

両側にフィレット部を有する帯板の引張りおよび面内曲げ* (突出部による応力集中)

野田 尚 昭*¹, 金 本 龍 徳*²
西 谷 弘 信*³, 藤 崎 渉*⁴

Stress Concentration of Shoulder Fillets in a Flat Bar under Tension and In-Plane Bending (Effect of Protuberances on the Stress Concentration)

Nao-Aki NODA, Tatsunori KANEMOTO,
Hironobu NISITANI, and Wataru FUJISAKI

This paper deals with the stress concentration analyses of fillets in an infinitely long strip with symmetric rectangular notches or protuberances under tensile load or in-plane bending moment. The stress field induced by a point force in a semi-infinite plate is used as a fundamental solution to solve those problems. The stress concentration factors are systematically calculated under various geometrical conditions. Through the comparison of the present results with the previous research works, it is found that the Peterson's stress concentration charts based on photoelastic tests gives underestimated stress concentration factors by about 10%. The stress concentration factors of a stepped flat bar with fillets are found to be almost determined by the results of shoulder fillets in a semi-infinite plate.

Key Words: Elasticity, Stress Concentration, Body Force Method, Fillet, Tension, In-Plane Bending, Stepped Flat Bar, Test Specimen

1. 緒 言

応力集中は一般にある荷重条件のもとにおかれた切欠き、穴、空かきが原因となって生じることはよく知られている。一方、溶接継手部の疲労破壊が溶接余盛止端部の応力集中が原因となって生じるように、突出部の形状に注意をはらうとともに、それによって生じる応力集中の程度を明らかにすることも重要であると考えられる。これまでの代表的な研究として、野村の等角写象法と実験による一連の研究^{(1)~(5)}や、両側に突出部をもつ帯板についての熊谷・島田⁽⁶⁾⁽⁷⁾(引張り)および Hartman-Leven⁽⁸⁾(面内曲げ)の光弾性実験、両側に台形状の突出部をもつ帯板について Derecho-Munse の差分法による計算⁽⁹⁾などがある。また、溶接継手部の応力集中と余盛形状の関係について、寺崎らの体積力法による解析⁽¹⁰⁾や川畑らの境界要素法による解析⁽¹¹⁾、藤崎らの境界要素間接法による解析⁽¹²⁾が

ある。Peterson⁽¹³⁾や西田⁽¹⁴⁾の応力集中のハンドブックには主として光弾性実験の結果を基に線図が作製されているが、その精度についての詳しい検討や応力集中係数と突出部形状についての系統的な考察は上述の研究以外にはこれまであまりなされていないようである。

本論文では両側にフィレット部を有する帯板の引張りおよび面内曲げによる応力集中問題 [図 1(a), (b)] を体積力法により解析し考察する。図 1(b)の問題は特に強度研究用の試験片形状として重要であり、引張りをうける場合はすでに前報⁽¹⁵⁾で報告しているので、本報ではその面内曲げによる応力集中を議論する。

2. 解 析 方 法

本論文では半無限板の一点に集中力が作用するときの任意の点の応力の式を基本解として用いた。図 1(a)の問題の解析を例として以下にその概略を説明する。図 2 にその考え方を示す。すなわち突出部の直線縁 $x = \pm D/2$ を自由縁とする 2 枚の半無限板を考え $x > 0$ の範囲の境界条件は図 2(b)の半無限板の一点に集中力が作用する場合の応力場の式(閉じた形で与えられる)を用いることによって満足させる。逆に $x < 0$

* 平成元年 11 月 10 日 材料力学講演会において講演、原稿受付 平成元年 6 月 14 日。

¹ 正員、九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町 1-1)。

² 准員、新明和工業(株) (〒663 西宮市小曾根町 1-5-25)。

³ 正員、九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)。

⁴ 正員、福岡県北九州工業試験場 (〒807 北九州市八幡西区則松 3-6-1)。

の範囲の境界条件は図2(c)の半無限板の解を用いることによって満足させる。境界上で満足すべき条件は次のように表される。

- (A) 突出部の直線縁 (板幅の大きい部分):
 $x = \pm D/2$
 $|y| \leq l - \rho$ (段の直接部があるとき)
 $|y| \leq l - \sqrt{2\rho h - h^2}$ (段の直接部がないとき)
 $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$
 - (B) 段の直線部: $d/2 + \rho \leq |x| \leq D/2, |y| = l - \rho$
 $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$
 - (C) 半径 ρ の円弧からなるフィレット部
 $\sigma_n = \tau_{nt} = 0$ (n, t は境界の法線, 接線方向)
 - (D) 帯板の直線部 (板幅の小さい部分):
 $x = \pm d/2$
 $|y| \geq l$
 $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$
-(1)

また, 微小要素 $ds = \sqrt{(d\xi)^2 + (d\eta)^2}$ に作用する体積力の合力の x, y 方向成分を dF_ξ, dF_η とするとき, フィレット部に作用させる体積力は, 打ち消すべき無限遠

における応力場に対応して, 引張りと面内曲げで次のような体積力の密度の定義を採用した⁽¹⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ 引張り} \\ \rho_x = \frac{dF_\xi}{ds}, \quad \rho_y = \frac{dF_\eta}{ds} \\ (2) \text{ 面内曲げ} \\ \rho_x = \frac{dF_\xi}{ds}, \quad \rho_y = \frac{d}{2\xi} \frac{dF_\eta}{ds} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

分布させるべき体積力の密度を境界を分割して各区間で密度一定として, 各区間の midpoint の境界条件より求める。最終的な結果 (分割数無限大の場合) を外そうによって求めることなどはこれまでの報告と同様である。フィレット部に生じる最大応力は板幅の細い部分から $0^\circ \sim 30^\circ$ 程度入った位置に生じるが, その位置は形状によって変化しあらかじめ知ることができない。そこで特にこの範囲を細かい分割にして最大応力 σ_{tmax} を計算し, 応力集中係数 K_t を求めた。境界の分割はフィレット部から離れるにつれて粗い分割にした。

$$K_t = \sigma_{tmax} / \sigma_n \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma_n = 4P/d \text{ (引張り)}, \quad \sigma_n = 6M/d^2 \text{ (面内曲げ)} \dots\dots\dots(4)$$

ここで, P および M は帯板に作用する引張力と曲げモーメントである。

3. 計算結果

3.1 突出部を有する半無限板の引張り [図1(a)で $D \rightarrow \infty$ の場合] 表1は突出部を有する半無限板の引張り問題で, 突出部の形状比 h/ρ を一定にして長さ l を変化させた場合の応力集中係数 K_t の変化を示したものである。この結果を線図にしたものを図3に示す。 $l \rightarrow \infty$ のときは, フィレットを有する半無限板の $K_t^{(15)}$ に一致する。 $h/\rho \geq 1$ のとき, $l \leq 2.5\rho$ で応力集中係数は h/ρ によらずほぼ l のみによって決まる。これは突出部の長さが短いとき突出部の先端付近には応力が作用しないことによるものと考えられる。

3.2 フィレット部を有する段付板の面内曲げ (図1で $l \rightarrow \infty$ の場合) 図4は $h = \rho$ のフィレットを有する段付板の面内曲げ問題で, $2h/D$ を変化させた場合の応力集中係数の変化を示したものである。Frocht⁽¹⁷⁾ の光弾性実験の結果およびそれらをもとに作製された Peterson⁽¹³⁾ の応力集中係数線図からの読取り値を比較のため示した。Frocht および Peterson の結果には, この場合最大 10% 程度の危険側の誤差がある。

表2はフィレット部を有する段付板の面内曲げ問題で, $2h/D$ を変化させた場合の応力集中係数の変化を

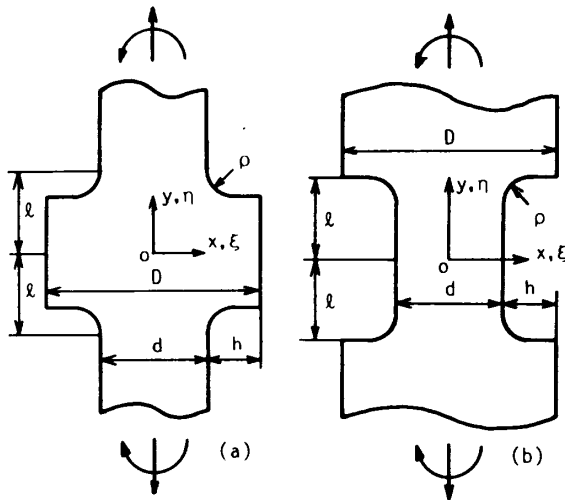


図1 両側にフィレット部を有する帯板の引張りおよび面内曲げ

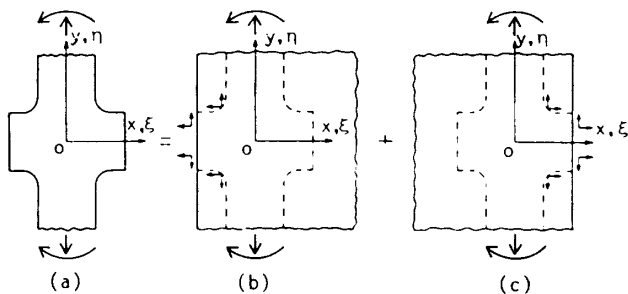


図2 突出部を有する帯板の解析方法

示したものである。図5は結果を縦軸に応力集中係数 K_t 、横軸に $\lambda=2h/D$ をとって整理した図である。また、図6は、表2の応力集中係数の相対値 K_t/K_{t0} [K_{t0} は $\lambda \rightarrow 0$ における K_t] を縦軸にとり、横軸に λ をとって図示したものである。表2および図5からわかるように、本計算結果は $\lambda \rightarrow 0$ に従って同一形状のフィレットを有する半無限板の解 K_{t0} ⁽¹⁵⁾ に、 $\lambda \rightarrow 1$ に従って $K_t = 1$ に無理なく一致している。また、表2および図6を見ると、 K_t/K_{t0} は $h/\rho \geq 0.5$ で $2h/D \leq 0.2$ の範囲で h/ρ によらずほぼ λ のみによって決まることがわかる。

3.3 突出部を有する帯板の引張りおよび面内曲げ [図1(a)]

表3と表4は図1(a)で $l=5\rho$ および

表1 突出部を有する半無限板の応力集中係数

h/ρ	0.5	1	2	4	8
0.0 ($l=\infty$)	1.824	2.164	2.640	3.304	4.23
0.05 ($l=20\rho$)	1.807	2.124	2.533	2.999	3.349
0.1 ($l=10\rho$)	1.789	2.076	2.396	2.622	2.640
0.2 ($l=5\rho$)	1.748	1.963	2.099	2.107	2.112
0.4 ($l=2.5\rho$)	1.649	1.720	1.722	1.725	1.726
0.6 ($l=5/3\rho$)	1.543	1.551	1.552	1.552	1.552
0.8 ($l=1.25\rho$)	1.449	1.449	1.449	1.449	1.449
1.0 ($l=\rho$)	1.381	1.381	1.381	1.381	1.381

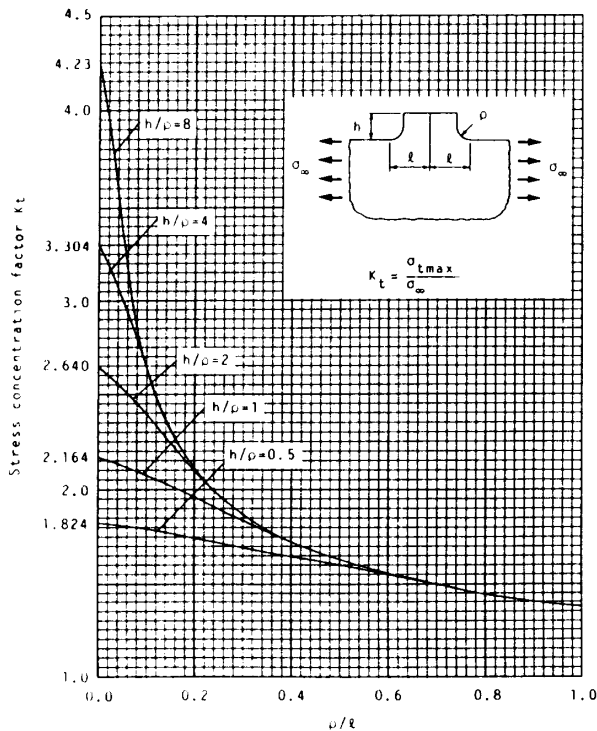
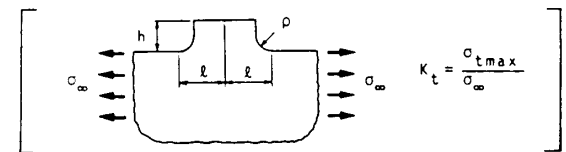


図3 突出部を有する半無限板の応力集中係数

$l=10\rho$ の場合について計算した応力集中係数を $l=\infty$ の場合(文献⁽¹⁴⁾および表2)と比較して示したものである。本計算結果は、 $\lambda \rightarrow 0$ に従って同一形状の突出部を有する半無限板の解 K_t に一致する。また、これらの表で、 $\lambda=0.5$ では $l=5\rho, 10\rho, \infty$ の応力集中係数の値はほとんど一致している。したがって、 $h/\rho \leq 2$ で $\lambda \geq 0.5$ では、 $l \geq 5\rho$ の範囲の応力集中係数は $l=\infty$ と

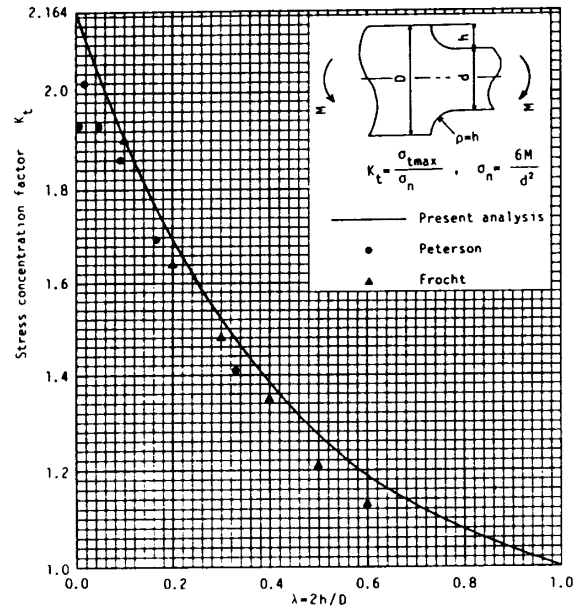


図4 フィレット部を有する段付板の応力集中係数 ($\rho=h$)

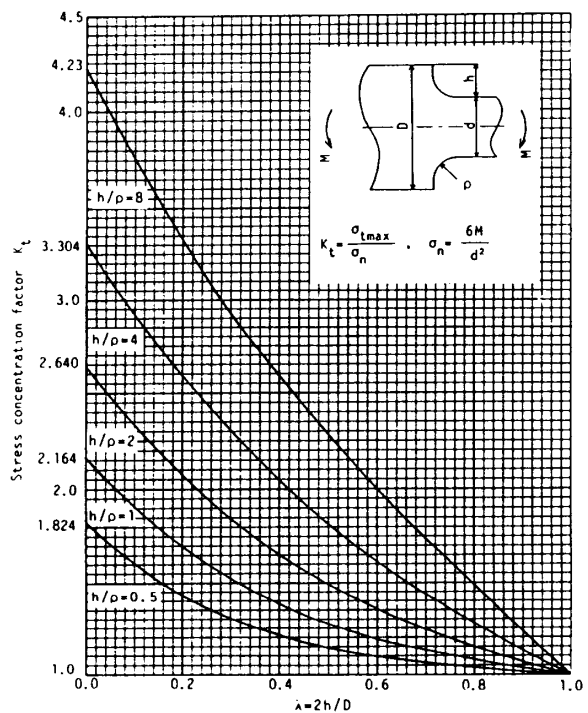


図5 フィレット部を有する段付板の応力集中係数

表 2 フィレット部を有する段付板の応力集中係数

h/ρ λ=2h/D	K _t					K _t /K _t λ→0				
	0.5	1	2	4	8	0.5	1	2	4	8
0.0	1.824	2.164	2.640	3.304	4.23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	1.609	1.910	2.333	2.924	3.75	0.882	0.883	0.884	0.885	0.887
0.2	1.436	1.699	2.072	2.593	3.33	0.787	0.785	0.785	0.785	0.787
0.3	1.306	1.524	1.844	2.302	2.92	0.716	0.704	0.698	0.697	0.690
0.4	1.211	1.382	1.651	2.044	2.60	0.664	0.639	0.625	0.619	0.615
0.5	1.146	1.273	1.489	1.812	2.29	0.628	0.588	0.564	0.548	0.541
0.6	1.099	1.191	1.352	1.612	2.00	0.603	0.550	0.512	0.488	0.473
0.7	1.064	1.127	1.240	1.432	1.74	0.583	0.521	0.470	0.433	0.411
0.8	1.036	1.079	1.147	1.278	1.49	0.568	0.499	0.434	0.387	0.352
0.9	1.011	1.039	1.070	1.133	1.24	0.554	0.480	0.405	0.343	0.293
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.00	0.548	0.462	0.379	0.303	0.236

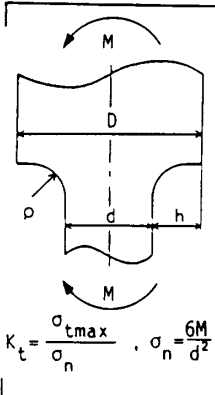


表 3 突出部を有する帯板の応力集中係数 (引張り)

2h/D	h/ρ=0.5			h/ρ=1			h/ρ=2		
	ℓ/ρ=5	ℓ/ρ=10	ℓ/ρ=∞	ℓ/ρ=5	ℓ/ρ=10	ℓ/ρ=∞	ℓ/ρ=5	ℓ/ρ=10	ℓ/ρ=∞
0.0	1.748	1.789	1.824	1.963	2.076	2.164	2.099	2.396	2.640
0.05	1.753	1.778	1.777	1.967	2.081	2.108	2.100	2.402	2.575
0.1	1.734	1.727	1.727	1.974	2.052	2.050	2.105	2.410	2.504
0.2	1.628	1.622	1.621	1.932	1.927	1.927	2.116	2.349	2.356
0.3	1.513	1.511	1.510	1.812	1.796	1.796	2.096	2.199	2.197
0.4	1.397	1.396	1.396	1.667	1.658	1.657	2.009	2.028	2.028
0.5	1.286	1.285	1.286	1.519	1.515	1.514	1.859	1.849	1.849

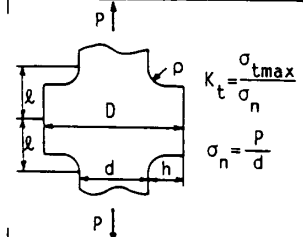


表 4 突出部を有する帯板の応力集中係数 (面内曲げ)

2h/D	h/ρ=0.5			h/ρ=1			h/ρ=2		
	ℓ/ρ=5	ℓ/ρ=10	ℓ/ρ=∞	ℓ/ρ=5	ℓ/ρ=10	ℓ/ρ=∞	ℓ/ρ=5	ℓ/ρ=10	ℓ/ρ=∞
0.0	1.748	1.789	1.824	1.963	2.076	2.164	2.099	2.396	2.640
0.05	1.704	1.710	1.710	1.951	2.019	2.030	2.109	2.386	2.479
0.1	1.608	1.609	1.609	1.889	1.909	1.910	2.099	2.310	2.333
0.2	1.439	1.437	1.436	1.699	1.697	1.699	2.003	2.070	2.072
0.3	1.313	1.306	1.306	1.524	1.522	1.524	1.836	1.842	1.844
0.4	1.215	1.211	1.211	1.391	1.380	1.382	1.651	1.647	1.651
0.5	1.146	1.146	1.146	1.277	1.272	1.273	1.486	1.483	1.489

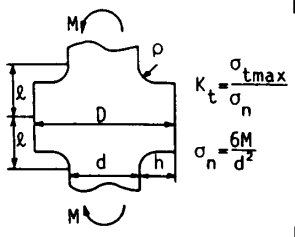
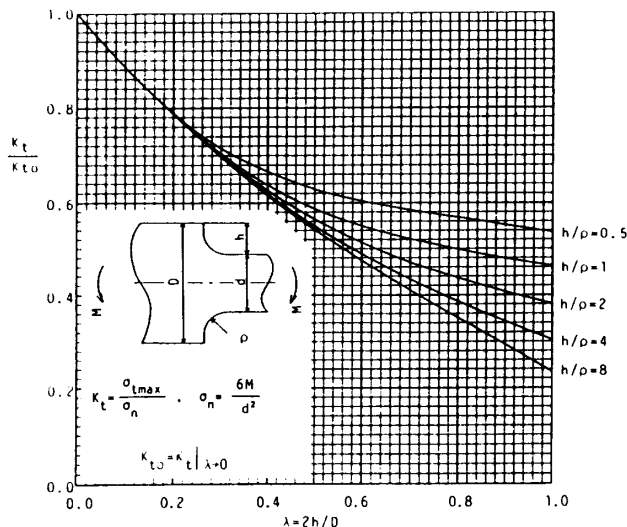
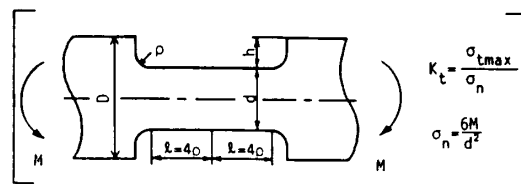



図 6 フィレット部を有する段付板の面内曲げにおける K_t/K_{t0} と λ の関係

表 5 フィレット部を有する平板試験片 (ℓ=4ρ) の面内曲げによる応力集中係数 [() は ℓ=∞ の場合]

h/ρ λ=2h/D	0.5	1	2
0.0	1.879 (1.824)	2.278 (2.164)	2.869 (2.640)
0.1	1.608 (1.609)	1.908 (1.910)	2.348 (2.333)
0.2	1.437 (1.436)	1.698 (1.699)	2.068 (2.072)
0.3	1.306 (1.306)	1.522 (1.524)	1.842 (1.844)
0.4	1.211 (1.211)	1.381 (1.382)	1.648 (1.651)
0.5	1.146 (1.146)	1.272 (1.273)	1.484 (1.489)
0.6	1.099 (1.099)	1.190 (1.191)	1.349 (1.352)
0.7	1.064 (1.064)	1.127 (1.127)	1.238 (1.240)
0.8	1.036 (1.036)	1.079 (1.079)	1.147 (1.147)
0.9	1.011 (1.011)	1.039 (1.039)	1.070 (1.070)
1.0	1.000	1.000	1.000



して評価してよいものと思われる。

3・4 フィレット部を有する平板試験片の面内曲げ [図1(b)] 表5は図1(b)で $l=4\rho$ の場合について計算した応力集中係数を $l=\infty$ の場合(表2)と比較して示したものである。表5よりほとんどの場合において両者はほぼ一致していることがわかる。このことから、一般に用いられている図1(b)に示すような試験片形状($l \geq 4\rho$)において、その面内曲げによる応力集中係数は h/ρ が大きく λ が小さい場合を除き、 $l=\infty$ として評価してよいと考えられる。

4. 結 言

本論文では両側にフィレット部を有する帯板の引張りおよび面内曲げによる応力集中問題 [図1(a), (b)] を体積法により解析し考察した。得られた結果を表と線図にまとめたほか、以下のことが明らかとなった。

(1) フィレット部を有する段付板の面内曲げ問題(図1で $l \rightarrow \infty$ の場合)で、応力集中係数の相対値 K_t/K_{t0} [K_{t0} は $\lambda \rightarrow 0$ における K_t]は、 $h/\rho \geq 0.5$ で $2h/D \leq 0.2$ の範囲で h/ρ によらず、ほぼ λ のみによって決まる(図6)。また、この応力集中係数をPeterson⁽¹³⁾の応力集中係数線図を用いて求める場合、10%程度の危険側の誤差を含む場合がある(図4)。

(2) フィレット部を有する平板試験片の面内曲げ問題 [図1(b), $l \geq 4\rho$] で、その応力集中係数は h/ρ

が大きく λ が小さい場合を除き、 $l=\infty$ として評価してよい(表5)。

(3) 突出部を有する半無限板の引張り問題 [図1(a)で $D \rightarrow \infty$ の場合] で、その応力集中係数は $h/\rho \geq 1, l \leq 2.5\rho$ の範囲で、ほぼ l のみによって決まる(図3)。

文 献

- (1) 野村, 機論, 25-159(1959), 1075.
- (2) 文献(1)の1084ページ.
- (3) 野村, 機論, 27-179(1961), 1018.
- (4) 文献(3)の1025ページ.
- (5) 文献(3)の1036ページ.
- (6) 熊谷・島田, 機論, 34-258(1968), 249.
- (7) 熊谷, 機論, 40-330(1974), 277.
- (8) Hartman, J. B. and Leven, M. M., *Proc. SESA*, (1951), 53.
- (9) Derecho, A. T. and Munse, W. H., *Univ. Illinois Eng. Exp. Eng. Sta. Bulletin*, 494(1968).
- (10) 寺崎・秋山・横島・磯谷・堅田, 溶接学会誌, 51-9(1982), 790.
- (11) 川畑・前田・大蔵, 日本土木学会第8回年次学術講演会講演概要集, (1983), 325.
- (12) 藤崎・田中・野田, 日本材料学会第8回設計における信頼性工学シンポジウム講演前刷集, (1988-12), 49.
- (13) Peterson, R. E., *Stress Concentration Factors*, (1974), 90., John Wiley & Sons.
- (14) 西田, 応力集中, (1973), 648, 森北出版.
- (15) 野田・佐伯・西谷, 機論, 55-509, A(1989), 69.
- (16) 野田・西谷・深迫・原田, 機論, 51-465, A(1985), 1467.
- (17) Frocht, M. M., *Trans. ASME*, 57(1935), A 67.