

比例法による界面き裂の応力拡大係数解析*

小田和広*¹, 神杉一吉*², 野田尚昭*³Analysis of Stress Intensity Factor for Interface
Cracks Based on Proportional MethodKazuhiro ODA*⁴, Kazuyoshi KAMISUGI and Nao-Aki NODA^{*4} Department of Mechanical and Electrical Engineering, Tokuyama College of Technology,
Gakuendai, Shunan-shi, Yamaguchi, 745-8585 Japan

In this study, a simple method to determine the complex stress intensity factor of interface crack problem in dissimilar materials is proposed by using the proportional method. This method is based on the fact that the singular stress field near the crack tip is proportional to $r^{-0.5}$ and is controlled by the stress values at the crack tip node calculated by the finite element method. In the present method, the stress intensity factors of interface crack in dissimilar materials are evaluated from the ratio of crack-tip-stress values between a given and a reference problems. A single interface crack in an infinite bi-material plate subjected to tension and shear loads is selected as the reference problem in this study. The accuracy of the present analysis is verified by the comparing the present results with the results obtained by other researches. The calculation shows that the present method gives easily the accurate numerical results for the interface crack problems in dissimilar materials.

Key Words: Stress Intensity Factor, Interface Crack, Proportional Method, Finite Element Method, Body Force Method

1. 緒言

有限要素法(FEM)は汎用性に優れていることから、工学的諸問題に広く適用されている。しかしながら、き裂材の応力拡大係数を求める場合など、応力場に特異性を生じる場合では特別な工夫が必要である。村上は、有限要素法により得られるき裂先端近傍の応力値から簡便に応力拡大係数を算定する手法を提案した⁽¹⁾。また、木須らは、境界要素法により得られるき裂先端近傍の応力あるいは変位の値から比例的に応力拡大係数を決定する手法を考案しており、比例法と呼ばれている⁽²⁾⁽³⁾。

最近、西谷ら⁽⁴⁾によってFEMより得られるき裂先端(第ゼロ節点)の応力値が、き裂先端近傍の応力場を代表することに着目し、簡便に応力拡大係数を求める方法が考案された。注目する節点は異なるが、ある1点の応力や変位を用いて比例的に応力拡大係数を算出する意味では、西谷の手法も木須らの比例法と同様の

手法と理解することができる。しかしながら、界面き裂に関しては振動特異性のため適用が困難であり、 K_1 、 K_2 それぞれの基準問題との比を求め、それを外挿する手法が提案されている⁽⁵⁾。

本研究は、有限要素解析により得られるき裂先端における応力値を用いて、基準解との比をとることにより界面き裂の応力拡大係数 K_1 、 K_2 を簡便、高精度に決定する手法について検討したものである。提案する手法は、き裂先端節点の値を利用する点から言えば西谷らの第ゼロ節点法⁽⁴⁾の拡張であるが、研究の当初⁽⁶⁾は界面き裂の振動特異性の影響から、先端から少し離れた節点応力値の利用を考えていたため、本論文では比例法⁽²⁾⁽³⁾という呼び方を使用している。

2. 比例法による界面き裂問題の解析

2・1 比例法の原理 比例法は、き裂先端近傍の応力ないし変位の解をそのまま利用し、基準解との比をとることにより応力拡大係数を決定する手法である。例えば、モードIのき裂先端近傍($\theta=0$)では、

$$\sigma_y = K_I / \sqrt{2\pi r} \quad (1)$$

のように表されるので、 r = 一定とすると、

* 原稿受付 2008年11月27日。

^{*1} 正員、徳山工業高等専門学校(☎745-8585 周南市学園台)。^{*2} 九州工業大学大学院生命体工学研究科[現:住友スリーエム(株)(☎229-1185 相模原市南橋本3-8-8)]。^{*3} 正員、九州工業大学工学研究院(☎804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

E-mail: oda@tokuyama.ac.jp

$$K_I/\sigma_y = \text{const.} \quad (2)$$

が成立する。したがって、き裂先端からの距離 r が等しい位置では、2つの異なる問題AとBについて次式が成り立つ。

$$[K_I^*/\sigma_y^*]_A = [K_I/\sigma_y]_B \quad (3)$$

ここで、左辺は応力拡大係数の正解値が分かっている基準問題Aの値であり (* 印)，右辺は応力拡大係数の未知な問題Bの値である。すなわち、基準値としてあらかじめK値の分かっている問題の解析によりこの比を求めておけば、同様の要素分割を用いることで、この比から未知の問題のK値を求めることができる。この方法は、外挿することなく、き裂先端付近の応力値を用いて、一意に応力拡大係数が定まる点が特長である。

異種接合材の界面き裂先端の応力場は、均質材中のき裂のそれとは異なり、振動応力特異性を有する。

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{2a} \right)^{i\varepsilon} \quad (4)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{K_1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right) / \left(\frac{K_2}{G_2} + \frac{1}{G_1} \right) \right] \quad (5)$$

$$K_m = \begin{cases} \frac{3-\nu_m}{1+\nu_m} (\text{plane stress}) \\ 3-4\nu_m (\text{plane strain}) \end{cases} \quad (m=1,2) \quad (6)$$

ここで K_1+iK_2 は、界面き裂の複素応力拡大係数であり、 ε は材料の組み合わせを表すバイマテリアル定数、 r はき裂先端からの距離である。式(4)より分かるように、界面の応力成分と応力拡大係数は均質材中のき裂と異なり完全にモード分離することができないため、比例法を適用するためには特別な工夫が必要である。

2・2 界面き裂問題への適用方法 前項で説明した均質材のき裂問題に対する比例法は、どのような境界条件のき裂問題においても、き裂先端の応力場が $r^{-0.5}$ に比例することに基礎をおいている。すなわち、未知の問題と基準問題でき裂先端近傍の応力分布は常に相似である。界面き裂の問題でも、2つの問題で界面き裂先端付近の応力分布が相似である事が保証できれば、比例法を適用することができる。

界面き裂問題の応力拡大係数の決定法として、応力外挿法がよく用いられる。応力外挿法は K_1 、 K_2 を別々

に求めるか、あるいは $\sqrt{K_1^2 + K_2^2}$ と K_2/K_1 として求めるかにより分離法、複合法とに分けられる⁽⁷⁾。

複合法では、

$$K_i = \sqrt{K_1^2 + K_2^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r (\sigma_y^2 + \tau_{xy}^2)} \quad (7)$$

$$K_2/K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\tau_{xy}/\sigma_y - \tan Q}{1 + \tan Q \cdot \tau_{xy}/\sigma_y} \quad (8)$$

$$Q = \varepsilon \ln(r/2a) \quad (9)$$

この K_i はエネルギー解放率に相当するものであり、 K_i の形式にすることにより見かけ上振動性が消失するため、均質材中のき裂の場合と同様な特異性と考えることができ、比例法が適用できる⁽⁶⁾。

$$[K_i^*/\sqrt{\sigma_y^{*2} + \tau_{xy}^{*2}}]_A = [K_i/\sqrt{\sigma_y^2 + \tau_{xy}^2}]_B \quad (10)$$

上式では K_1 と K_2 を分離して求めることはできない。しかし、 r = 一定の位置で τ_{xy}/σ_y が2つの問題で等しければ、式(8)から K_2/K_1 が算出できる。

一方、分離法では、

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_y \cos Q + \tau_{xy} \sin Q) \quad (11)$$

$$K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{xy} \cos Q - \sigma_y \sin Q) \quad (12)$$

式(11)、(12)を次のように変形すれば、

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y \left(\cos Q + \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \sin Q \right) \quad (13)$$

$$K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy} \left(\cos Q - \frac{\sigma_y}{\tau_{xy}} \sin Q \right) \quad (14)$$

上式より、 r = 一定の位置で、次の条件

$$Q^* = Q, \quad \frac{\tau_{xy}^*}{\sigma_y^*} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \quad (15)$$

が2つの問題で満足されれば、振動項が同じになることが分かる。したがって、基準問題と未知の問題において、 r = 一定の位置で、式(15)が満たされる場合、式(13)、(14)より

$$\frac{K_1^*}{\sigma_y^*} = \frac{K_1}{\sigma_y}, \quad \frac{K_2^*}{\tau_{xy}^*} = \frac{K_2}{\tau_{xy}} \quad (16)$$

以上のことから、式(15)で表される条件を基準問題と未知の問題で満足できれば、両問題の応力分布は相似となり、式(16)より比例的に応力拡大係数を算出することが可能である。

2・3 FEM 解析への適用方法 FEM 解析値を利用して、式(15)、(16)を成立させる条件を考える。本研究では、後に示すように、界面き裂先端の応力値がき裂先端近傍の特異応力場を最も忠実に代表するパラメータであること⁽⁴⁾を考慮して、界面き裂先端の応力値を利用する。基準問題 A の界面き裂先端節点の応力値を $\sigma_{y0,FEM}^*$ 、 $\tau_{xy0,FEM}^*$ 、応力拡大係数が未知の問題 B のそれを $\sigma_{y0,FEM}$ 、 $\tau_{xy0,FEM}$ と表記する。FEM 解析値を利用して、界面き裂先端応力場の相似条件[式(15)]は、近似的に次のように示される。

$$\frac{\tau_{xy0,FEM}^*}{\sigma_{y0,FEM}^*} = \frac{\tau_{xy0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}} \quad (17)$$

ここで、2つの問題では、き裂長さ $a^* = a$ 、材料定数 $\varepsilon^* = \varepsilon$ 、およびき裂先端近傍の要素分割が同じという解析条件が必要である。両問題の解析値が式(17)の条件を満たせば、未知の問題の応力拡大係数 K_1 、 K_2 は次式で算出できる。

$$K_1 \doteq \frac{\sigma_{y0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}^*} K_1^* \quad (18)$$

$$K_2 \doteq \frac{\tau_{xy0,FEM}}{\tau_{xy0,FEM}^*} K_2^* \quad (19)$$

上式は、西谷らの均質材に対する第ゼロ節点法⁽⁴⁾と一致する。

本研究では、FEM 解析による応力場の近似的相似条件[式(17)]を作り出すために、基準問題として、引張応力 T およびせん断応力 S が作用する接合無限板の界面き裂の解を選択する。解析が便利のように、 y 軸方向に一樣な引張りを受ける基準問題 A(1)と、遠方でせん断応力を受ける基準問題 A(2)の二つの FEM 解析値を重ね合わせたものを用いた(図1)。

式(17)の条件を満たすためには、基準問題 A(2)のせん断応力 S を調整すればよい。基準問題 A(1)および A(2)において、 $T=1$ および $S=1$ とした場合の応力値をそれぞれ $\sigma_{y0,FEM}^{T=1}$ 、 $\tau_{xy0,FEM}^{T=1}$ および $\sigma_{y0,FEM}^{S=1}$ 、 $\tau_{xy0,FEM}^{S=1}$ とすれば、

$$\begin{aligned} \sigma_{y0,FEM}^* &= \sigma_{y0,FEM}^{T=1} \times T + \sigma_{y0,FEM}^{S=1} \times S, \\ \tau_{xy0,FEM}^* &= \tau_{xy0,FEM}^{T=1} \times T + \tau_{xy0,FEM}^{S=1} \times S \end{aligned} \quad (20)$$

$T=1$ として式(20)を式(17)に代入すれば、基準問題 A(2)に作用させるべき S は次式より得られる。

$$S = \frac{\sigma_{y0,FEM} \times \tau_{xy0,FEM}^{T=1} - \tau_{xy0,FEM} \times \sigma_{y0,FEM}^{T=1}}{\tau_{xy0,FEM} \times \sigma_{y0,FEM}^{S=1} - \sigma_{y0,FEM} \times \tau_{xy0,FEM}^{S=1}} \quad (21)$$

したがって、遠方で $T=1$ あるいは $S=1$ が作用するときのき裂先端応力 $\sigma_{y0,FEM}^{T=1}$ 、 $\tau_{xy0,FEM}^{T=1}$ および $\sigma_{y0,FEM}^{S=1}$ 、 $\tau_{xy0,FEM}^{S=1}$ をそれぞれ求めておけば、式(21)より簡単に S が算出され、解析上の特異応力分布の相似条件[式(17)]が実現する。図2に、本研究で提案する手法の概念および解析条件を示す。

3. 解析結果および考察

提案する手法の有効性を確認するために、これまで種々の解析手法により結果が得られている有限板中の片側界面き裂の解析を行った。解析はいずれも平面応力の条件のもとで行い、汎用ソフト MSC.Marc を用いた。図3に、解析例である片側界面き裂の形状とき裂先端近傍の要素分割の様子を示す。FEM 解析では、剛

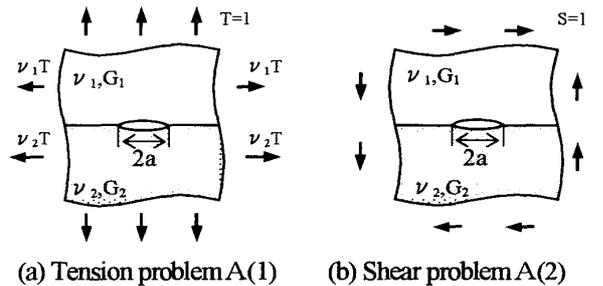
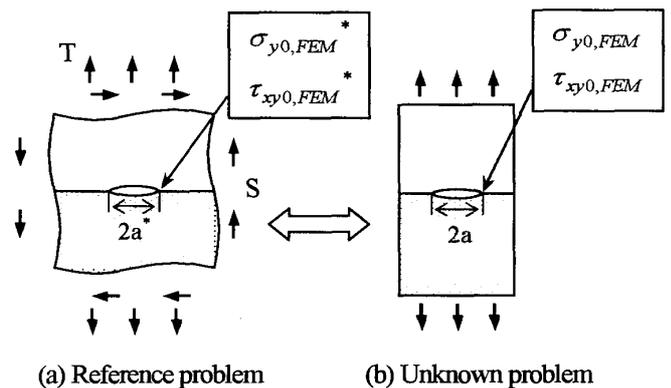


Fig.1 Reference problem A



Analysis condition	Obtained relation
$a^* = a$	$\frac{K_1^*}{\sigma_{y0,FEM}^*} = \frac{K_1}{\sigma_{y0,FEM}}$
$\varepsilon^* = \varepsilon$	
$\frac{\tau_{xy0,FEM}^*}{\sigma_{y0,FEM}^*} = \frac{\tau_{xy0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}}$	$\frac{K_2^*}{\tau_{xy0,FEM}^*} = \frac{K_2}{\tau_{xy0,FEM}}$
Same FEM mesh pattern	

Fig.2 Concept of proposed method

性比 $G_2/G_1=10$, ポアソン比 $\nu_1=\nu_2=0.3$, き裂長さ $a=10\text{mm}$ と設定した。要素には 4 節点四角形要素を用い, き裂先端の最小要素の長さは $e=a/243\text{mm}$ とした。基準問題は, 板幅がき裂長さの 1500 倍 ($W/a=1500$) の中央界面き裂として解析し, 接合無限板中の界面き裂とみなした⁽⁴⁾⁽⁵⁾。基準問題の材料定数, き裂長さおよびき裂近傍のメッシュパターンは, 片側界面き裂問題のそれと同じとした。この条件で解析した基準問題のき裂先端節点の応力値を表 1 に示す。この基準問題の応力拡大係数は次式で与えられる厳密解を用いた。

$$K_1 + iK_2 = (T + iS)\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \quad (22)$$

解析結果は, 次の無次元化応力拡大係数の形式で整理した。

$$F_1 = K_1 / (\sigma\sqrt{\pi a}), \quad F_2 = K_2 / (\sigma\sqrt{\pi a}) \quad (23)$$

3・1 応力場の相似条件の検証 提案する手法は, 式(17)の条件を満たせばき裂先端付近の応力場が相似になるという概念に基づいている。これを確認するために, 式(17)を満たす荷重条件の基準問題の場合とそうでない場合の FEM 解析結果を比較する。式(17)の応力場の相似条件を満たさない基準問題は, 図 1(a)の引張応力のみを受ける接合無限板のモデルとした。

図 4, 5 にき裂先端近傍の相対応力分布を示す。相対応力分布とは, き裂先端節点の応力値で他の節点の応力値を除いた値である。◇, □印は有限板中の片側界面き裂($a/W=0.1$)の相対応力分布であり, ▲, ●印は基

準問題の相対応力分布である。図 4 は, 基準問題として T のみ作用する (式(17)を満足しない) 場合, 図 5 は式(17)を満足する基準問題の場合である。図 4 および 5 より分かるように, 式(17)の条件を満たさない基準問題の相対応力分布は, 片側き裂の相対応力分布との差が大きく, 特にせん断応力分布の差は大きい。一方, 式(17)の条件を満たす基準問題の相対応力分布は, 片側き裂問題のそれと非常によく一致している。

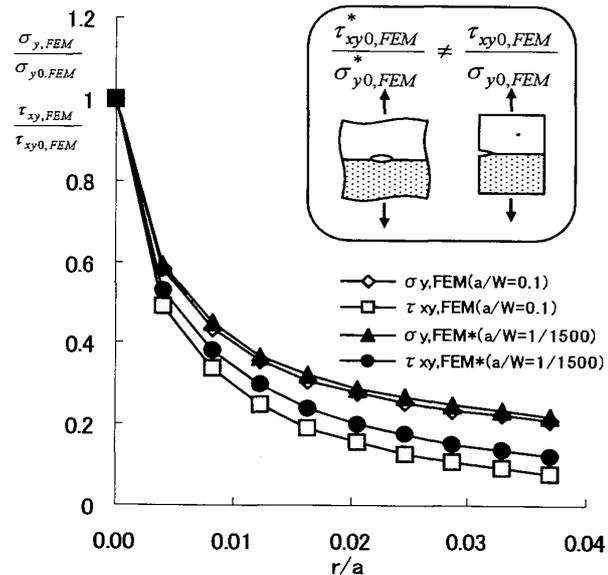


Fig.4 Comparison of relative stress distributions near crack tip (In the case that Eq.(17) is not satisfied)

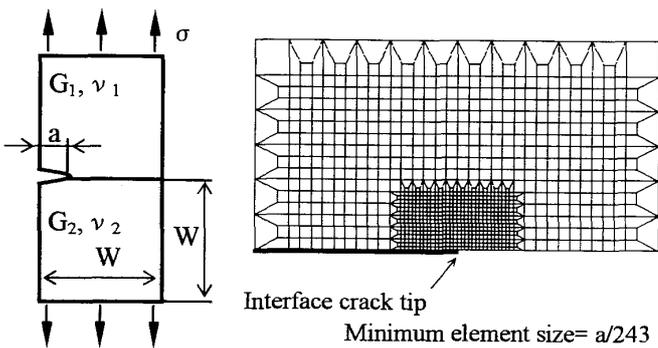


Fig.3 Analytical model of an interface edge crack

Table 1 Stress values of reference problem at the crack tip ($W/a=1500, G_2/G_1=10, \nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

Problem	T	S	a*	$\sigma_{y0, FEM}^*$	$\tau_{xy0, FEM}^*$
Fig.1(a)	1	0	10	16.8181	-6.14681
Fig.1(b)	0	1	10	11.4217	9.80859

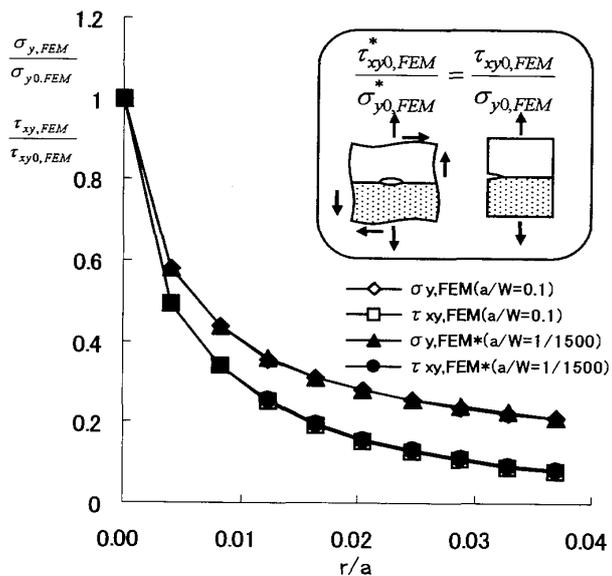


Fig.5 Comparison of relative stress distributions near crack tip (In the case that Eq.(17) is satisfied)

次に、図6は $a/W=0.1$ の片側界面き裂の応力値(FEM)と基準問題の応力値(FEM)から式(10)を用いて、き裂先端付近の各節点の F_i を計算した例である。式(7)より分かるように、 F_i の形式であれば、理論上、振動特異性は消失するため、2つの問題で振動項が異なってもその影響は小さいはずである。しかしながら、式(17)の条件を満たさない基準問題を用いた結果は、き裂先端付近で大きく変化している。これは、FEM解析値が振動特異性の影響を含んでおり、基準問題と未知の問題で相対応力分布が異なるためである。図中の破線で示すように、き裂より少し離れた点の値より外挿すれば、BFM⁽⁵⁾の結果に近い値を得ることができる。

一方、式(17)の条件を満たす基準問題の応力値を用いた結果は、ほぼ一定であり、特にき裂先端の値はBFMの結果とよく一致する。これより、き裂先端節点の応力値が、最も忠実に界面き裂の応力拡大係数を代表しており、高い精度の結果が得られることが分かる。

図3に示す片側界面き裂問題について、表2には、FEM解析により得られた界面き裂先端の応力値および式(17)の条件を満たす基準問題の応力値と遠方せん断応力 S を、表3には提案する手法によって求めた応力拡大係数の値を示す。なお、表3には体積法によって求められた結果⁽⁵⁾も比較のために示している。体積法の結果は、均質材のき裂問題の場合、有効数字6桁程度の精度が保証されている。表3から分かるように、本手法と体積法との結果の差はどれも0.1%以内の誤差で良い一致を示した。以上の結果から、本研究で提案する、FEM解析値を利用する式(17)の条件は、2つの問題で界面き裂先端近傍応力場の近似的な相似条件となっており、この条件を満たせば、式(18)、(19)

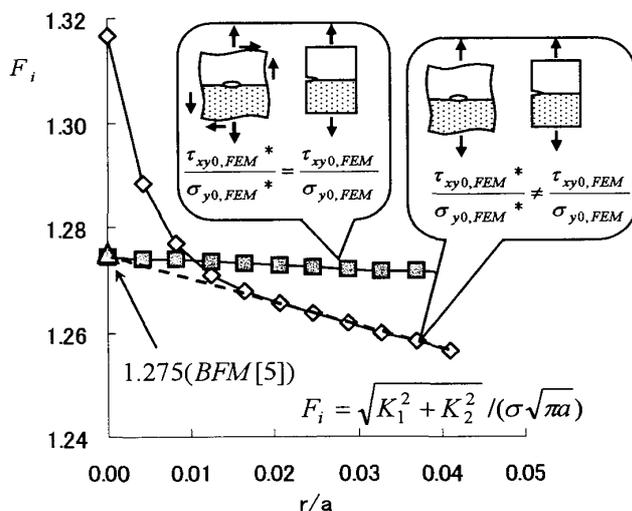


Fig.6 Values of F_i obtained from equation (10)

により、界面き裂の応力拡大係数を簡便、高精度に決定できることが分かる。

3・2 要素サイズの影響 き裂先端の応力値は、き裂先端の要素寸法によって変化するため、提案する手法の解析精度は、き裂先端要素の寸法に依存する。本手法では、き裂先端節点の応力値を利用するため、き裂先端の要素が細かいほど相似条件の近似度は高くなる。表4は、図3の片側界面き裂問題における $a/W=0.1$ の条件のもと、最小要素分割数を変化させたときの解析結果である。

これより、提案する手法では、FEM解析時の最小要素寸法を小さくすれば、BFMの値に近づいていき、高精度の結果が得られることがわかる。また、き裂長さに対し、1/9程度の分割でも誤差は1%以下であり、一般に困難な界面き裂のK値を推定するのに、非常に有効であることが理解できる。

3・3 他の解析法との比較 図7に示すような中央界面き裂と片側界面き裂の問題について、体積法⁽⁵⁾、境界要素法によるインタラクションエネルギー解放率を利用した方法⁽⁸⁾、 M_1 積分法を用いた方法⁽⁹⁾と本解析結果との比較を示す。本研究では、以下の解析結果の最

Table 2 Crack tip stress values of interface edge crack problem and reference problem ($G_2/G_1=10, \nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

a/W	$\sigma_{y0,FEM}$	$\tau_{xy0,FEM}$	$\sigma_{y0,FEM}^*$	$\tau_{xy0,FEM}^*$	S
0.1	22.207	-6.6251	17.7941	-5.3086	0.085453
0.2	24.310	-7.6202	17.5645	-5.5059	0.065346

Table 3 Normalized stress intensity factors of Fig.3 ($G_2/G_1=10, \nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

a/W	F_1	$F_{1,BFM}$	Error %	F_2	$F_{2,BFM}$	Error %
0.1	1.228	1.229	0.0792	-0.341	-0.34	0.0822
0.2	1.367	1.369	0.1373	-0.350	-0.35	0.0716

$$\text{Error} = (F_i - F_{i,BFM}) / \sqrt{F_{1,BFM}^2 + F_{2,BFM}^2} \quad (i=1,2)$$

Table 4 Effect of relative minimum element size e/a on stress intensity factors ($G_2/G_1=10, \nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

e*	F_1	$F_{1,BFM}$	Error %	F_2	$F_{2,BFM}$	Error %
1/9	1.2170	1.229	0.943	-0.3465	-0.340	0.507
1/27	1.2233	1.229	0.447	-0.3440	-0.340	0.314
1/81	1.2265	1.229	0.199	-0.3419	-0.340	0.146
1/243	1.2280	1.229	0.079	-0.3407	-0.340	0.082
1/729	1.2285	1.229	0.036	-0.3403	-0.340	0.023

$$\text{Error} = (F_i - F_{i,BFM}) / \sqrt{F_{1,BFM}^2 + F_{2,BFM}^2} \quad (i=1,2)$$

小要素寸法は $e = a/243$ とした。

3・3・1 中央界面き裂 まず、中央界面き裂の本
 研究と体積力法の解析結果⁽⁵⁾との比較を示す。表 5 から分かるように、本手法と体積力法との結果の差は最大の場合でも 0.12% であり、ほとんどの場合は 0.1% 以内である。したがって、提案する手法は中央界面き裂問題において実用上十分な精度を有しているといえる。

表 6 には、剛性比 $G_2/G_1=2\sim 100$ まで変化させた場合について、本解析結果と、松本ら⁽⁸⁾および宮崎ら⁽⁹⁾の結果との比較を示す。提案した簡便解析法による結果は、他の結果とよく一致している。

3・3・2 片側界面き裂 表 7 に、提案する手法により得られた応力拡大係数と、松本ら⁽⁸⁾および宮崎ら⁽⁹⁾による解析結果をそれぞれ示す。これから分かるように、片側界面き裂問題においても本手法と他の境界要素法を利用して求めた応力拡大係数はほぼ一致している。しかしながら、き裂が板幅に対して深い場合、解析結果の差が中央き裂の場合に比べ若干大きくなる傾向がある。

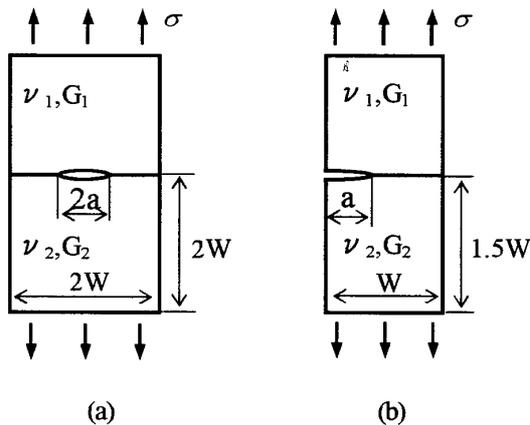


Fig.7 Treated problems (a) central interface crack and (b) single-edge interface crack in finite bi-material plate

Table 5 Normalized stress intensity factors of Fig. 7(a) ($G_2/G_1=10, \nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

a/W	F_1	$F_{1,BFM}^{(5)}$	Error %	F_2	$F_{2,BFM}^{(5)}$	Error %
0.1	0.9674	0.9677	-0.03	-0.1747	-0.1747	0.00
0.2	0.9863	0.9865	-0.02	-0.1715	-0.1716	0.01
0.3	1.0177	1.0181	-0.04	-0.1712	-0.1713	0.01
0.4	1.0652	1.0657	-0.05	-0.1742	-0.1745	0.03
0.5	1.1344	1.1354	-0.09	-0.1824	-0.1828	0.03
0.6	1.2373	1.2388	-0.12	-0.1989	-0.1994	0.04
0.7	1.3997	1.4005	-0.06	-0.2293	-0.2306	0.09

$$Error = (F_i - F_{i,BFM}) / \sqrt{F_{1,BFM}^2 + F_{2,BFM}^2} \quad (i = 1, 2)$$

Table 6 Normalized stress intensity factors of the central interface crack (Fig. 7a, $\nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

G_2/G_1	a/W	F_1			F_2		
		Present	Ref. [8]	Ref. [9]	Present	Ref. [8]	Ref. [9]
2	0.1	1.001	0.995	1.001	-0.072	-0.072	-0.072
	0.2	1.019	1.019	1.020	-0.071	-0.070	-0.071
	0.3	1.052	1.053	1.053	-0.071	-0.072	-0.071
	0.4	1.103	1.104	1.104	-0.073	-0.073	-0.073
	0.5	1.179	1.180	1.181	-0.077	-0.077	-0.077
4	0.1	0.987	0.981	0.987	-0.129	-0.128	-0.129
	0.2	1.006	1.006	1.006	-0.127	-0.126	-0.127
	0.3	1.038	1.037	1.031	-0.127	-0.126	-0.127
	0.4	1.088	1.088	1.089	-0.130	-0.131	-0.130
	0.5	1.161	1.163	1.163	-0.137	-0.136	-0.137
10	0.1	0.967	0.962	0.968	-0.175	-0.172	-0.174
	0.2	0.986	0.987	0.986	-0.172	-0.168	-0.171
	0.3	1.018	1.017	1.018	-0.171	-0.171	-0.170
	0.4	1.065	1.065	1.066	-0.174	-0.172	-0.173
	0.5	1.134	1.135	1.136	-0.182	-0.181	-0.182
100	0.1	0.945	0.943	0.946	-0.207	-0.207	-0.206
	0.2	0.964	0.964	0.964	-0.202	-0.201	-0.201
	0.3	0.996	0.994	0.994	-0.200	-0.198	-0.200
	0.4	1.039	1.039	1.039	-0.204	-0.200	-0.203
	0.5	1.104	1.104	1.104	-0.212	-0.208	-0.210

Table 7 Normalized stress intensity factors of the single edge interface crack (Fig. 7b, $\nu_1=\nu_2=0.3, \text{Plane stress}$)

G_2/G_1	a/W	F_1			F_2		
		Present	Ref. [8]	Ref. [9]	Present	Ref. [8]	Ref. [9]
2	0.1	1.193	1.190	1.195	-0.129	-0.127	-0.129
	0.2	1.365	1.367	1.368	-0.137	-0.137	-0.137
	0.3	1.653	1.657	1.659	-0.158	-0.156	-0.158
	0.4	2.101	2.109	2.110	-0.198	-0.195	-0.198
	0.5	2.790	2.819	2.882	-0.316	-0.268	-0.267
4	0.1	1.207	1.199	1.209	-0.240	-0.237	-0.239
	0.2	1.365	1.368	1.368	-0.251	-0.251	-0.250
	0.3	1.644	1.655	1.654	-0.286	-0.288	-0.288
	0.4	2.093	2.102	2.101	-0.359	-0.358	-0.359
	0.5	2.791	2.806	2.807	-0.484	-0.483	-0.483
10	0.1	1.228	1.222	1.229	-0.341	-0.336	-0.340
	0.2	1.367	1.366	1.369	-0.350	-0.348	-0.349
	0.3	1.643	1.648	1.648	-0.400	-0.394	-0.399
	0.4	2.082	2.090	2.090	-0.495	-0.491	-0.494
	0.5	2.772	2.789	2.789	-0.663	-0.661	-0.663
100	0.1	1.251	1.251	1.251	-0.426	-0.424	-0.424
	0.2	1.368	1.376	1.370	-0.429	-0.429	-0.428
	0.3	1.637	1.647	1.642	-0.486	-0.470	-0.485
	0.4	2.070	2.083	2.078	-0.597	-0.569	-0.597
	0.5	2.754	2.772	2.770	-0.797	-0.793	-0.797

4. 結 言

き裂先端節点における応力値を用いて、基準解との比をとることにより応力拡大係数を決定する比例法⁽²⁾⁽³⁾を拡張して、界面き裂の応力拡大係数 K_1 , K_2 を簡便に決定する手法を提案した。引張りを受ける有限板の界面き裂問題に適用し、提案する手法によって得られた結果を従来までの他の手法による結果と比較して、本手法の有効性を検討した。以下に本研究によって得られた結果を示す。

(1) 有限要素解析による界面き裂先端節点の応力値を用いて、界面き裂先端の応力場を相似にする条件を示した。界面き裂先端の相対応力分布を解析し、その条件の有効性を示した。

(2) 応力拡大係数が既知の基準問題の負荷応力を調節することで相似応力場を実現し、比例法により簡便に界面き裂の応力拡大係数を求める手法を提案した。提案する手法は、き裂先端の応力値のみを利用するため、簡便で一意に応力拡大係数が決まるという利点がある。

(3) 体積力法や境界要素法などの解析結果と比較したところ、最小要素寸法がき裂長さの十分の一程度の比較的粗い要素分割でも、提案する手法が実用上十分な精度を有していることが分かった。要素分割をより細かくして FEM 解析を行えば更に高精度な結果を得ることができる。

本研究の計算の一部は、当時卒業研究生であった村木亮介君の協力を得た。また、研究を推進するに当たり、(財) マツダ財団より研究助成を受けた。記して謝意を表す。

文 献

- (1) Murakami, Y., A Simple Procedure for the Accurate Determination of Stress Intensity Factors by Finite Element Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 42, No.360 (1976), pp. 2305-2315.
- (2) Kisu, H., Yuuki, R. and Kitagawa, H., The Analysis of Stress Intensity Factor for Surface Crack by Boundary Element Method (2nd Report, The Accurate Methods to Determine the Stress Intensity Factor), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 51, No. 463 (1985), pp. 660-669.
- (3) The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *Materials and Mechanical Handbook (Fundamentals)*, (2005), pp. 218.
- (4) Nisitani, H., Kawamura, T., Fujisaki, W. and Fukuda, T., Determination of Highly Accurate Values of Stress Intensity Factor or Stress Concentration Factor of Plate Specimen by FEM, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 65, No.629 (1999), pp. 26-31.
- (5) Nisitani, H., Teranishi, T. and Fukuyama, K., Stress Intensity Factor Analysis of a Bimaterial Plate Based on the Crack Tip Stress Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 69, No.684 (2003), pp. 1203-1208.
- (6) Oda, K., Analysis of Stress Intensity Factor for an Interface Crack by Proportional Method, *Proceedings of Mechanical Engineering Congress, 2004 Japan*, No.04-1 (2004), pp.131-132.
- (7) Yuuki, R. ed., *Mechanics of Interface*, Baifukan Publications, (1993), pp.85-124.
- (8) Matsumoto, T., Tanaka, M. and Obara, R., Stress Intensity Factor Analyses of Bimaterial Interface Cracks Based on Interaction Energy Release Rate and Boundary Element Sensitivity Analysis, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 65, No.638 (1999), pp. 2120-2127.
- (9) Miyazaki, N., Ikeda, T., Soda, T. and Munakata, T., Stress Intensity Factor Analysis of Interface Crack Using Boundary Element Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 57, No.541 (1991), pp. 2063-2069 (1st Report) and Vol. 57, No.544 (1991), pp. 2903-2910 (2nd Report).