

## 体積力法による屈曲き裂・分岐き裂の新解析法\*

森 和也\*<sup>1</sup>, Behrouz TABARROK\*<sup>2</sup>  
野田尚昭\*<sup>3</sup>, 松田健次\*<sup>3</sup>A New Method for Analysis of Bent or Branched Cracks  
by Body Force MethodKazuya MORI, Behrouz TABARROK,  
Nao-Aki NODA and Kenji MATSUDA

The body force method is one of the most powerful methods to analyze bent or branched cracks. In particular, a more accurate solution of the stress intensity factor can be obtained by applying the resultant force boundary condition (resultant force method). However, the crack displacement of bent or branched cracks cannot be obtained continuously by the resultant force method, and it is necessary to divide a crack into very small elements to achieve high accuracy. In this paper, we propose a new resultant force method to obtain continuous crack displacement of bent or branched cracks, which dramatically improves the accuracy of the solution. The effectiveness of this new method is illustrated by solving some typical crack problems. Moreover, simulation of crack propagation through grain boundaries is performed.

**Key Words:** Elasticity, Body Force Method, Crack Opening Displacement, Stress Intensity Factor, Bent Crack, Branched Crack

## 1. 緒 言

試験片や機械の部品に見られる実際のき裂は、しばしば屈曲あるいは分岐する。そのため屈曲き裂および分岐き裂の解析は重要である。この屈曲き裂および分岐き裂の解析に有力な解析法の一つに体積力法<sup>(1)</sup>がある。体積力法による二次元問題の屈曲き裂および分岐き裂に関するこれまでの研究として、西谷は、境界条件に応力値(応力法)を用いて半無限板の屈曲縁き裂の解析<sup>(2)</sup>を行っている。石田らは、境界条件に合力値(合力法)を用いることによって精度の改善を行い無限板の任意き裂群<sup>(3)~(5)</sup>、半無限板の任意き裂群<sup>(6)</sup>、だ円孔を有する無限板の任意き裂群<sup>(7)</sup>、接合材の任意き裂群<sup>(8)</sup>の解析を行っている。合力法は屈曲点や分岐点における急激な応力場の変化をうまく処理できるため複雑なき裂形状でも精度の高い応力拡大係数を求めることができる。しかし、従来の合力法では屈曲き裂および分岐き裂のき裂開口変位が屈曲点や分岐点の近傍で

は求められない。また、高精度の結果を求めるためには、き裂を非常に細かい区間に分割しなければならない。これらは、従来の合力法ではき裂の屈曲点および分岐点で大きさが零となる基本密度関数を用いていたためである。そこで本論文では、 $x$ 方向および $y$ 方向のき裂開口変位(食違い)を未知数とすることによって、屈曲点あるいは分岐点において基本密度関数を必要としない新しい方法を提案する。この方法を用いればき裂開口変位が連続的に求められ、粗い分割区間でも精度の高い解析が可能となる。また、この方法を、無限板中の屈曲き裂、分岐き裂および半無限板中のジグザグ縁き裂の解析に適用し、本研究の有効性を示した。さらに、結晶粒界を進展するき裂のシミュレーションにも応用した。

## 2. 計 算 方 法

体積力法(合力法)による解析法を、引張りを受ける無限板中のき裂 [図 1 (a)] を例にとり簡単に説明する。この問題の応力場は、図 1 (b)に示すようにき裂のない引張りを受ける無限板のき裂となるべき仮想境界に適当な密度  $T(\xi)$  の引張りの標準形集中力対 [図 2 (a)] を分布させることによって表すことができる。引張りの標準形集中力対はき裂の法線方向の開口変位

\* 原稿受付 平成5年3月23日。

<sup>1</sup> 正員, 久留米工業高等専門学校 (〒830 久留米市小森野町1232)。<sup>2</sup> ビクトリア大学(カナダ)。<sup>3</sup> 正員, 九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

$\delta_r(\xi)$  を表現し、 $T(\xi)$  と  $\delta_r(\xi)$  との関係は次式のようになる<sup>9)</sup>。

$$\delta_r(\xi) = \frac{(x-1)}{G(x+1)} T(\xi) \dots\dots\dots (1)$$

$$x = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & \text{(Plane stress)} \\ 3-4\nu & \text{(Plane strain)} \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $G$  は横弾性係数で、 $\nu$  はポアソン比である。  
体積力法では、き裂先端の特異性を表現するために集中力対の密度を(重み)×(基本密度関数)とおく。

$$T(\xi) = g(\xi) \sqrt{a^2 - \xi^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $g(\xi)$  を重みと呼び、 $\sqrt{a^2 - \xi^2}$  を基本密度関数と呼ぶ。 $a$  はき裂半長で、 $\xi$  は集中力対の座標である。

合力法を用いる場合、通常この重み  $g(\xi)$  を図3に示すような  $N-1$  個の区間を有する折れ線関数で近似

する。この重みは、 $N$  個の自由度を持つが、その大きさは、 $N$  個の合力区間  $D_1-D_2, D_2-D_3, \dots, D_N-D_{N+1}$  の  $y$  方向の合力境界条件が満足されるように決定する。き裂となる面にせん断応力が作用している場合、適当な密度  $S(\xi)$  のせん断の標準形集中力対 [図2 (b)] をき裂となるべき仮想境界に作用させる。せん断の標準形集中力対はき裂の接線方向の開口変位  $\delta_s(\xi)$  を表現し、 $S(\xi)$  と  $\delta_s(\xi)$  との関係は次式のようになる。

$$\delta_s(\xi) = \frac{1}{G} S(\xi) \dots\dots\dots (4)$$

この場合の未知数の数は  $2N$  個となり、境界条件として各合力区間の  $x$  方向の合力境界条件を加える。

さて、図3において、合力区間の端点を集中力対の区間の midpoint に置いている。これは合力区間の端点と集中力対の区間の端点とが一致すると合力を求める被積分関数の値が発散してしまうためである。き裂先端では合力区間の端点と集中力対の区間の端点とが一致するが、基本密度関数 [式(3)] の大きさがき裂先端では零となるため集中力対の密度も零となり合力の値は有限な値となる。

従来の合力法では、屈曲き裂(分岐き裂)を解析する場合、屈曲点(分岐点)で合力区間の端点と集中力対の区間の端点とを一致させているため、屈曲点(分岐点)で零となる基本密度関数を用いて合力の値を求めている。これは屈曲き裂 [図4 (a)] を連続した直線き裂 [図4 (b)] とみなして解析を行っていることになる。分岐き裂(図5)の場合も同様である。屈曲点(分岐点)

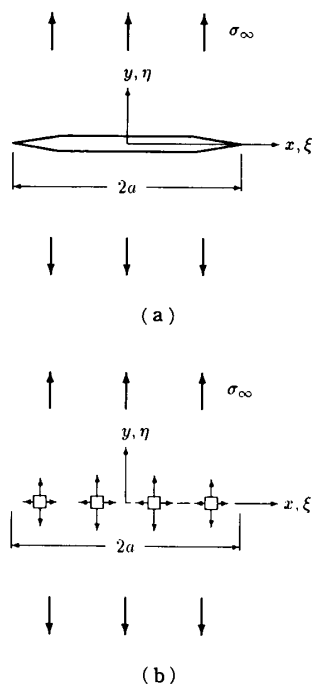


図1 無限板中の直線き裂の解析

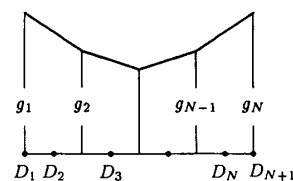


図3 重み関数

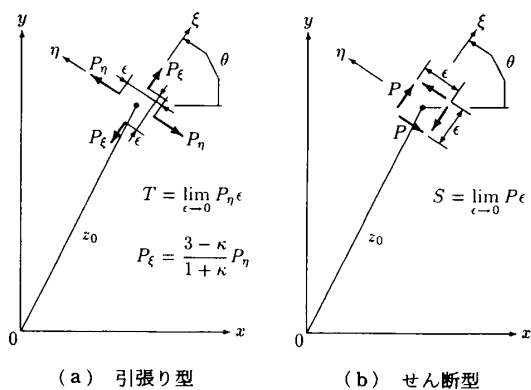


図2 引張りとせん断の標準形集中力対

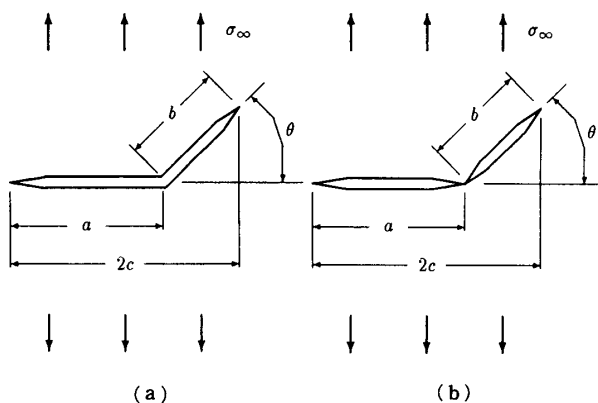


図4 無限板中の屈曲き裂

で基本密度関数の値が零になるため屈曲点(分岐点)ではき裂が閉じていることになり、屈曲点(分岐点)近傍ではき裂開口変位が求められない。さらに屈曲点(分岐点)の近傍では、基本密度関数の変化は実際のき裂開口変位の変化に対応していないため少ない区間数では精度の高い解析は望めない。これらの問題点は、合力を求める区間の端点と集中力対を分布させる区間の端点とを屈曲点(分岐点)で一致させているために起きている。この場合重み  $g(\xi)$  は、図 6 (a) に示すように屈曲点において不連続となっている。

本論文では、屈曲点(分岐点)においても合力区間の端点と集中力対の区間の端点とを一致させず、集中力対の区間の midpoint に合力区間の端点を置く方法を提案する。図 6 (b) に示すように、この方法では屈曲点で重み関数が連続となる。しかし、従来のようにき裂となる面に垂直方向の引張り形の標準形集中力対 [図 2 (a)] とせん断形の標準形集中力対 [図 2 (b)] の密度を未知数とすると屈曲点で  $x$  方向および  $y$  方向のき裂開口変位が不連続となる。これは、標準形集中力対によるき裂開口変位がき裂面を基準にしているため同一密度であってもき裂の角度が変わると  $x$  方向および  $y$  方向のき裂開口変位が変化するためである。そこで本論文では、未知数として  $x$  方向および  $y$  方向のき裂開口変位(食違い)を導入する。これによってき

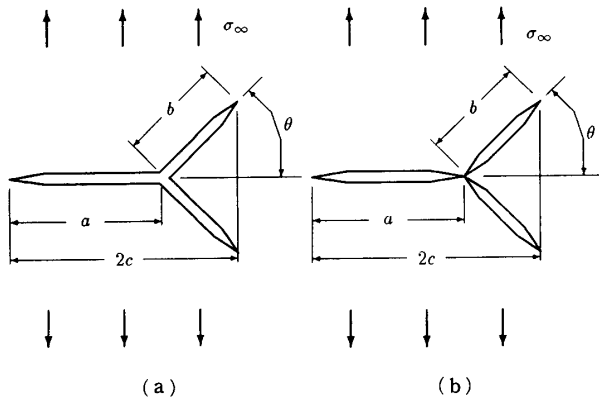


図 5 無限板中の分岐き裂

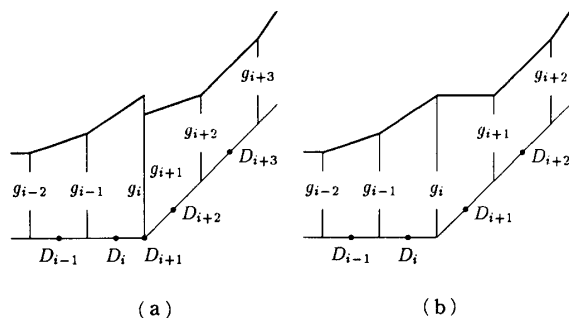


図 6 屈曲き裂の重み関数

裂開口変位は、き裂の傾きに関係なく屈曲点で連続となる。また、合力区間の端点と集中力対の区間の端点とが一致していないため、屈曲点(分岐点)に対し基本密度関数を用いる必要がなく、粗い分割区間でも精度の高い解が求められる。分岐き裂の場合は、図 7 に示すように二つの屈曲き裂の屈曲点(分岐点)で重なっているとして解く。分岐点での合力区間は、 $D_i-D_{i+1}$  と  $D_i-D_j$  とする\*\*1。

本解析法では、合力境界条件を満足するようにき裂の  $x$  方向の開口変位(食違い)  $\delta_x(\xi)$  [図 8 (a)] および  $y$  方向の食違い  $\delta_y(\xi)$  [図 8 (b)] を求めるわけであるが、一般に 2 点 AB 間を結ぶ経路について右側の部分が左側の部分に及ぼす  $x$  方向の合力  $R_x$  および  $y$  方向の合力  $R_y$  は、次式に B 点の座標 ( $z_B = x_B + iy_B$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ) を代入したものから A 点の座標 ( $z_A = x_A + iy_A$ ) を代入したものを引いて求められる<sup>(10)</sup>。

$$-[R_y + iR_x] = [\bar{\phi}(\bar{z}) + \bar{z}\phi'(z) + \psi'(z)]_A^B \dots\dots\dots (5)$$

ここで  $\phi(z)$  および  $\psi'(z)$  は、 $z$  の解析関数である。

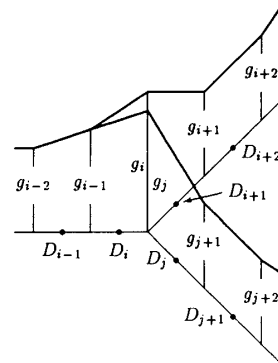


図 7 分岐き裂の重み関数

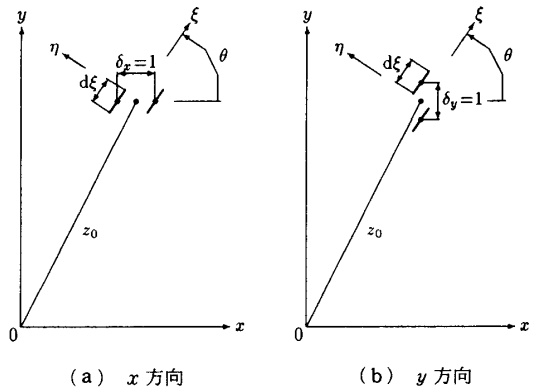


図 8  $x$  方向および  $y$  方向の単位食違い

\*\*1  $D_i-D_{i+1}$  と  $D_{i+1}-D_j$  あるいは  $D_i-D_j$  と  $D_{i+1}-D_j$  としてもよい。分岐点を囲む三つの合力区間があるが、二つの区間の合力条件が満足されれば残りの区間は自動的に満足される。

無限板に作用する  $x$  方向の単位食違い  $\delta_x=1$  の解析関数  $\phi_x(z)$ ,  $\psi'_x(z)$  および  $y$  方向の単位食違い  $\delta_y=1$  の解析関数  $\phi_y(z)$ ,  $\psi'_y(z)$  は次式ようになる。

$$\phi_x(z) = \{C_T \phi_T(z) \sin \theta - C_S \phi_S(z) \cos \theta\} d\xi \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\psi'_x(z) = \{C_T \psi'_T(z) \sin \theta - C_S \psi'_S(z) \cos \theta\} d\xi \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi_y(z) = \{C_T \phi_T(z) \cos \theta + C_S \phi_S(z) \sin \theta\} d\xi \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\psi'_y(z) = \{C_T \psi'_T(z) \cos \theta + C_S \psi'_S(z) \sin \theta\} d\xi \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$C_T = \frac{G(\chi+1)}{(\chi-1)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$C_S = G \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $\phi_T(z)$ ,  $\psi'_T(z)$  は無限板に作用する単位大きさ  $T=1$  の引張りの標準形集中力対の解析関数で、 $\phi_S(z)$ ,  $\psi'_S(z)$  は無限板に作用する単位大きさ  $S=1$  のせん断の標準形集中力対の解析関数である<sup>(11)</sup>。

$$\phi_T(z) = -\frac{(\chi-1)e^{2i\theta}}{\pi(\chi+1)^2(z-z_0)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\psi'_T(z) = -\frac{(\chi-1)}{\pi(\chi+1)^2} \left[ \frac{2}{z-z_0} + \frac{\bar{z}_0 e^{2i\theta}}{(z-z_0)^2} \right] \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi_S(z) = \frac{ie^{2i\theta}}{\pi(\chi+1)(z-z_0)} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\psi'_S(z) = \frac{i\bar{z}_0 e^{2i\theta}}{\pi(\chi+1)(z-z_0)^2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

半無限板 ( $y \geq 0$ ) の問題を解析する場合は、半無限板に作用する標準形集中力対の解析関数を用いる。この解析関数は式(12)~(15)を鏡像原理<sup>(12)</sup>に従い解析

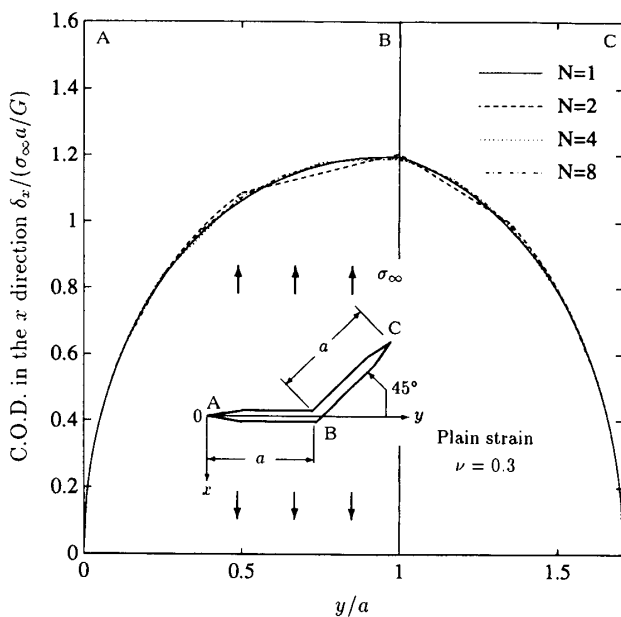


図 9 屈曲き裂のき裂開口変位

接続することによって次式のように求められる。

$$\phi_T(z) = -\frac{(\chi-1)}{\pi(\chi+1)^2} \times \left[ \frac{e^{2i\theta}}{z-z_0} - \frac{2}{z-z_0} + \frac{(z-z_0)e^{-2i\theta}}{(z-z_0)^2} \right] \dots\dots\dots (16)$$

$$\psi'_T(z) = -\frac{(\chi-1)}{\pi(\chi+1)^2} \left[ \frac{2}{z-z_0} + \frac{\bar{z}_0 e^{2i\theta}}{(z-z_0)^2} - \frac{e^{-2i\theta}}{z-z_0} - \frac{z(2+e^{-2i\theta})}{(z-z_0)^2} + \frac{2z(z-z_0)e^{-2i\theta}}{(z-z_0)^3} \right] \dots\dots\dots (17)$$

$$\phi_S(z) = \frac{i}{\pi(\chi+1)} \left[ \frac{e^{2i\theta}}{z-z_0} - \frac{(z-z_0)e^{-2i\theta}}{(z-z_0)^2} \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$\psi'_S(z) = \frac{i}{\pi(\chi+1)} \left[ \frac{\bar{z}_0 e^{2i\theta}}{(z-z_0)^2} + \frac{e^{-2i\theta}}{z-z_0} + \frac{ze^{-2i\theta}}{(z-z_0)^2} - \frac{2z(z-z_0)e^{-2i\theta}}{(z-z_0)^3} \right] \dots\dots\dots (19)$$

実際の計算では、食違い  $\delta_x(\xi)$  および  $\delta_y(\xi)$  を次の形に置き換え、重み  $g_x(\xi)$  および  $g_y(\xi)$  を未知数として取扱う。本論文では、き裂先端を含む食違い(集中力対)の区間のみ基本密度関数  $\sqrt{t/l}$  を用いている。

$$\delta_{x,y}(\xi) = \begin{cases} g_{x,y}(\xi) & \text{(Sections without crack tip)} \\ g_{x,y}(\xi) \sqrt{t/l} & \text{(Sections with crack tip)} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $t$  は食違いの作用点からき裂先端までの距離で、 $l$  はき裂先端を含む食違い(集中力対)の区間の長さである。

重み関数の決定にあたっては、従来の合算法と同様に行う。

モード I、モード II の応力拡大係数  $K_I$ ,  $K_{II}$  は、き裂先端の重み  $g_{xc}$ ,  $g_{yc}$  を用いて次式より求められる。

$$K_I = C_1(g_{xc} \sin \theta + g_{yc} \cos \theta) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$K_{II} = C_1(-g_{xc} \cos \theta + g_{yc} \sin \theta) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{2\pi} G}{(\chi+1) \sqrt{l}} \quad \dots\dots\dots (23)$$

また、 $x$  方向および  $y$  方向のき裂開口変位は、求めたい点の重み  $g_x(\xi)$  および  $g_y(\xi)$  を式(20)に代入して求められる。

### 3. 計算結果および考察

本解析法を無限板中の屈曲き裂、分岐き裂および半無限板のジグザグ縁き裂の解析に適用し、本解析法の有効性を確認した。さらに、結晶粒界を進展するき裂のシミュレーションにも応用した。以下の結果においてき裂の一直線部分を一つの要素とすると、 $M$  は要素数を表し、 $N$  は一つの要素の分割区間数を示している。また、応力状態は、平面ひずみ状態とし、ポアソン比  $\nu=0.3$  とした。

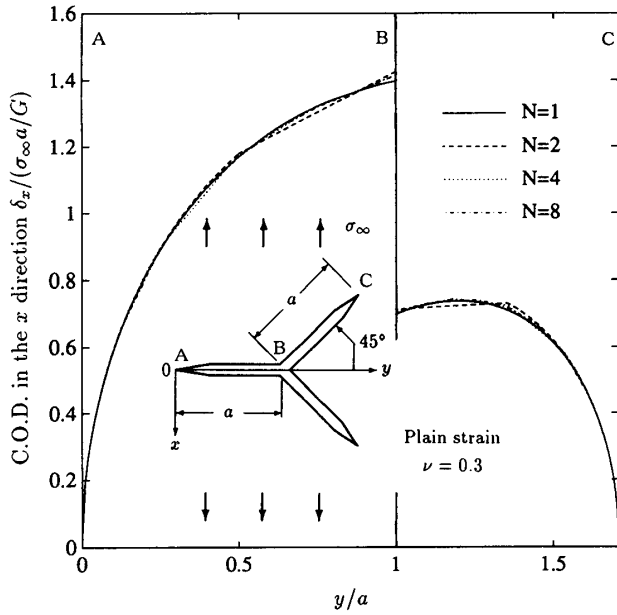


図 10 分岐き裂のき裂開口変位

表 1 屈曲き裂の  $F_I, F_{II}$

$$(F_{I,II} = K_{I,II} / \sigma_\infty \sqrt{\pi c}, 2c = a + b \cos \theta, \theta = 45^\circ, \nu = 0.3)$$

	N	b/a = 0.1		b/a = 0.5		b/a = 1.0	
		$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$
Present Analysis	1	0.6712	0.5766	0.5715	0.6260	0.5720	0.6440
	2	0.6571	0.5493	0.5713	0.6209	0.5706	0.6408
	4	0.6399	0.5172	0.5700	0.6200	0.5697	0.6411
	8	0.6346	0.5079	0.5699	0.6198	0.5695	0.6412
	16	0.6334	0.5060	0.5698	0.6198	0.5694	0.6413
Isida[4]		0.633	0.505	—	—	0.569	0.641
Noda[13]		0.633	0.506	—	—	0.569	0.641

表 2 分岐き裂の  $F_I, F_{II}$

$$(F_{I,II} = K_{I,II} / \sigma_\infty \sqrt{\pi c}, 2c = a + b \cos \theta, \theta = 45^\circ, \nu = 0.3)$$

	N	b/a = 0.1		b/a = 0.5		b/a = 1.0	
		$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$
Present Analysis	1	0.5930	0.3837	0.5090	0.4763	0.5064	0.5058
	2	0.5745	0.3718	0.5019	0.4754	0.4975	0.5066
	4	0.5634	0.3526	0.5004	0.4748	0.4957	0.5063
	8	0.5606	0.3479	0.5000	0.4746	0.4951	0.5061
	16	0.5602	0.3474	0.4999	0.4745	0.4950	0.5061
Isida[5]		0.560	0.347	0.500	0.474	—	—
Noda[13]		0.560	0.347	0.500	0.474	0.495	0.506

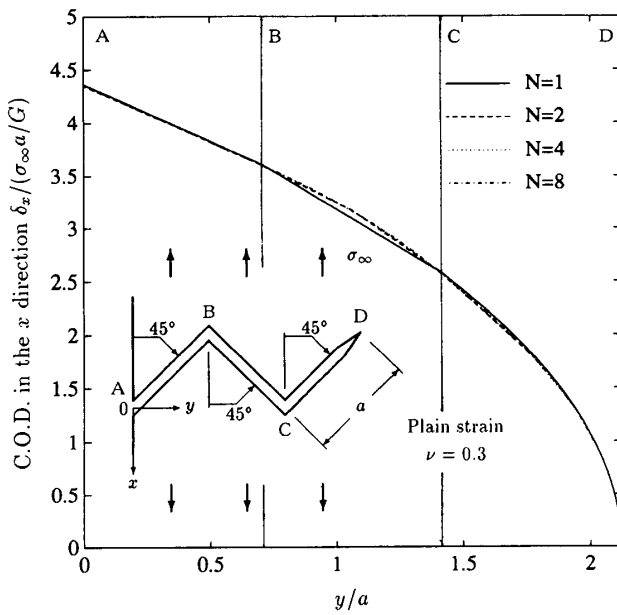


図 11 ジグザグ縁き裂のき裂開口変位 (M=3)

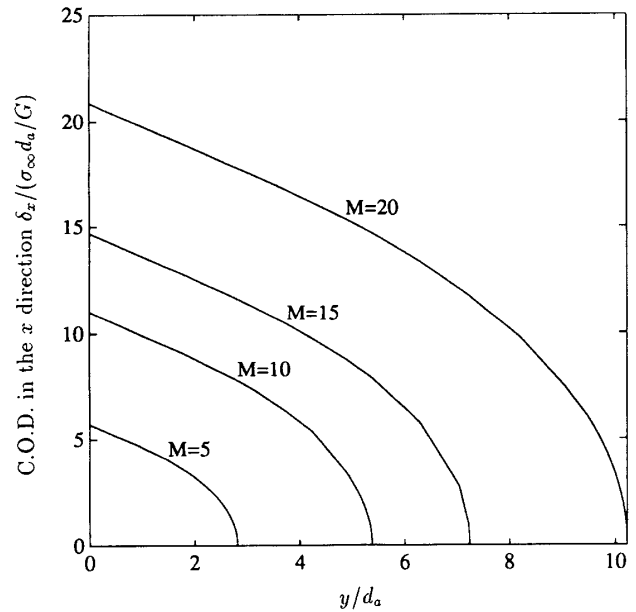


図 13 粒界き裂のき裂開口変位 (N=1)

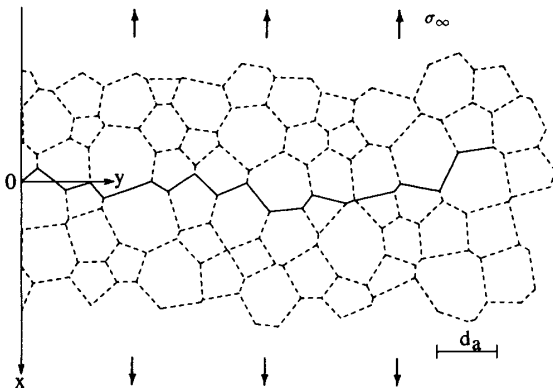


図 12 粒界き裂のシミュレーション

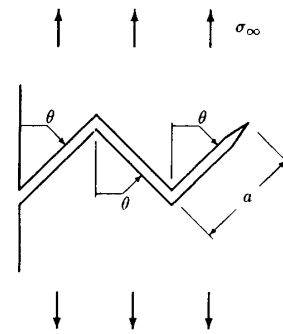


図 14 半無限板中のジグザグ縁き裂

図9は、引張りを受ける無限板中の屈曲き裂のき裂開口変位を示している。

図10は、引張りを受ける無限板中の分岐き裂のき裂開口変位である。図中の  $Y/a \geq 1$  部分は片側のみのき裂開口変位を示しており、2倍すると  $Y/a \leq 1$  部分になめらかに連続する。

図11に、引張りを受ける半無限板中のジグザグ縁き裂の開口変位を表している。

さらに実用的な計算例として、結晶粒界を進展するき裂のシミュレーションを行った。図12に示すように、き裂は自由表面の粒界を起点として結晶粒界を進展するものとする。結晶粒径は正規分布に従うものとし平均結晶粒径を  $d_a$ 、標準偏差を  $0.2d_a$  とした。き裂が粒界に突き当たったとき、き裂が進展する方向は粒界に沿って二つ考えられるが、き裂は粒界の垂直応力が大きい方向と垂直な方向に進展するものとした。

図13に、この粒界き裂の  $M=5, 10, 15, 20$  ( $N=1$ ) の場合のき裂開口変位を示す。き裂開口変位は、き裂形状が複雑であるにもかかわらず滑らかであることがわかる。

この計算において未知数の数は、 $N=1$  としているため  $2M+2$  個である。従来の合力法を用いて計算すると未知数の数は最低でも  $4M$  個必要である。これは要素数の多い複雑な屈曲き裂や分岐き裂の解析を行う際には大きな利点となる。

図9~11, 13のき裂開口変位が滑らかであることから、本解析法では少ない区間数でき裂開口変位が精度よく求められることがわかる。

表1に、引張りを受ける無限板中の屈曲き裂 [図4(a)] の無次元化応力拡大係数  $F_I, F_{II}$  を示している。

表2は、引張りを受ける無限板中の屈曲き裂 [図5(a)] の無次元化応力拡大係数  $F_I, F_{II}$  である。

表1, 2において、Isidaらの結果<sup>(4)(5)</sup>は体積力法(合力法)を用い、基本解にき裂を有する無限板の解を用いて精度の向上を図っている。野田らの結果<sup>(13)</sup>は超越特異積分方程式法<sup>(14)</sup>を用いて求めたものである。

これらの表においてほぼ  $N=1, 2$  で十分な精度が得られるが、 $b/a=0.1$  では解の精度が低下することがわかる。例えば、解の誤差を1%以内にするためには、 $N$  を4以上にしなければならない。この誤差は、区間長さを急激に変化させているために起きている。そこでこのようにき裂先端の要素が他の要素に比べ非常に短いときは、区間長さが急激に変化しないようにき裂先端の要素の区間数を1個とし、徐々に区間長さを伸ばせばよい。

表3は、引張りを受ける半無限板中のジグザグ縁き

表3 ジグザグ縁き裂の  $F_I, F_{II}$   
( $F_{I,II} = K_{I,II}/\sigma_\infty \sqrt{\pi c}$ ,  $c = Ma$ ,  $\nu = 0.3$ )

		$M = 1$					
		$\theta = 30^\circ$		$\theta = 45^\circ$		$\theta = 60^\circ$	
	$N$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$
Present Analysis	1	0.4611	0.3287	0.6985	0.3587	0.9118	0.3039
	2	0.4602	0.3332	0.7015	0.3645	0.9175	0.3066
	4	0.4614	0.3356	0.7041	0.3646	0.9196	0.3060
	8	0.4622	0.3361	0.7048	0.3646	0.9201	0.3059
	16	0.4624	0.3362	0.7050	0.3646	0.9203	0.3059
Isida[6]		—	—	0.705	0.365	—	—
Noda[13]		0.4625	0.3362	0.7049	0.3645	0.9201	0.3058
		$M = 2$					
		$\theta = 30^\circ$		$\theta = 45^\circ$		$\theta = 60^\circ$	
	$N$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$
Present Analysis	1	0.4595	0.3344	0.7009	0.3648	0.9171	0.3069
	2	0.4609	0.3372	0.7038	0.3649	0.9195	0.3057
	4	0.4622	0.3369	0.7046	0.3646	0.9200	0.3056
	8	0.4625	0.3368	0.7048	0.3645	0.9201	0.3055
	16	0.4626	0.3368	0.7049	0.3644	0.9202	0.3055
Isida[6]		—	—	0.703	0.364	—	—
Noda[13]		0.463	0.337	0.705	0.365	0.920	0.305
		$M = 3$					
		$\theta = 30^\circ$		$\theta = 45^\circ$		$\theta = 60^\circ$	
	$N$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$
Present Analysis	1	0.4613	0.3321	0.7026	0.3613	0.9183	0.3040
	2	0.4637	0.3323	0.7051	0.3601	0.9200	0.3023
	4	0.4651	0.3313	0.7058	0.3595	0.9202	0.3020
	8	0.4655	0.3309	0.7060	0.3592	0.9203	0.3019
	16	0.4657	0.3307	0.7061	0.3591	0.9203	0.3019
Isida[6]		—	—	0.704	0.360	—	—
Noda[13]		0.465	0.332	0.706	0.359	0.920	0.302
		$M = 4$					
		$\theta = 30^\circ$		$\theta = 45^\circ$		$\theta = 60^\circ$	
	$N$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$	$F_I$	$F_{II}$
Present Analysis	1	0.4644	0.3272	0.7047	0.3564	0.9193	0.3003
	2	0.4678	0.3265	0.7075	0.3545	0.9209	0.2982
	4	0.4696	0.3250	0.7083	0.3535	0.9211	0.2978
	8	0.4702	0.3244	0.7085	0.3532	0.9212	0.2977
	16	0.4704	0.3241	0.7086	0.3530	0.9213	0.2976
Isida[6]		—	—	0.704	0.355	—	—
Noda[13]		0.470	0.325	0.708	0.353	0.921	0.298

裂(図14)の無次元化応力拡大係数  $F_I, F_{II}$  である。き裂の屈曲角度にかかわらず少ない区間数で精度の高い解析が可能であることがわかる。

#### 4. 結 言

体積力法(合力法)による屈曲き裂および分岐き裂の新しい解析法を提案した。この方法を用いればき裂開口変位が連続的に求められ、粗い分割区間(少ない分割区間数)でも精度の高い解析が可能となる。具体的にこの手法を、無限板中の屈曲き裂、分岐き裂および半無限板のジグザグ縁き裂の解析に適用した。さらに結晶粒界を進展するき裂のシミュレーションにも応用した。この結果、屈曲き裂および分岐き裂において、一つの要素(き裂の一直線部)を一つあるいは二つの分割区間とすればき裂開口変位が滑らかに求められ、実用上十分な精度の解が得られることがわかった。

本研究の一部は著者らの一人(K. Mori)が文部省在外研究員としてピクトリア大学滞在中に行われたものであることを記し感謝の意を表す。

## 文 献

- (1) 西谷, 機誌, 70-580(1967), 627.
  - (2) 西谷, 機論, 41-344(1975), 1103.
  - (3) 石田, 機論, 44-380(1978), 1122.
  - (4) Isida, M. and Nishino, T., *Eng. Fract. Mech.*, 36-5(1990), 697.
  - (5) Isida, M. and Noguchi, H., *Int. J. Fract.*, 54-4(1992), 293.
  - (6) 石田, 機論, 45-392, A(1979), 306.
  - (7) Isida, M., Chen, D. H. and Nisitani, H., *Eng. Fract. Mech.*, 21-5(1985), 983.
  - (8) 石田・野口, 機論, 49-437, A(1983), 36.
  - (9) 西谷・陳, 体積力法, (1987), 17, 培風館.
  - (10) Muskhelishvili, N. I., *Some Basic Problems of The Mathematical Theory of Elasticity*, (1963), 112, P. Noordhoff Ltd.
  - (11) 文献(9)の134ページ.
  - (12) 森口, 二次元弾性論, (1979), 70, 生産技術センター新社.
  - (13) 野田・小田・増田, 機論, 57-542, A(1991), 2332.
  - (14) 野田・梅木・ Erdogan, F., 機論, 55-520, A(1989), 2521.
-