0.849	180,0	0.855
1.25	1	70.4,109.6	1.076	70.3	1.075	70.0	1.073	69.2	1.067	0~180	1.072	0,0	1.071	0,0	1.071	0,0	1.070
	1/2	80.0,100.0	1.120	79.9	1.117	79.8	1.113	79.7	1.109	0~180	1.039	0,0	1.115	0,0	1.113	0,0	1.110
	1/4	85.0,95.0	1.165	85.6	1.160	85.2	1.158	85.2	1.157	0~180	1.019	0,0	1.157	0,0	1.151	0,0	1.145
	1/8	87.5,92.5	1.201	88.2	1.223	89.9	1.226	89.1	1.232	0~180	1.009	0,0	1.186	0,0	1.179	0,0	1.174
2.0	1	70.7,109.3	1.204	70.5	1.210	70.1	1.202	69.6	1.199	0~180	1.203	0,0	1.201	0,0	1.199	0,0	1.198
	1/2	80.3,99.7	1.363	80.2	1.352	80.1	1.338	80.0	1.323	0~180	1.103	0,0	1.348	0,0	1.345	0,0	1.340
	1/4	85.1,94.9	1.542	85.2	1.515	85.1	1.500	85.0	1.494	0~180	1.048	0,0	1.514	0,0	1.493	0,0	1.468
	1/8	87.5,92.5	1.711	87.6	1.689	87.5	1.679	87.4	1.669	0~180	1.021	0,0	1.645	0,0	1.609	0,0	1.585
5.0	1	71.1,108.9	1.203	70.9	1.384	70.5	1.377	70.0	1.366	0~180	1.370	0,0	1.367	0,0	1.368	0,0	1.372
	1/2	80.7,99.3	1.732	80.6	1.708	80.4	1.677	80.2	1.646	0~180	1.174	0,0	1.717	0,0	1.734	0,0	1.753
	1/4	85.3,94.7	2.263	85.5	2.177	85.3	2.125	85.3	2.010	0~180	1.073	0,0	2.227	0,0	2.183	0,0	2.104
	1/8	87.5,92.4	2.942	87.5	2.817	87.5	2.798	87.8	2.801	0~180	1.026	0,0	2.227	0,0	2.537	0,0	2.430
8	1	71.4,108.6	1.537	109.9	1.539	109.9	1.529	109.7	1.503	0~180	1.510	0,0	1.616	0,0	1.706	0,0	1.711
	1/2	80.9,99.1	2.109	80.8	2.061	80.3	2.019	80.3	2.795	0~180	1.225	0,0	2.434	0,0	2.497	0,0	2.807
	1/4	85.4,94.6	3.266	85.2	3.086	84.9	2.985	84.8	2.930	0~180	1.082	0,0	5.121	0,0	5.629	0,0	4.901
	1/8	87.6,92.4	5.588	87.5	5.025	87.5	4.877	87.5	4.806	0~180	1.011	0,0	19.98	0,0	31.87	0,0	37.95

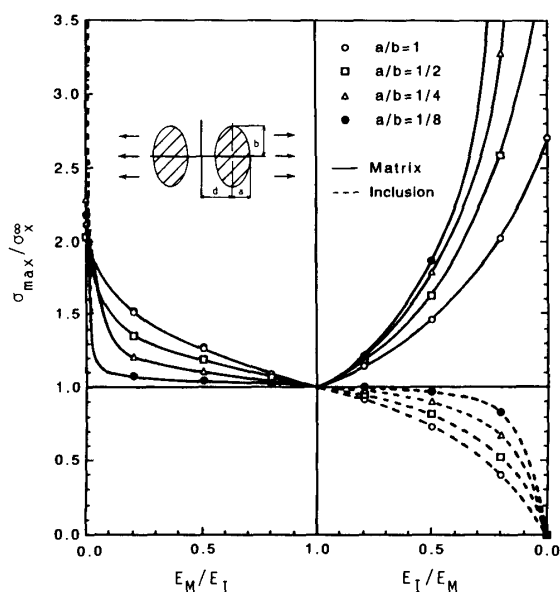
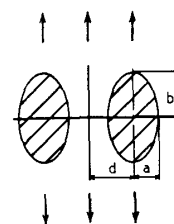


図 2 弾性係数の比と最大応力(発生位置は表 6)(最大応力は境界上の σ_x , σ_n , τ_{nt} から求まる主応力の最大値) ($a/d=1/2$, $\sigma_x^{\infty}=1$, $\sigma_y^{\infty}=0$, $\nu_I=\nu_M=0.3$)

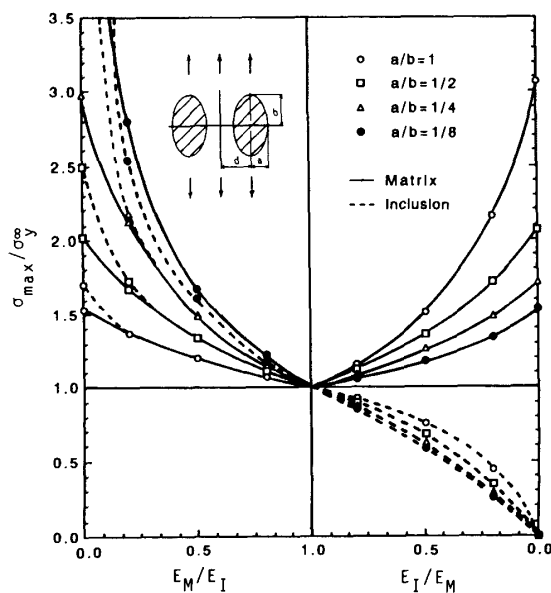


図 3 弾性係数の比と最大応力(発生位置は表 7)(最大応力は境界上の σ_x , σ_n , τ_{nt} から求まる主応力の最大値) ($a/d=1/2$, $\sigma_x^{\infty}=0$, $\sigma_y^{\infty}=1$, $\nu_I=\nu_M=0.3$)

対称形, 逆対称形の基本密度関数を用いた本解析結果は, $M=12$ 程度で有効数字 5 けた程度まで収束している。このような, 良好な収束性を示すことから, 連続関数である密度分布をうまく近似できているものと考えられる。

次に, 形状比が $a/b=1$, $a/d=0.648$, $\sigma_x^{\infty}=1$, $\sigma_y^{\infty}=0$, $E_I/E_M=0.5$, $\nu_I=\nu_M=0.3$ の場合, 境界縁に沿った応力 σ_{IM} , σ_{nM} , τ_{ntM} , σ_{II} , σ_{nI} , τ_{ntI} の収束状況を表 2 に示す。本解析結果は, $M=12$ 程度で有効数字 5 けた程度まで収束していて良好な収束性を示す。さらに, 境界

条件 ($\sigma_{nM} - \sigma_{nI} = 0$, $\tau_{ntM} - \tau_{ntI} = 0$, $U_M - U_I = 0$, $V_M - V_I = 0$) の満足度を確かめるために、それらの値を表 3 に示す。境界上で零であるべき、 $\sigma_{nM} - \sigma_{nI}$ 等の値は境界全周で $M=12$ 程度でも 10^{-5} 程度であり高い境界条件の満足度が確かめられた。

次に、形状比が $a/b=1$, $\sigma_x^0=1$, $\sigma_y^0=0$, $E_I/E_M=0.5, 2.0$, $\nu_I=\nu_M=0.3$ の場合、 a/d を変化させたときの母材と介在物の最大応力(主応力)の値とその発生位置を 1 個の円形介在物の解⁽⁶⁾、八田らの結果⁽⁷⁾ および塩谷の結果⁽⁸⁾ とともに表 4 に示す。また、 $\sigma_x^0=0$, $\sigma_y^0=1$, $E_I/E_M=0.5, 2.0$, $\nu_I=\nu_M=0.3$ の場合を表 5 に示す。表 4, 5 より、最大応力の値については塩谷と八田らの解析結果は本解析結果と誤差 1% 程度以下でよく一致している。最大応力の発生位置については、塩谷と八田らの解析結果にはかなり誤差が生じる場合がある。

3・2 無限板中の 2 個のだ円形介在物 形状比が $a/d=1/3, 1/2, 2/3$ の場合、 b/a を変化させたときの母材と介在物の最大応力の値とその発生位置を $\sigma_x^0=1$, $\sigma_y^0=0$ の場合表 6 に、 $\sigma_x^0=0$, $\sigma_y^0=1$ の場合を表 7 に示す。表 6, 7 に示すすべての数値について、表 1~3 に示したものと同様の解の収束性と境界条件の満足度に関する検討を行った。その結果、最大応力の値は、有効数字 4 けた程度まで収束していて、 a/b および a/d の広範囲で本解析法が有効であることがわかった。また、図 2, 3 は、 $a/d=0.5$ の場合をプロットしたものである。表 6, 7 と図 2, 3 の結果より、2 だ円形介在物の

境界上の最大応力とその発生位置は距離や形状および弾性率の変化に対して微妙に変化することがわかる。しかし一般に、介在物が極端に接近する場合や母材と介在物の弾性率が極端に異なる場合を除き、その最大応力が干渉効果により介在物が単独に存在する場合と大幅に異なることは少ないようである。

4. 結 言

本研究では、体積法の特異積分方程式を利用して、無限板中のだ円形介在物の干渉効果を厳密に解析する方法を示した。具体的問題として、無限板中の 2 個のだ円形介在物の干渉効果を考察した。特異積分方程式の数値解析には前報で提案した、未知関数を基本密度関数の組合せで表現する方法によって、高い境界条件の満足度が得られることが明らかになった。本論文で示した方法は、母材と介在物の境界上のなめらかな応力分布が少ない計算時間で得られるので、種々の介在物の問題に応用が可能である。

文 献

- (1) 野田・松尾, 機論, 58-555, A(1992), 2179.
- (2) 野田・松尾, 機論, 59-559, A(1993), 785.
- (3) 野田・松尾, 機論, 59-564, A(1993), 1964.
- (4) 西谷・陳, 体積法, (1987), 89, 培風館.
- (5) 西谷, 機誌, 70-580(1967), 627.
- (6) 石田・井川, 機論, 54-504, A(1988), 1504.
- (7) 八田・村上・石田, 機論, 51-464, A(1985), 1057.
- (8) 塩谷, 機論, 36-286(1970), 886.