

はく離の生じた強化繊維における角部の一般化応力拡大係数について†

野田 尚 昭* 長尾 優 樹**
飯間 智 史*** 高瀬 康****

Generalized Stress Intensity Factor at the Corner of Debonded Fiber Ends

by

Nao-Aki NODA*, Yuki NAGAO**, Satoshi IMA*** and Yasushi TAKASE****

This paper deals with intensity of singular stress field at the corner of debonded ends of an elastic cylindrical inclusion in an infinite body under tension. The problem is formulated as a system of singular integral equations, where unknown functions are densities of body forces distributed in infinite bodies having the same elastic constants as those of matrix and inclusion. In the numerical analysis, the unknown function of the body force densities are expressed as a linear combination of two types of fundamental density function and power series, where the fundamental density functions are chosen to express the symmetric stress singularity of the form r^{λ_1-1} and the skew-symmetric stress singularity of the form r^{λ_2-1} . Then, generalized stress intensity factors, which control the singular stress fields at the end of the cylindrical inclusion are discussed with varying the fiber lengths and elastic modulus ratio. The effect of debonding length on the generalized stress intensity factors is also discussed in comparison with the results of a cylindrical cavity. The results are also compared with ones for a rectangular inclusion.

Key words : Composite material, Fracture mechanics, Fiber, Debonding, Body force method, Stress intensity factor, Singular integral equation, Cylindrical inclusions

1 緒 言

一般に繊維強化複合材料においては、母材に作用する応力は、界面を通じて繊維に伝達されなければならない。しかし、母材と繊維の弾性特性が大きく異なるために、繊維端において応力集中が発生し、これが原因となって繊維端での破損や、界面のはく離を招き全体的な破壊へと至ることが多い。このような問題を解析的側面から強度評価を行なうため、陳・西谷は1個の2次元長方形介在物を有する無限板が遠方で一様な引張荷重を受ける問題を体積法によって解析し、その端部角部の特異応力場の強さを考察した^{1), 2)}。また、繊維の形状を3次元として取り扱った研究として、笠野らの有限円柱状剛体介在物の解析³⁾や、長谷川らの半球状の端部をもつ円柱状介在物の解析⁴⁾、著者らの円柱状介在物端部における特異応力場の強さの解析^{5), 6)}がなされている。

しかし、実際の繊維強化複合材料では、繊維端部と繊維側面では表面処理の状態が異なることが予想される。その原因として、次の2つが挙げられる。

(1) 強化繊維は連続的な巻取り工程で表面に界面処理剤が塗布されるが、樹脂に複合する際にはある長さに切断されるため、その切断面は界面処理剤が未塗布の状態となる。

(2) 混練や射出成形過程において、熔融時に作用するせん断力により繊維が破断するため、その破断面は界面処理剤が未塗布の状態となる。

結局、繊維の切断面、破断面には界面処理剤が塗布されていないために容易に Fig. 1 に示すようにはく離が生じる。このような状況下では、はく離が生じた際の角部 A (Fig. 1 (b) 参照) における特異応力場の強さを表す一般化応力拡大係数の解析を行なう必要がある。

そこで本論文では、Fig. 1 に示されるような z 軸方向引張りを受ける無限体中にはく離の生じた円柱状繊維が埋め込まれているモデルを考察する。なお、実際の強化繊維端部に長さ h のずれが生じる場合、Fig. 2 (a) に示すように繊維の側面には、ある範囲ですべりはく離が生じていると考えられるが、本研究ではこれを Fig. 2 (b) に示すように近似的に長さ L の範囲が完全接着状態にあるとしてモデル化する。すなわち、はく離長さ h には強化繊維側面のはく離損傷を含むものと仮定する。本解析では、角部 A に生じる応力特異性に注目しているため、Fig. 2 に示すような近似の影響は小さいと考えられる。また実際の複合材料では多数個の繊維の影響を考慮する必要があるが、ここではまず最も基本的な1本の繊維を考える。そして、繊維端特異応力場に及ぼす繊維のアスペクト比

† 原稿受理 平成 19 年 9 月 20 日 Received Sep. 20, 2007 ©2008 The Society of Materials Science, Japan

* 正 会 員 九州工業大学工学研究院機械知能工学研究系 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

** 九州工業大学大学院工学研究科機能システム創成科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

*** 九州工業大学工学部機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

**** 正 会 員 九州工業大学工学部機械知能工学科 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

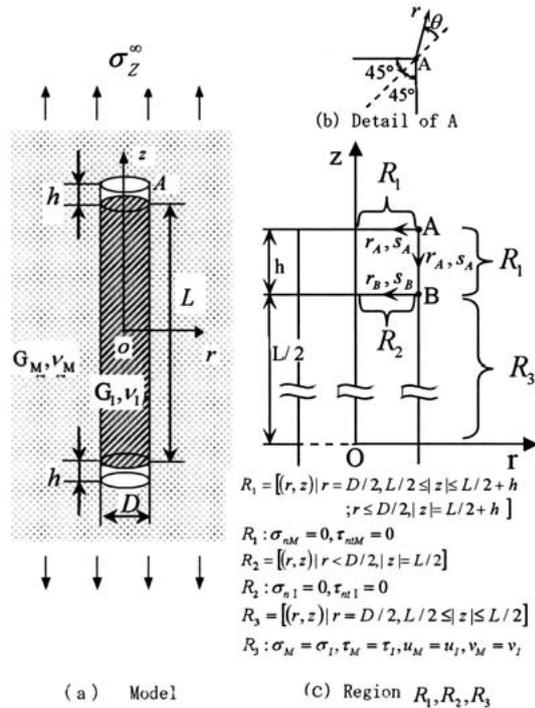


Fig. 1 Cylindrical inclusion in an infinite body.

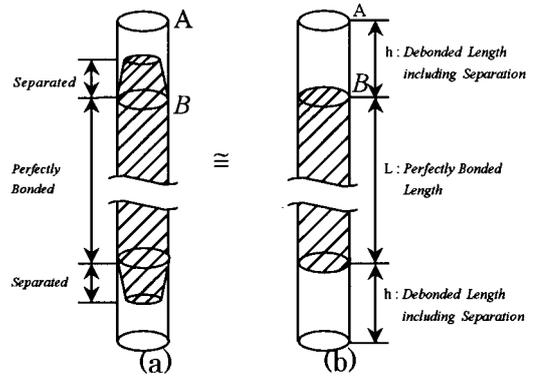
や繊維と母材の介在物の剛性比などの影響について2次元長方形介在物とも比較して検討を行なう。

解析には著書らがこれまでこの種の問題に高精度の結果を与えることを確認している体積力法の特異積分方程式の未知関数を基本密度関数と多項式の積で近似する方法を用いる。

2 解析方法

Fig. 1 に示すようなはく離部分を有する円柱状介在物を含む無限体が遠方で σ_z^∞ を受けた場合の解析方法を述べる。ここでは円柱状介在物ははく離部分の端部近傍の境界条件の満たし方を中心に説明する。ここで母材と介在物のそれぞれの横弾性定数, ポアソン比を G_M, ν_M , および G_I, ν_I とする。また, r_A, s_A は角部 A からの半径方向および軸方向への距離であり, r_B, s_B は角部 B からの半径方向への距離である。この問題は重ね合わせの原理に基づく体積力法の考え方により, 無限体中の1円周上に集中力の輪が作用するときの任意の点の応力場⁷⁾と変位場⁸⁾の解を用いて求めることができる。このとき, 問題は母材と同じ弾性定数をもつ無限体 M ならびに介在物と同じ弾性定数をもつ無限体 I に分布させた体積力密度を未知関数とする特異積分方程式 (1), (2) で表される。ここで式 (1) は, 注目点が Fig. 1 に示す領域 R_1 にある場合であり, 式 (2) は, 注目点が Fig. 1 に示す領域 R_2 にある場合である (領域 R_1, R_2, R_3 の説明は Fig. 1 (c) 参照)。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} F_{nM}(S_A) + \int_{R_1} h_{nn}^{R1M}(r_A, s_A) F_{IM}(r_A) dr_A + \int_{R_1} h_{nn}^{F_{nM}}(r_A, s_A) F_{nM}(r_A) dr_A \\
 & + \int_{R_3} h_{nn}^{R1M}(r_A, s_A) F_{IM}(r_A) dr_A + \int_{R_3} h_{nn}^{F_{nM}}(r_A, s_A) F_{nM}(r_A) dr_A \\
 & = -\sigma_{nM}^\infty(S_A) \\
 & -\frac{1}{2} F_{tM}(S_A) + \int_{R_1} h_{nt}^{R1M}(r_A, s_A) F_{IM}(r_A) dr_A + \int_{R_1} h_{nt}^{F_{tM}}(r_A, s_A) F_{tM}(r_A) dr_A \\
 & + \int_{R_3} h_{nt}^{R1M}(r_A, s_A) F_{IM}(r_A) dr_A + \int_{R_3} h_{nt}^{F_{tM}}(r_A, s_A) F_{tM}(r_A) dr_A \\
 & = -\tau_{nM}^\infty(S_A)
 \end{aligned} \quad (1)$$

Fig. 2 Definition of debonded length h from (a) Real fiber vs. (b) Model.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} F_{nI}(S_B) + \int_{R_2} h_{nn}^{R2I}(r_B, s_B) F_{II}(r_B) dr_B + \int_{R_2} h_{nn}^{F_{nI}}(r_B, s_B) F_{nI}(r_B) dr_B \\
 & + \int_{R_3} h_{nn}^{R2I}(r_A, s_B) F_{II}(r_A) dr_A + \int_{R_3} h_{nn}^{F_{nI}}(r_A, s_B) F_{nI}(r_A) dr_A \\
 & = -\sigma_{nI}^\infty(S_B) \\
 & \frac{1}{2} F_{tI}(S_B) + \int_{R_2} h_{nt}^{R2I}(r_B, s_B) F_{II}(r_B) dr_B + \int_{R_2} h_{nt}^{F_{tI}}(r_B, s_B) F_{tI}(r_B) dr_B \\
 & + \int_{R_3} h_{nt}^{R2I}(r_A, s_B) F_{II}(r_A) dr_A + \int_{R_3} h_{nt}^{F_{tI}}(r_A, s_B) F_{tI}(r_A) dr_A \\
 & = -\tau_{nI}^\infty(S_B)
 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, F_{nM}, F_{tM} ならび F_{nI}, F_{tI} には無限体 M および無限体 I に分布させた法線方向および接線方向の体積力密度である。いま, Fig. 1 の円柱状空かとなるべき領域の境界上の変位と表面力を $(u_M, v_M), (\sigma_{nM}, \tau_{nM})$ とし, 円柱状介在物となるべき領域の境界上の変位と表面力を $(u_I, v_I), (\sigma_{nI}, \tau_{nI})$ とするとき, 式 (1) は母材境界上 R_1 の境界条件式 $(\sigma_{nM} = 0, \tau_{nM} = 0)$, 式 (2) は介在物境界上 R_2 の境界条件 $(\sigma_{nI} = 0, \tau_{nI} = 0)$ に相当する。紙面の都合で省略しているが母材と介在物の接合界面 R_3 上で境界条件 $\sigma_M = \sigma_I, \tau_M = \tau_I, u_M = u_I, v_M = v_I$ も同時に考慮する。なお式 (1), (2) 右辺の $\sigma_{nM}^\infty(s)$ 等は無限体 M の円柱状空かおよび無限体 I の円柱状介在物となるべき仮想境界上に生じる遠方荷重による応力である。また $h_{nn}^{R1M}(r_A, s_A)$ 等の h_{ij}^k は無限体 M の円柱状空か仮想境界上の点 r_A に n 方向または t 方向の単位大きさの集中力が作用するとき, 円柱状空かとなる仮想境界上の任意の選点 s_A に生じる応力および変位である。

以下では, 角部 A 近傍の離散化数値解析を中心に説明する。未知関数である $F_{nM}, F_{tM}, F_{nI}, F_{tI}$ 等を基本密度関数 $r_A^{\lambda_1-1}, r_A^{\lambda_2-1}$ 等と重み関数 $W_{nI}^I(r_A)$ 等で近似する。 $r_A^{\lambda_1-1}, r_A^{\lambda_2-1}$ は円柱状空かにおける端部 A での特異応力場を表現するための基本密度関数であり, λ_1, λ_2 は幾何条件と材料条件より得られる特性方程式の根¹⁾である。本問題では, $\lambda_1 = 0.5445, \lambda_2 = 0.9085$ である。また, 添字 I, II は, 角部 A の二等分線 (Fig. 3 参照) に対して対称形および逆対称形の体積力を作用させることを意味する。このような混合モードの応力場を表現するため, 端部での上下の仮想境界上に分布させるべき法線方向 (n 方向) と接線方向 (t 方向) の体積力に対し端部角部の二等分線に対して, 対称形 (モード I) と逆対称形 (モード II) の二種類の分布形式を採用する [Fig. 3 (a) および (b)].

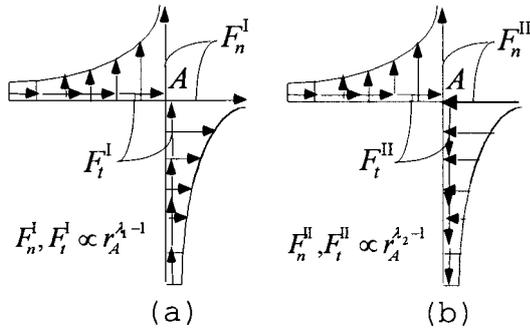


Fig. 3 Symmetric (a) and skew-symmetric (b) distributions of body forces ($F_n^I, F_t^I \propto r_A^{\lambda_1-1}, F_n^{II}, F_t^{II} \propto r_A^{\lambda_2-1}, r_A$: distance from corner A).

$$\begin{aligned}
 F_{iM}(r_A) &= F_{iM}^I(r_A) + F_{iM}^{II}(r_A) = W_{iM}^I(r_A)r_A^{\lambda_1-1} + W_{iM}^{II}(r_A)r_A^{\lambda_2-1} \\
 F_{nM}(r_A) &= F_{nM}^I(r_A) + F_{nM}^{II}(r_A) = W_{nM}^I(r_A)r_A^{\lambda_1-1} + W_{nM}^{II}(r_A)r_A^{\lambda_2-1} \\
 F_{iI}(r_A) &= F_{iI}^I(r_A) + F_{iI}^{II}(r_A) = W_{iI}^I(r_A)r_A^{\lambda_1-1} + W_{iI}^{II}(r_A)r_A^{\lambda_2-1} \\
 F_{nI}(r_A) &= F_{nI}^I(r_A) + F_{nI}^{II}(r_A) = W_{nI}^I(r_A)r_A^{\lambda_1-1} + W_{nI}^{II}(r_A)r_A^{\lambda_2-1}
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 W_{iM}^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M a_n r_A^{n-1}, & W_{nM}^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M b_n r_A^{n-1} \\
 W_{iM}^{II}(r_A) &= \sum_{n=1}^M c_n r_A^{n-1}, & W_{nM}^{II}(r_A) &= \sum_{n=1}^M d_n r_A^{n-1} \\
 W_{iI}^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M e_n r_A^{n-1}, & W_{nI}^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M f_n r_A^{n-1} \\
 W_{iI}^{II}(r_A) &= \sum_{n=1}^M g_n r_A^{n-1}, & W_{nI}^{II}(r_A) &= \sum_{n=1}^M h_n r_A^{n-1}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Fig. 1 (c)で介在物端部となる仮想境界 $z = L/2$ には体積力 F_n^I, F_n^{II} として z 方向の集中力の輪^{7), 8)}を連続的に

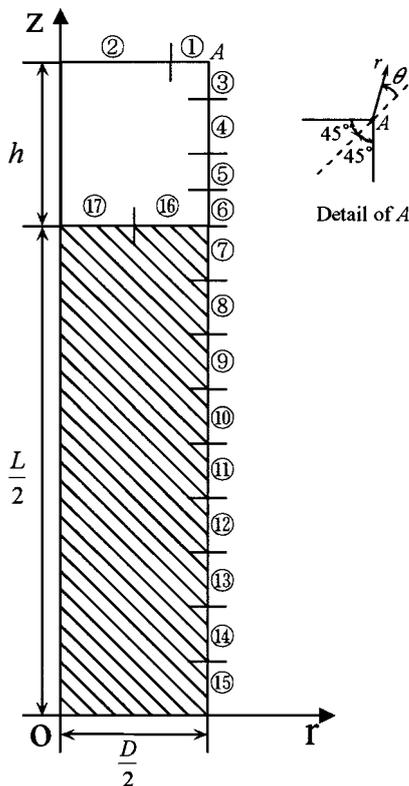


Fig. 4 Boundary division.

分布させる。また介在物側面と成るべき仮想境界 $r = D/2$ には F_n^I, F_n^{II} として半径方向の集中力の輪^{7), 8)}を連続的に作用させる。体積力 F_t^I, F_t^{II} についてはそれぞれ F_n^I, F_n^{II} となる異なる向きの集中力の輪を使用する。

式 (3)に含まれる基本密度関数 $r_A^{\lambda_1-1}, r_A^{\lambda_2-1}$ は端部先端近傍についてのみ体積力密度の分布を精度よく表現するため、円柱状介在物となる境界の端部と側面ならびにはく離部分を、Fig. 4 に示すような基本区間に分け、各基本区間について体積力密度を式 (4)のような級数で表現する。⁵⁾端部 A 近傍以外の境界条件を満足させる方法も、上述した方法とほぼ同様であるが、体積力の分布を対称形と逆対称形の種類に分ける必要のない点が異なる。以上のような離散化手法により、境界上に適当に選んだ点での境界条件より式 (4)の係数 $a_n \sim h_n$ 等を決定すれば、特異積分方程式 (1), (2)等の解が得られる。そして、介在物の端部に関して定義された一般化応力拡大係数 $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ は端部先端での重み関数の値 $W_t^I(0), W_n^I(0), W_t^{II}(0), W_n^{II}(0)$ から求められる。

3 解析結果および考察

Fig. 1 に示す無限体中にはく離の生じた円柱状介在物を有する問題において、アスペクト比 L/D 、介在物の剛性比 G_I/G_M 、はく離部の長さ h/D を系統的に変えて角部 A の一般化応力拡大係数 $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ の解析を行った。これら $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ を用いれば Fig. 1 (b) に示す角部 A の二等分線上の応力 $\sigma_{r|\theta=0}, \tau_{r\theta|\theta=0}$ は以下のように表される。⁹⁾

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta|\theta=0} &= \frac{\lambda_1 K_{I,\lambda_1}}{\sqrt{2\pi}r^{1-\lambda_1}} \{(\lambda_1 + 1) \sin[\lambda_1(\pi - \gamma)] \\
 &\quad - \lambda_1 \sin[\lambda_1(\pi - \gamma) + \gamma] + \sin(\lambda_1\pi)\}, \quad \lambda_1 = 0.5445, \gamma = \pi/2 \\
 \tau_{r\theta|\theta=0} &= \frac{-\lambda_2 K_{II,\lambda_2}}{\sqrt{2\pi}r^{1-\lambda_2}} \{(\lambda_2 + 1) \sin[\lambda_2(\pi - \gamma)] \\
 &\quad - \lambda_2 \sin[\lambda_2(\pi - \gamma) + \gamma] + \sin(\lambda_2\pi)\}, \quad \lambda_2 = 0.9085, \gamma = \pi/2
 \end{aligned} \tag{5}$$

まず本法の解析精度について検討を行う。はく離端部の一般化応力拡大係数は、 K_{I,λ_1} については $W_{nM}^I(0), W_{iM}^I(0)$ より、 K_{II,λ_2} については $W_{nM}^{II}(0), W_{iM}^{II}(0)$ からそれぞれ求められる。t 方向と n 方向の重みより求められる $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ の値は、数値解析の誤差を除けば3けた程度一致するので、ここでは平均値を示した。例として Fig. 1 において $\nu_I = \nu_M = 0.3$ の条件下で、 $L/D = 30, G_I/G_M = 60$ の場合と、 $L/D = 30, G_I/G_M = 10^{-5}$ の場合において、はく離端部 A について式 (6)で定義される $F_{I,\lambda_1}, F_{II,\lambda_2}$ の収束状況を Table 1, 2 に示す。

$$\begin{aligned}
 F_{I,\lambda_1} &= K_{I,\lambda_1} / \sigma_z^\infty \sqrt{\pi} (D/2)^{1-\lambda_1}, \quad \lambda_1 = 0.5445 \\
 F_{II,\lambda_2} &= K_{II,\lambda_2} / \sigma_z^\infty \sqrt{\pi} (D/2)^{1-\lambda_2}, \quad \lambda_2 = 0.9085
 \end{aligned} \tag{6}$$

Table 1, 2 は、境界を Fig. 3 に示すような17個のユニットに分割した際の各ユニットの選点数 M を変化させて示しており、良好な収束性を示している。また Table 1, 2 に示す以外の形状、剛性比でも検討した結果、本解析法では $M = 5$ 程度で t 方向と n 方向の重みより、得られた $K_{I,\lambda_1}, K_{II,\lambda_2}$ の値が有効数字3けたまで一致しており、良好な収束性が確認された。以下では、このようにして得

Table 1 Convergence of F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} at the corner A
($\nu_I = \nu_M = 0.3$, $L/D = 30$, $G_I/G_M = 60$).

M	h/D=1		h/D=5	
	F_{I,λ_1}	F_{II,λ_2}	F_{I,λ_1}	F_{II,λ_2}
4	0.3812	1.6218	0.3783	1.6045
5	0.3814	1.6241	0.3788	1.6075
6	0.3816	1.6257	0.3789	1.6088

Table 2 Convergence of F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} at the corner A
($\nu_I = \nu_M = 0.3$, $L/D = 30$, $G_I/G_M = 10^{-5}$).

M	h/D=1		h/D=5	
	F_{I,λ_1}	F_{II,λ_2}	F_{I,λ_1}	F_{II,λ_2}
4	0.3785	1.6050	0.3785	1.6062
5	0.3787	1.6069	0.3790	1.6083
6	0.3788	1.6068	0.3789	1.6087

Table 3 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for debonded cylindrical inclusion at the corner A ($\nu_I = \nu_M = 0.3$, $L/D = 10$).

(a)		(b)															
h/D	G_I/G_M	F_{I,λ_1}							h/D	G_I/G_M	F_{II,λ_2}						
	10^{-5}	10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5	10^{-5}		10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5		
0.50	0.379	0.379	0.384	0.386	0.388	0.388	0.389	0.50	1.608	1.608	1.631	1.650	1.660	1.662	1.664		
0.75	0.379	0.379	0.381	0.383	0.384	0.384	0.384	0.75	1.608	1.608	1.620	1.630	1.637	1.637	1.639		
1.00	0.379	0.379	0.380	0.381	0.382	0.382	0.382	1.00	1.608	1.608	1.615	1.621	1.626	1.626	1.627		
1.50	0.379	0.379	0.379	0.380	0.380	0.380	0.380	1.50	1.608	1.608	1.611	1.614	1.616	1.616	1.617		
2.00	0.379	0.379	0.379	0.379	0.380	0.380	0.380	2.00	1.608	1.608	1.609	1.611	1.612	1.612	1.613		
5.00	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	5.00	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608		

Table 4 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for debonded cylindrical inclusion at the corner A ($\nu_I = \nu_M = 0.3$, $L/D = 30$).

(a)		(b)															
h/D	G_I/G_M	F_{I,λ_1}							h/D	G_I/G_M	F_{II,λ_2}						
	10^{-5}	10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5	10^{-5}		10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5		
0.50	0.379	0.379	0.383	0.385	0.387	0.387	0.384	0.50	1.608	1.608	1.627	1.642	1.654	1.665	1.662		
0.75	0.379	0.379	0.381	0.382	0.383	0.383	0.384	0.75	1.608	1.608	1.619	1.628	1.635	1.637	1.639		
1.00	0.379	0.379	0.380	0.380	0.381	0.382	0.382	1.00	1.608	1.608	1.615	1.620	1.625	1.626	1.627		
1.50	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.380	0.380	1.50	1.608	1.608	1.611	1.614	1.615	1.616	1.617		
2.00	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.380	2.00	1.608	1.608	1.609	1.611	1.613	1.613	1.613		
5.00	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	5.00	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608		

Table 5 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for debonded cylindrical inclusion at the corner A ($\nu_I = \nu_M = 0.3$, $L/D = 100$).

(a)		(b)															
h/D	G_I/G_M	F_{I,λ_1}							h/D	G_I/G_M	F_{II,λ_2}						
	10^{-5}	10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5	10^{-5}		10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5		
0.50	0.379	0.379	0.383	0.386	0.388	0.388	0.389	0.50	1.608	1.608	1.631	1.650	1.662	1.664	1.668		
0.75	0.379	0.379	0.380	0.381	0.382	0.383	0.383	0.75	1.608	1.608	1.614	1.623	1.630	1.631	1.634		
1.00	0.379	0.379	0.379	0.380	0.381	0.381	0.381	1.00	1.608	1.608	1.612	1.618	1.622	1.623	1.625		
1.50	0.379	0.379	0.379	0.379	0.380	0.380	0.380	1.50	1.608	1.608	1.610	1.613	1.615	1.616	1.617		
2.00	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.380	2.00	1.608	1.608	1.608	1.610	1.612	1.613	1.613		
5.00	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	0.379	5.00	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608	1.608		

られたはく離の生じた円柱状介在物端部の一般化応力拡大係数を, 介在物の剛性比とアスペクト比, はく離部の長さを系統的に変化させて正確に計算した。

Table 3, 4, 5 は, アスペクト比を $L/D = 10, 30, 100$ とし, はく離長さ $h/D = 0.50 \sim 4.00$, 剛性比 $G_I/G_M =$

$10^{-5} \sim 10^5$ と変化させたときの一般化応力拡大係数の値を示したものである。これらの表に示すように介在物のアスペクト比の影響は極小さい。 $L/D = 30$ のとき, はく離長さ h/D と無次元化応力拡大係数 F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} の関係を Fig. 5 に示す。 F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} の値は, はく離長さ h/D

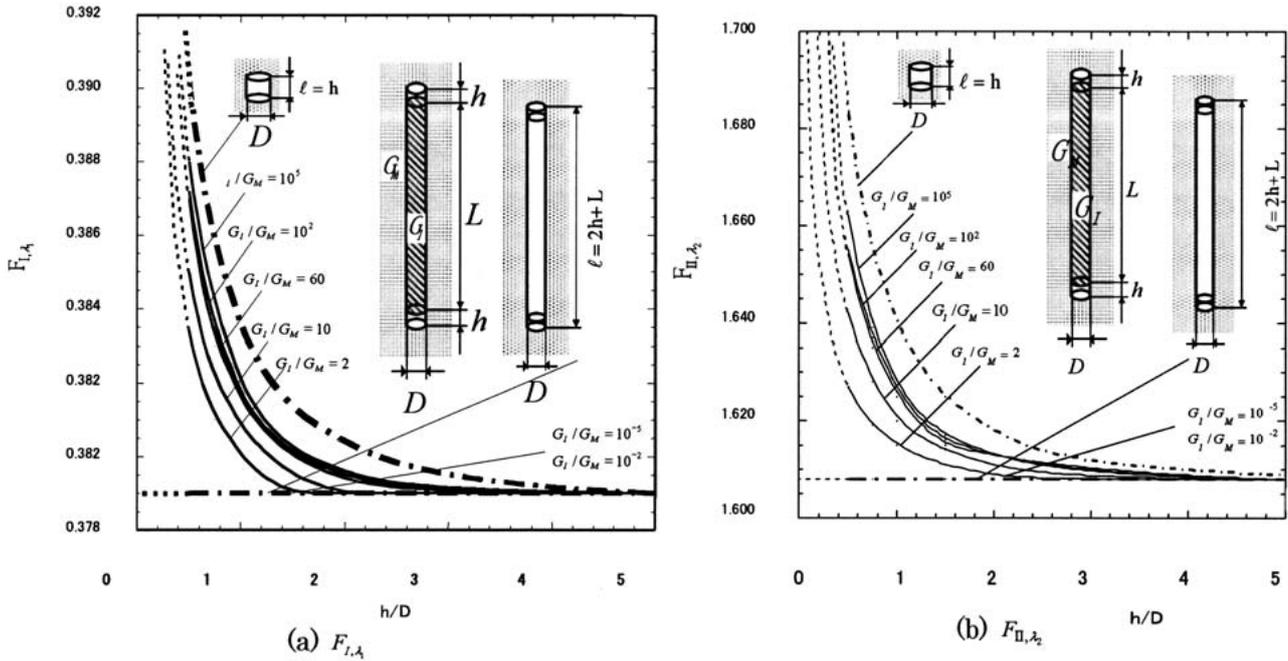


Fig. 5 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} at the corner of a debonded cylindrical inclusion ($\nu_I = \nu_M = 0.3, L/D = 30, G_I/G_M = 60$).

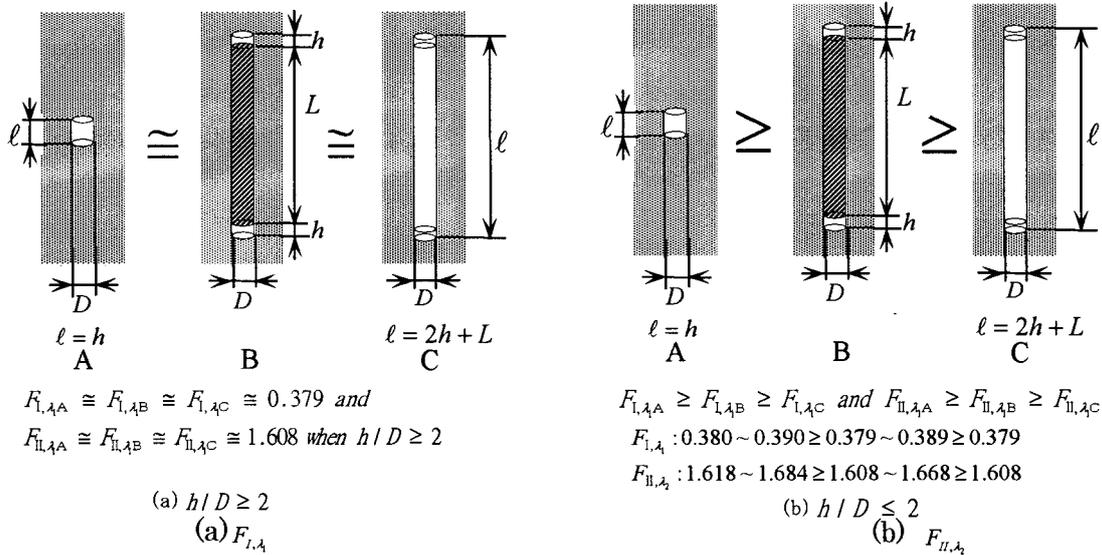


Fig. 6 Generalized stress intensity factors for debonded fiber ends.

が小さくなるにつれて増加する。また、その値は剛性比が大きいにほど大きい。なお、はく離長さ h/D が増加すると、 F_{I,λ_1} 、 F_{II,λ_2} は剛性比の値に関わらず、一定の値に収束する。また、はく離部と同じ長さの円柱状空かと比較すると、常に小さい値を示す。

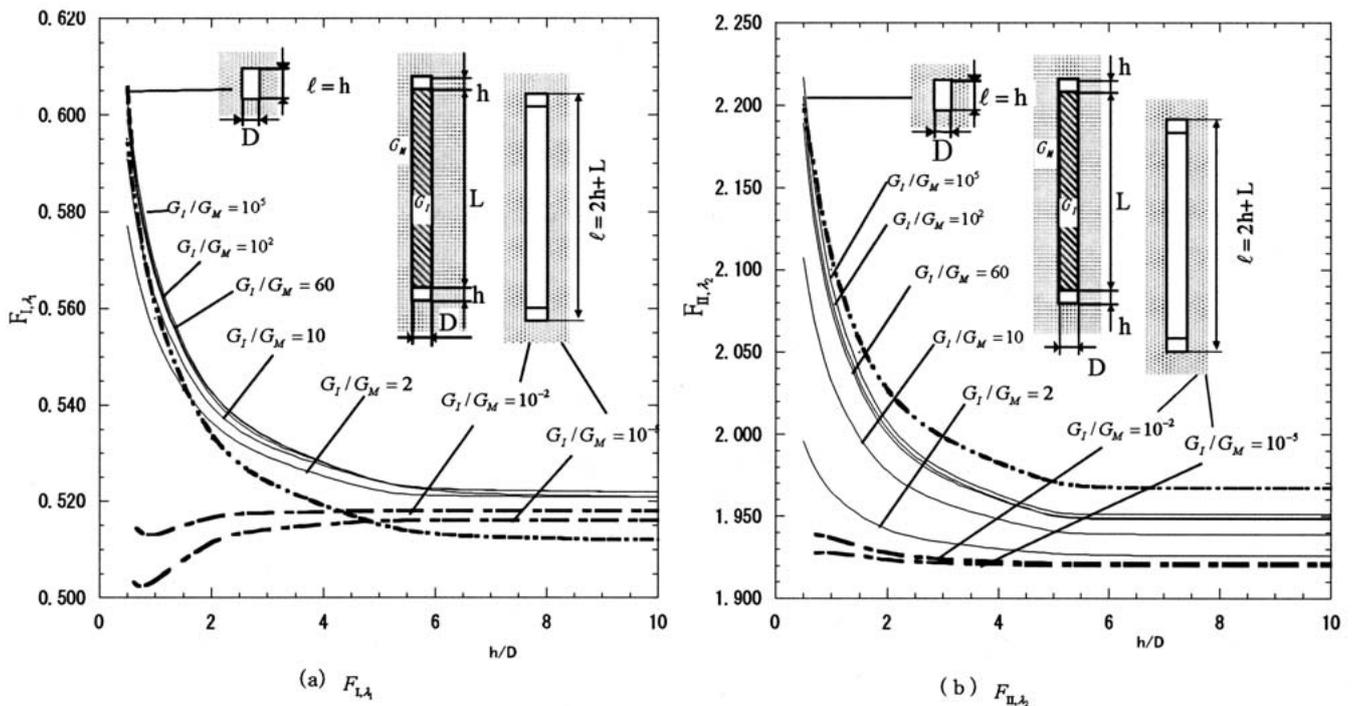
以上をまとめると、Fig. 6 (a)に示すようにはく離長さが十分長いとき ($h/D \geq 2$)、はく離の生じた円柱状介在物端部の無次元化応力拡大係数は、繊維の剛性比 G_I/G_M に関わらず、ほぼ一定の値となる (Fig. 5)。この値は長さ h および長さ $(2h+L)$ の円柱状空かの結果に等しい (ここで、 L は繊維長さ、 h ははく離長さ)。一方、Fig. 6 (b)に示すようにはく離長さが短いとき ($h/D \leq 2$)、はく離の生じた円柱状介在物端部の無次元化応力拡大係数は、繊維

の剛性比 G_I/G_M に依存して大きくなる (Fig. 5)。その値は長さ h の円柱状空かの結果より小さく、長さ $(2h+L)$ の円柱状空かの結果より大きい (Fig. 6 (b)参照)。

参考のため、長方形介在物端部にはく離が生じたモデルの結果 (平面ひずみ) を Table 6 と Fig. 7 に示す。これらは長方形介在物の長さ $L/D = 30$ のときの、円柱状介在物と同様に定義される無次元化応力拡大係数 F_{I,λ_1} 、 F_{II,λ_2} の値である。はく離長さが十分長いとき F_{I,λ_1} 、 F_{II,λ_2} はほぼ一定になり、繊維の剛性比 G_I/G_M の影響は小さくなる。一方、長方形介在物のはく離が短いとき $h/D \leq 5$ の F_{I,λ_1} 、 F_{II,λ_2} に注目すると、円柱状介在物と円柱状空かの間にみられる関係 (Fig. 6 (b), (c)) は F_{II,λ_2} に関してはほぼ成立しているものの、 F_{I,λ_1} に関しては成立していない。

Table 6 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} for debonded rectangular inclusion at the corner A (plane strain $\nu_I = \nu_M = 0.3, L/D = 30$).

(a)		(b)												
h/D	G_I/G_M	F_{I,λ_1}						F_{II,λ_2}						
		10^{-5}	10^{-2}	2	10	60	10^2	10^5	10^{-5}	10^{-2}	2	10	60	10^2
0.50	0.506	0.517	0.577	0.591	0.599	0.603	0.603	1.938	1.924	1.996	2.107	2.189	2.205	2.217
0.75	0.501	0.513	0.563	0.572	0.578	0.578	0.581	1.939	1.928	1.976	2.059	2.111	2.117	2.135
1.00	0.503	0.512	0.553	0.560	0.564	0.565	0.566	1.937	1.928	1.962	2.026	2.067	2.072	2.080
1.50	0.508	0.515	0.542	0.547	0.550	0.550	0.551	1.931	1.926	1.949	1.994	2.023	2.026	2.032
2.00	0.512	0.517	0.536	0.539	0.541	0.542	0.542	1.927	1.923	1.941	1.976	1.998	2.001	2.005
5.00	0.516	0.518	0.522	0.524	0.524	0.524	0.524	1.921	1.920	1.927	1.940	1.949	1.949	1.951
10.0	0.516	0.518	0.516	0.522	0.521	0.522	0.522	1.921	1.920	1.926	1.939	1.948	1.949	1.951

Fig. 7 F_{I,λ_1} and F_{II,λ_2} at the corner of a debonded rectangular inclusion (plane strain, $\nu_I = \nu_M = 0.3, L/D = 30, G_I/G_M = 60$).

なお, Fig. 5 や Fig. 7 ではく離長さが短い場合に角部 A で F_{I,λ_1} , F_{II,λ_2} が増加する理由として角部 A での特異応力場とはく離が生じる部分 B (Fig. 2 参照) の特異応力場の干渉が考えられる. 一般に, 干渉効果は 3 次元問題より 2 次元問題が大きいので, Fig. 7 では, はく離長さが短い場合の影響が顕著に表れている.

4 結 言

本研究では体積法の特異積分方程式を利用して無限体中に存在する, はく離の生じた円柱状介在物の応力拡大係数 K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} を, 介在物の剛性率 G_I/G_M , アスペクト比 L/D , はく離長さ h/D を変化させて厳密に解析した.

得られた結果を図表にまとめたほか以下のような結論が得られた.

(1) はく離長さが十分長いとき ($h/D \geq 2$), はく離の生じた円柱状介在物端部の無次元化応力拡大係数は, 織

維の剛性比に関わらず, ほぼ一定の値となる (Fig. 5). この値は, 長さ h および長さ $(2h + L)$ の円柱状空かの結果に等しい.

(2) はく離長さが短いとき ($h/D \leq 2$), はく離の生じた円柱状介在物端部の無次元化応力拡大係数は, はく離長さ h/D が小さくなるにつれて増加する. また, その値は繊維の剛性比 G_I/G_M に依存して大きくなる (Fig. 5). その値は長さ h の円柱状空かの結果より小さく, 長さ $(2h + L)$ の円柱状空かの結果より大きい (Fig. 6 (b) 参照).

(3) はく離の生じた強化繊維の無次元化応力拡大係数はく離長さ h/D と剛性比 G_I/G_M によって決まり, 強化繊維の長さ L/D には依存しない.

本研究のまとめには大学院生の山口恭輔君の助力を得た. また出光興産安藤誠人氏には種々の御助言を賜わった. 記して謝意を表す.

参 考 文 献

- 1) D.-H. Chen and H. Nisitani, "Analysis of Intensity of Singular Stress Field at Fiber End (1st Report, Method of Analysis)", Transaction of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol.58, No.554, pp.1834-1838 (1992).
- 2) D.-H. Chen and H. Nisitani, "Analysis of Intensity of Singular Stress Field at Fiber End (2nd Report, Results of Calculation)", Transaction of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol.58, No.555, pp.2153-2158 (1992).
- 3) H. Kasano, H. Matsumoto and I. Nakahara, "Tension of Infinite Body Including Limited, Columnar Solid Body Lying Thing", Transaction of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol.47, No.413, pp.16-26 (1981).
- 4) H. Hasegawa and K. Yoshiie, "Tension of Elastic Solid with Elastic Circular-Cylindrical Inclusion", Transaction of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol.60, No.575, pp.1585-1590 (1994).
- 5) N.-A. Noda, T. Genkai and Q. Wang, "Intensity of Singular Stress Fields at the End of a Cylindrical Inclusion", Transaction of ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.70, No.4, pp.487-495 (2003).
- 6) N.-A. Noda and Y. Takase, "Intensity of Singular Stress Fields at the Fiber End in a Hexagonal Array of Fibers", International Journal of Solids and Structures, Vol.42, No.16-17, pp.4890-4908 (2005).
- 7) N.-A. Noda, N. Ogasawara and T. Matsuo, "Interaction Effect between Ellipsoidal Cavities in an Infinite Body under Uniaxial Tension", Transaction of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol.62, No.596, pp.1051-1058 (1996).
- 8) N.-A. Noda and Y. Moriyama, "Stress Concentration of an Ellipsoidal Inclusion of Revolution in a Semi-infinite Body under Biaxial Tension", Archive of Applied Mechanics, Vol.74, pp.29-44 (2004).
- 9) D.-H. Chen and H. Nisitani, "Stress Intensity Factors K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} of a Strip with a V-Shaped Single Notch under Tension or In-Plane Bending", Transaction of the Japan Society Mechanical Engineers, Vol.59, No.560, pp.1069-1074 (1993).