

# 任意の材料組合せに対する界面き裂の応力拡大係数 (き裂の相対長さの影響) †

野 田 尚 昭\* 張 玉\*\*  
 高 石 謙 太郎\*\* 蘭 欣\*\*

## Stress Intensity Factors of Interface Crack under Arbitrary Material Combinations (Effects of Relative Crack Length)

by

Nao-Aki NODA\*, Yu ZHANG\*\*, Ken-Taro TAKAISHI\*\* and Xin LAN\*\*

Although a lot of interface crack problems were previously treated, few solutions are available under arbitrary material combinations. This paper deals with periodic interface cracks in a bonded infinite plate and a central interface in a bonded infinite plate. Then, the effects of material combination and relative crack length on the stress intensity factors are discussed. A useful method to calculate the stress intensity factor of interface crack is presented with focusing on the stress at the crack tip calculated by the finite element method. For periodic interface cracks, it is found that the stress intensity factors are controlled by the bimaterial parameter  $\varepsilon$  alone and increase with increasing  $\varepsilon$  and relative crack length. For a central interface crack, the relationship between the dimensionless stress intensity factors  $F_I$ ,  $F_{II}$  and relative crack length  $a/W$  are obtained under arbitrary material combinations. It is found that  $F_I$  has the maximum value when  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.3$  and minimum value when  $\alpha = 1.0$ ,  $\beta = 0$  independent of  $a/W$ . On the other hand,  $F_{II}$  has the maximum value when  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0$  and minimum value when  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.3$ .

**Key words:** Elasticity, Interface strength, Stress intensity factor, Fracture mechanics, Finite element method

### 1 緒 言

界面き裂の応力拡大係数として最もよく知られているのは、接合無限板中の界面き裂が内圧  $\sigma$  を受ける場合 (Fig. 1 (a)) の結果であり、次式により表される。

$$K_I + iK_{II} = (F_I + iF_{II})(1 + 2i\varepsilon)\sigma\sqrt{\pi a}, \quad F_I = 1, F_{II} = 0 \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{\left( \frac{\kappa_1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right)}{\left( \frac{\kappa_2}{G_2} + \frac{1}{G_1} \right)} \right] \quad (2)$$

$$\kappa_m = \begin{cases} (3 - \nu_m)/(1 + \nu_m) & (\text{平面応力}) \\ 3 - 4\nu_m & (\text{平面ひずみ}) \end{cases}$$

$\nu_m$ : (ポアソン比),  $(m=1, 2)$

$G_m$ : (横弾性係数),  $(m=1, 2)$

内圧の解は界面で  $x$  方向のひずみが等しい ( $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{x2}$ ) ように遠方で  $\sigma_y^{\infty} = \sigma$ , および  $\sigma_{x1}^{\infty}$ ,  $\sigma_{x2}^{\infty}$  を作用させる場合の結果と等しい<sup>1), 2)</sup>。そのため、Fig. 1 (a), (b) の結果は等しくないで、著者らは先に Fig. 1 (b) の接合無限板中の界面き裂の一軸引張問題を任意の材料組合せに対して解析した<sup>2)</sup>。Fig. 1 (c) に示すようにこの場合の  $F_I$  は、 $\alpha$ ,  $\beta$  に依存して変化する。しかし、接合有限板中の界面き裂に関しては任意の材料組合せに対してまだ議論がなされていない。き裂の相対長さによって材料組合せの

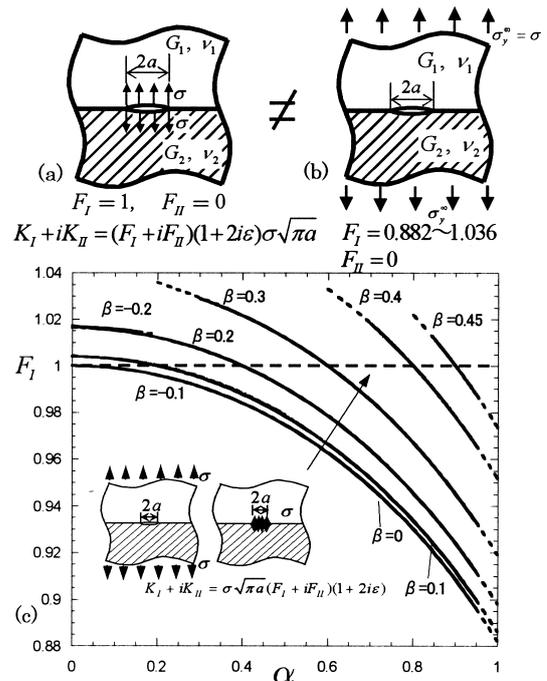


Fig. 1 Infinite bonded plate subjected to (a) internal pressure and (b) remote uniaxial tensile stress (c)  $F_I$  for Fig. 1 (a) (b).

† 原稿受理 平成 22 年 3 月 25 日 Received Mar. 25, 2010 ©2010 The Society of Materials Science, Japan

\* 正 会 員 九州工業大学工学研究院機械知能工学専攻 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. Mech. Eng., Kyusyu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyusyu, 804-8550

\*\* 九州工業大学工学研究院機械知能工学専攻 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. Mech. Eng., Kyusyu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyusyu, 804-8550

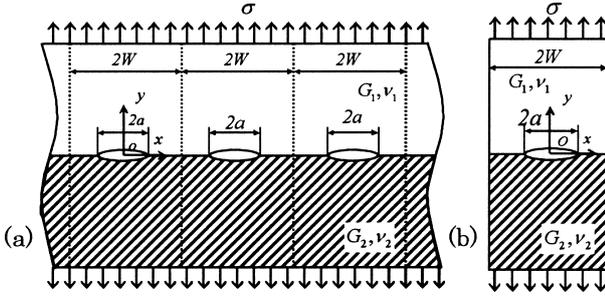


Fig. 2 (a) Periodic interface cracks in an infinite bonded plate and (b) a central interface crack in a bonded plate.

影響は異なると考えられるが、このような研究は見当たらない。

そこで本研究では、有限要素法解析により得られるき裂先端の節点の値を用いて、基準解との比をとることにより応力拡大係数を決定する方法<sup>3)</sup>を利用する。

本論文で取上げる問題を Fig. 2 に示す。Fig. 2 (a) では  $x = (1 + 2n)W$  ( $n$  は整数) で  $u_x = 0, \tau_{xy} = 0$  である  $\alpha_x \neq 0$  があるのでに対し、Fig. 2 (b) では  $x = \pm W$  で、 $\alpha_x = 0, \tau_{xy} = 0$  となる。なお、Fig. 2 (a) では  $x = (1 + 2n)W$  で  $u_x = 0$  となる応力  $\alpha_x$  が生じることから  $a/W \rightarrow 0$  で Fig. 1 (a) と一致する。一方、Fig. 2 (b) では  $a/W \rightarrow 0$  で Fig. 1 (b) と一致することに注意する必要がある。Fig. 2 (a), (b) の 2 つの問題の応力拡大係数  $K_I, K_{II}$  に及ぼすき裂長さの影響を任意の材料組合せに対して明らかにする。

2 き裂先端の要素の値を用いる界面き裂の解析法

本研究で用いる解析方法は、有限要素法によって得られるき裂先端近傍の応力ないし変位の解析結果をそのまま利用し、基準解との比をとることにより応力拡大係数を決定する手法である。<sup>4)</sup>例えば、均質材中のモード I のき裂先端近傍 ( $\theta = 0$ ) では、き裂先端近傍で式 (3)

$$\sigma_y = K_I / \sqrt{2\pi r} \tag{3}$$

のように表される。有限要素法解析の誤差は主としてき裂先端近傍のメッシュに依存するので、2 つの異なる問題をき裂先端近傍で同じメッシュを用いて解析すれば、それらの  $K_I$  を  $\sigma_y$  を用いて評価できる。すなわち、 $r =$  一定の位置に注目すると、次式が成立する。

$$K_I / \sigma_y = const. \tag{4}$$

したがって、き裂先端からの距離  $r$  が等しい位置では、2 つの異なる問題 A と B について次式が成り立つ。

$$[K_I^* / \sigma_y^*]_A = [K_I / \sigma_y]_B \tag{5}$$

ここで、左辺は応力拡大係数の厳密解が分かっている基準問題 A の値であり (\* 印)、右辺は応力拡大係数の未知な問題 B の値である。有限要素法によるき裂先端の節点の値と式 (5) の関係を用いて、西谷らは均質材中のき裂の問題を精度良く解析した。<sup>4), 5)</sup>

最近、小田らは西谷らの方法を界面き裂の応力拡大係数の解析に拡張することに成功した。<sup>3)</sup>異種接合材の界面き裂先端の応力場は、均質材中のき裂のそれとは異なり振動応力特異性を有する。すなわち接合界面上の応力を

$\sigma_y, \tau_{xy}$  とすると、界面き裂の応力拡大係数は次式で定義される。

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \frac{K_I + iK_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{2a}\right)^{i\epsilon} \quad r \rightarrow 0 \tag{6}$$

式 (6) より分かるように、界面の応力成分と応力拡大係数は均質材中のき裂と異なり完全にモード分離することができない。このため、き裂先端の要素の値から応力拡大係数を決定するためには以下に示すような工夫が必要である。すなわち、式 (6) より、

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y \left( \cos Q + \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \sin Q \right) \tag{7}$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy} \left( \cos Q - \frac{\sigma_y}{\tau_{xy}} \sin Q \right) \tag{8}$$

$$Q = \epsilon \ln (r/2a) \tag{9}$$

であるので、上式より、 $r =$  一定の位置で、次の条件が

$$Q^* = Q, \quad \frac{\tau_{xy}^*}{\sigma_y^*} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \tag{10}$$

2 つの問題で満足されれば、振動項が同じになることが分かる。したがって、基準問題と未知の問題において、 $r =$  一定の位置で、式 (10) が満たされる場合、式 (7), (8) より次式が成立する。

$$\frac{K_I^*}{\sigma_y^*} = \frac{K_I}{\sigma_y}, \quad \frac{K_{II}^*}{\tau_{xy}^*} = \frac{K_{II}}{\tau_{xy}} \tag{11}$$

基準問題 A の界面き裂先端節点の応力値を  $\sigma_{y0,FEM}^*$ ,  $\tau_{xy0,FEM}^*$ 、応力拡大係数が未知の問題 B のそれを  $\sigma_{y0,FEM}$ ,  $\tau_{xy0,FEM}$  と表記する。FEM 解析値を利用して、式 (10) は次のように示される。

$$\frac{\tau_{xy0,FEM}^*}{\sigma_{y0,FEM}^*} = \frac{\tau_{xy0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}} \tag{12}$$

界面き裂先端応力場の相似条件 [式 (11)] より

$$K_I = \frac{\sigma_{y0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}^*} K_I^* \quad K_{II} = \frac{\tau_{xy0,FEM}}{\tau_{xy0,FEM}^*} K_{II}^* \tag{13}$$

$K_I^*, K_{II}^*$  は、Fig. 3 の厳密解であり、式 (14) で与えられる。

$$K_I^* + iK_{II}^* = (T + iS)\sqrt{\pi a}(1 + 2i\epsilon) \tag{14}$$

基準問題 (Fig. 3) として、引張応力  $T$  とせん断応力  $S$  が作用する接合無限板の界面き裂の解を選択する。式 (11)

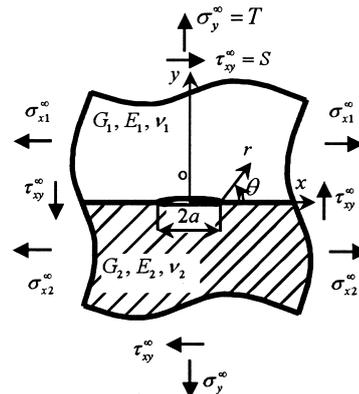


Fig. 3 Reference problem ( $\epsilon_{x1} = \epsilon_{x2}$  at  $y = 0$ ).

の条件を満たすためには, 基準問題 (Fig. 3) において,  $(T, S) = (1, 0)$  および  $(T, S) = (0, 1)$  とした場合の応力値をそれぞれ,  $\sigma_{y0, FEM}^{T=1, S=0}$ ,  $\tau_{xy0, FEM}^{T=1, S=0}$  および,  $\sigma_{y0, FEM}^{T=0, S=1}$ ,  $\tau_{xy0, FEM}^{T=0, S=1}$  とすれば,

$$\begin{aligned} \sigma_{y0, FEM}^* &= \sigma_{y0, FEM}^{T=1, S=0} \times T + \sigma_{y0, FEM}^{T=0, S=1} \times S, \\ \tau_{xy0, FEM}^* &= \tau_{xy0, FEM}^{T=1, S=0} \times T + \tau_{xy0, FEM}^{T=0, S=1} \times S \end{aligned} \quad (15)$$

$T = 1$  として式 (15) を式 (12) に代入すれば,

$$S = \frac{\sigma_{y0, FEM} \times \tau_{xy0, FEM}^{T=1, S=0} - \tau_{xy0, FEM} \times \sigma_{y0, FEM}^{T=1, S=0}}{\tau_{xy0, FEM} \times \sigma_{y0, FEM}^{T=0, S=1} - \sigma_{y0, FEM} \times \tau_{xy0, FEM}^{T=0, S=1}} \quad (16)$$

結局  $T = 1$  と式 (16) で表されるが作用する Fig. 3 の問題を基準問題として考える. この厳密解は知られているので, 解析したい問題と同じメッシュで解析して誤差を評価できる. 以下では式 (1) で定義される無次元化応力拡大係数  $F_I$ ,  $F_{II}$  を用いて結果を示す. また,  $\alpha$ ,  $\beta$  は式 (17) で定義される Dundurs の複合材料パラメーターである.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \\ \beta &= \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)} \end{aligned} \quad (17)$$

### 3 無限周期界面き裂の応力拡大係数

まず無限周期界面き裂 Fig. 2 (a) を任意の材料組合せで検討する. この問題は内圧を受ける接合無限板 (Fig. 1 (a)) と同様にバイマテリアル定数  $\varepsilon$  のみによって応力拡大係数が決まる.  $\varepsilon$  と  $\beta$  には以下のような関係がある.

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) \quad (18)$$

すなわち, 無限周期界面き裂の  $F_I^{(a)}$  は  $\varepsilon$  または  $\beta$  ならびにき裂の相対長さ  $a/W$  の関数となる.

はじめに, Fig. 2 (a) で,  $G_1 = G_2$ ,  $\nu_1 = \nu_2$  の均質材の場合を計算する. このとき厳密解は以下が知られている.<sup>6)</sup>

$$F_{I, homo}^{(a)} = \sqrt{\left( \frac{2W}{\pi a} \right) \tan \left( \frac{\pi a}{2W} \right)} \quad (19)$$

Table 1 は均質材のき裂の  $F_I^{(a)}$  を示している. Table 1 の  $F_I^{(a)}$  は前節で説明した解析法を用いて計算した結果である. 式 (19) より算出した値  $F_I^{(a)}$  の厳密解と本研究の値  $F_I^{(a)}$  は, 誤差 0.4% 以下で一致することがわかる. Table 1 には石田の解<sup>6)</sup> とその近似式 (20)<sup>7)</sup> も示している.

$$F_{I, homo}^{(b)} = \left[ 1 - 0.025 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 0.06 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right] \sqrt{\sec \left( \frac{\pi a}{2W} \right)} \quad (20)$$

式 (19) と式 (20) の 2 つを比べると, き裂が大きいつとて約 2 割ほど Fig. 2 (b) のほうが大きいことがわかる.

Fig. 4 (a) は  $a/W$  を変化させたときの  $F_I^{(a)}$  と  $\varepsilon$  の関係を示している. Fig. 4 (a) より  $a/W$  が一定で  $\varepsilon$  が増加すると,  $F_I^{(a)}$  がわずかに増加することがわかる.  $a/W$  が大きくなるにつれて, その増加の割合は大きくなる. Fig. 4 (b) は,  $a/W$  を変化させたときの  $F_{II}^{(a)}$  と  $\varepsilon$  の関係を示している.  $F_I^{(a)}$  と同様に,  $a/W$  が一定で  $\varepsilon$  が増加すると,  $F_{II}^{(a)}$

Table 1 The results of homogeneous plates.

$a/W$	Present analysis		Eq.(19)		Isida <sup>6)</sup>		Eq.(20)	
→0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.1	1.0042	1.0042	1.0042	1.0060	1.0060	1.0060	1.0060	1.0060
0.2	1.0170	1.0170	1.0170	1.0246	1.0246	1.0246	1.0246	1.0246
0.3	1.0399	1.0399	1.0399	1.0400	1.0400	1.0400	1.0400	1.0400
0.4	1.0754	1.0754	1.0754	1.0753	1.0753	1.0753	1.0753	1.0753
0.5	1.1282	1.1282	1.1282	1.1284	1.1284	1.1284	1.1284	1.1284
0.6	1.208	1.208	1.208	1.2085	1.2085	1.2085	1.2085	1.2085
0.7	1.335	1.335	1.335	1.3360	1.3360	1.3360	1.3360	1.3360
0.8	1.561	1.561	1.561	1.5650	1.5650	1.5650	1.5650	1.5650
0.9	2.105	2.105	2.105	2.1133	2.1133	2.1133	2.1133	2.1133

も増加することがわかる.  $a/W$  が大きくなるにつれて, その増加の割合は大きくなる.

Fig. 5 に均質材の厳密解との比  $F_I^{(a)}/F_{I, homo}^{(a)}$  を示す. Fig. 5 より,  $a/W$  が小さいときは  $F_I^{(a)}/F_{I, homo}^{(a)}$  は 1 に近く,  $a/W$  が大きいときは  $F_I^{(a)}/F_{I, homo}^{(a)}$  は数% 増加する.

### 4 接合有限板中の界面き裂の応力拡大係数

Fig. 2 (b) の  $a/W$  を 0 から 0.9 まで変化させて材料組合せと, き裂の相対長さが応力拡大係数に及ぼす影響を考察する. Fig. 2 (b) の問題で, 上下の 2 種類の材料を逆にすると, 式 (17) より,  $\alpha$ ,  $\beta$  の値がマイナスになる. 即ち,  $\alpha \rightarrow -\alpha$ ,  $\beta \rightarrow -\beta$  となる. この場合の応力拡大係数は  $F_I \rightarrow F_I$ ,  $F_{II} \rightarrow -F_{II}$  となるので Fig. 2 (b) では  $\alpha > 0$  の範囲の結果を示す (Fig. 6 参照). なお, Fig. 6 の破線の範囲の材料組合せに対して, 現在使用している有限要素法コードで計算を実行することができない. よって, この範囲の結果は計算可能な範囲 (実線) から外そうして破線 (Fig. 7 ~ Fig. 14) で示す.

Fig. 7 (a) ~ Fig. 14 (a) に Fig. 2 (b) の応力拡大係数  $F_I^{(b)}$  の結果を石田の均質材の解<sup>6)</sup> (Table 1) との比  $F_I^{(b)}/F_{I, homo}^{(b)}$  で示す. ここでは材料組合せの全範囲で調べた最大値  $F_{I, max}^{(b)}$  と最小値  $F_{I, min}^{(b)}$  とともに  $\beta$  を固定して示している. Fig. 7 (b) ~ Fig. 14 (b) は  $F_{II}^{(b)}$  の値を直接示す. ここでも材料組合せの全範囲で調べた最大値  $F_{II, max}^{(b)}$  と最小値  $F_{II, min}^{(b)}$  とともに  $\beta$  を固定して示している.  $a/W \rightarrow 0$  で  $F_{II} \rightarrow 0$  であるが  $F_{II}^{(b)}$  の絶対値は  $a/W$  の増加とともに単調に増加する.

Fig. 7 に示す  $\beta = -0.2$  の場合,  $F_I^{(b)}/F_{I, homo}^{(b)}$  の値は 1.017 ~ 0.976 で狭い範囲に分布しており, かつその値,  $F_I^{(b)}$ ,  $F_{II}^{(b)}$  は材料組合せを種々に変えた場合の最大値  $F_{I, max}^{(b)}$ ,  $F_{I, min}^{(b)}$  にそれぞれ近い. また, Fig. 8 の  $\beta = -0.1$  の場合には,  $\beta = -0.2$  のときと似ていて  $F_I^{(b)}/F_{I, homo}^{(b)}$  は 1.004 ~ 0.909 の狭い範囲に分布し, その値は最大値に近いところで分布している.

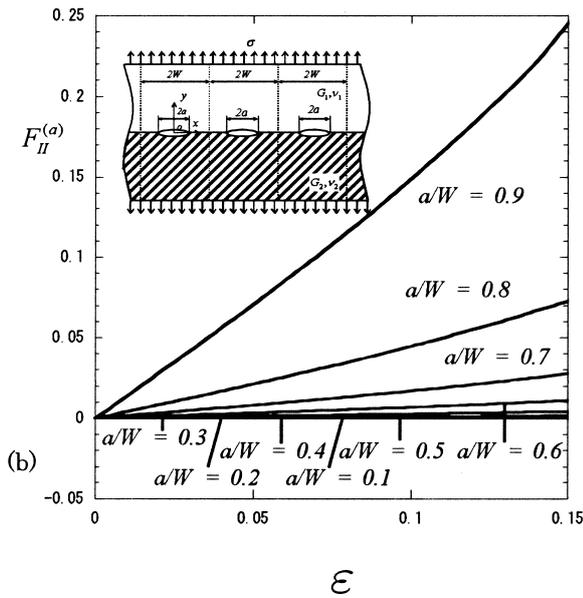
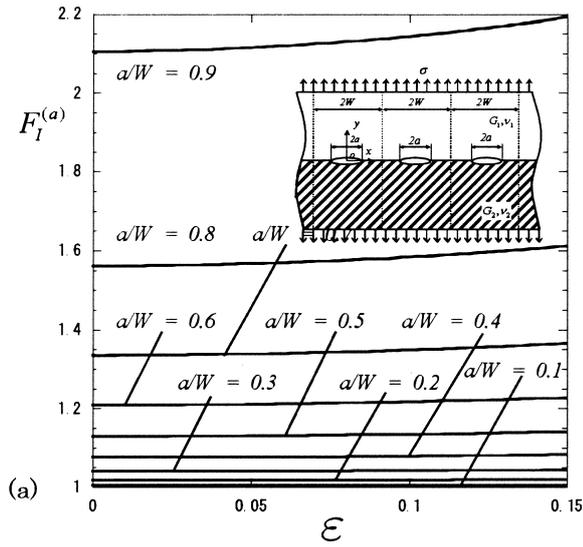


Fig. 4 The relationship between (a)  $F_I^{(a)}$  vs.  $\varepsilon$  (b)  $F_{II}^{(a)}$  vs.  $\varepsilon$  with different  $a/W$  in Fig. 2 (a).

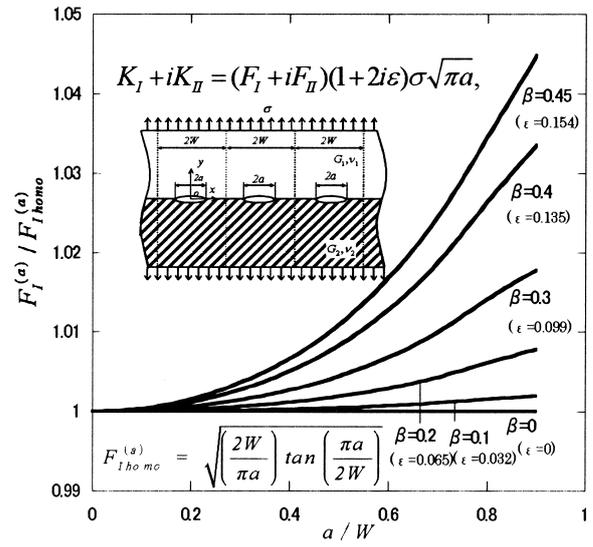


Fig. 5 The relationship between  $F_I^{(a)}/F_{Ihomo}^{(a)}$  vs.  $a/W$  in Fig. 2 (a).

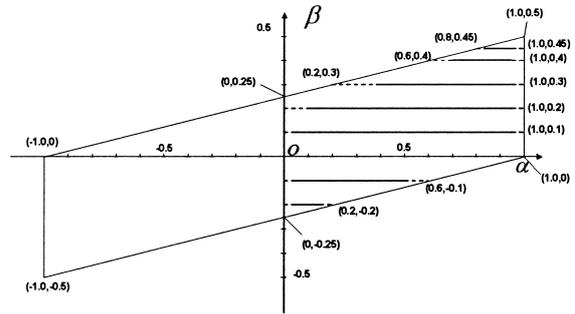


Fig. 6 The map of  $\alpha$  and  $\beta$ .

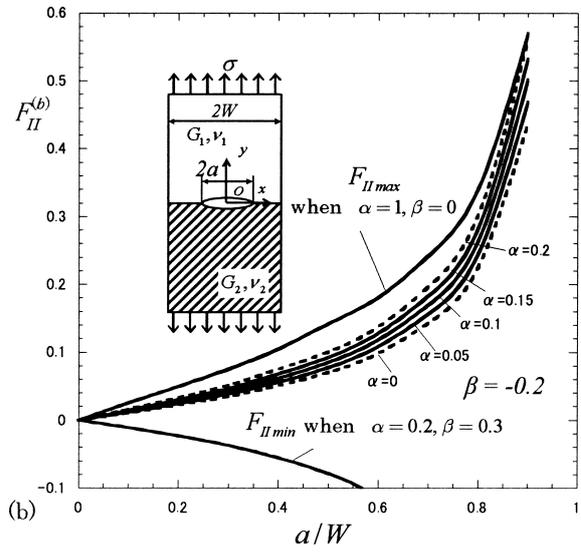
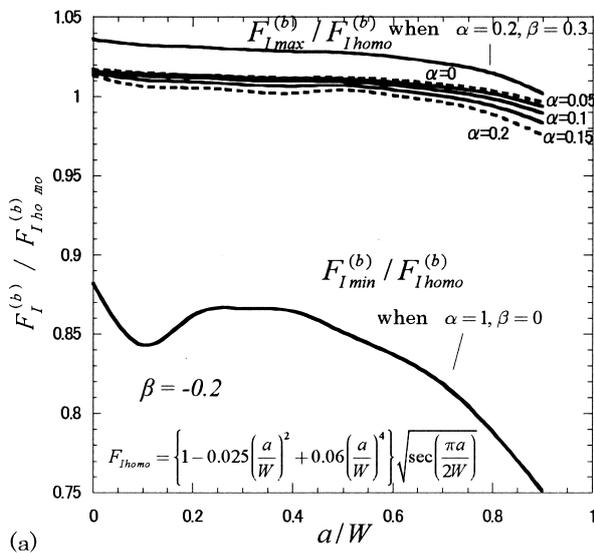


Fig. 7 (a)  $F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = -0.2$ .

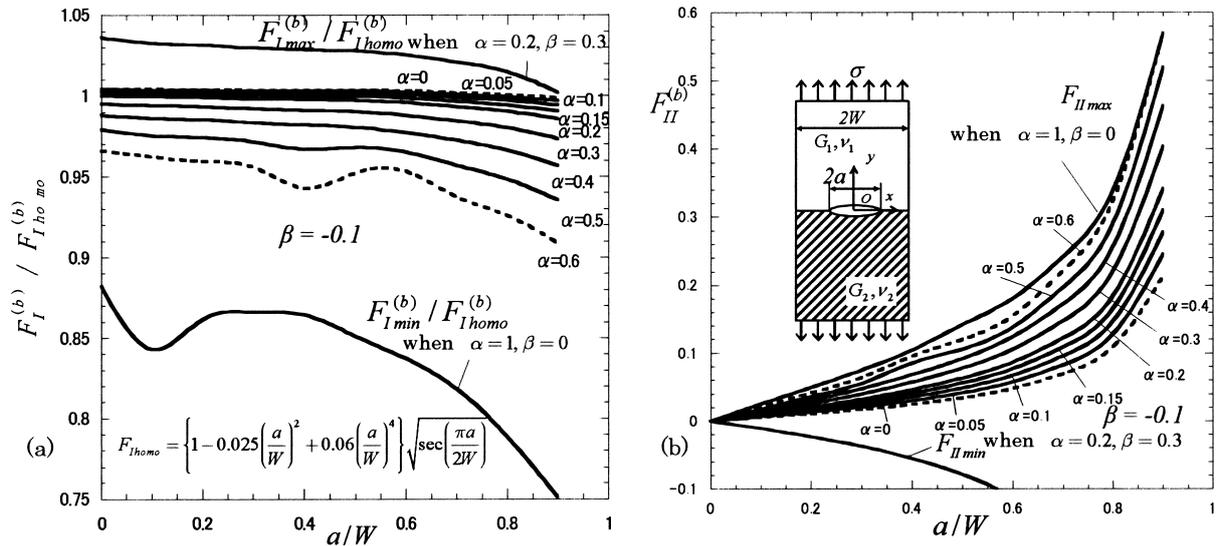


Fig. 8 (a)  $F_I^{(b)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = -0.1$ .

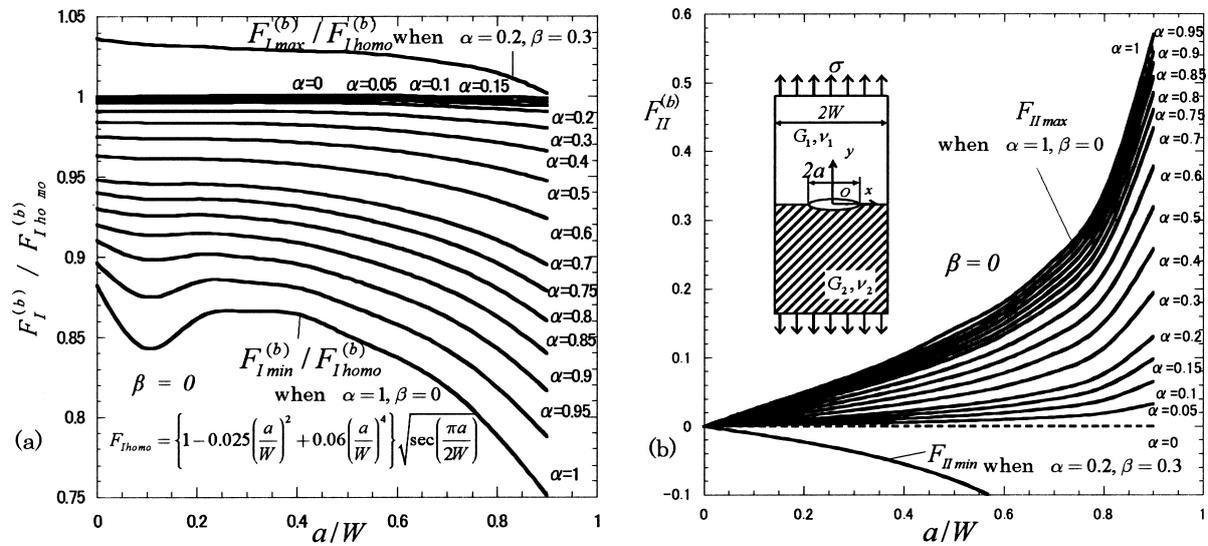


Fig. 9 (a)  $F_I^{(b)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = 0$ .

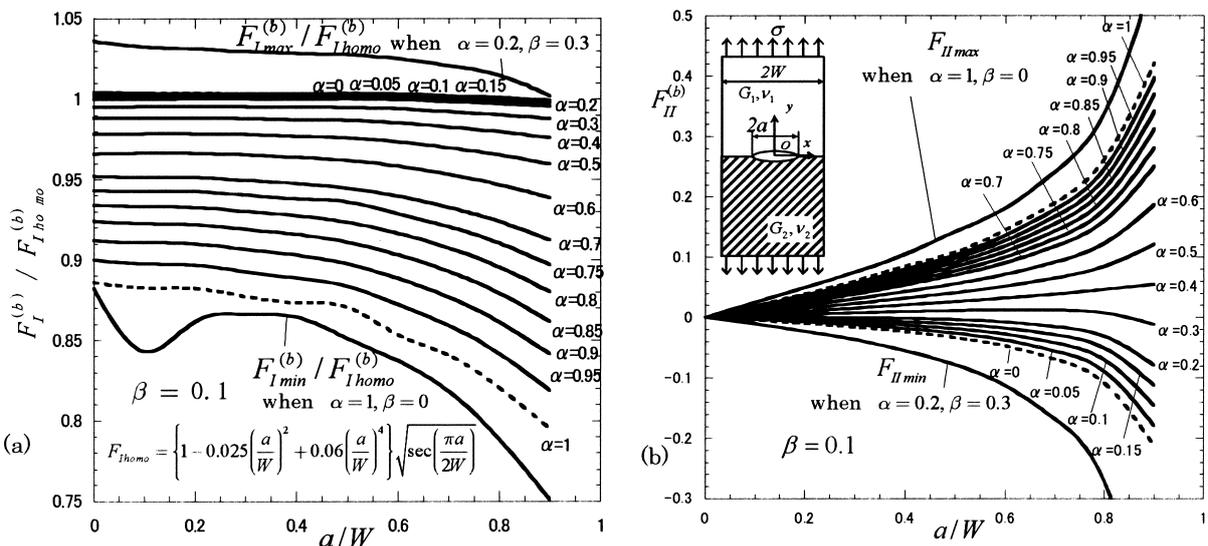


Fig. 10 (a)  $F_I^{(b)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = 0.1$ .

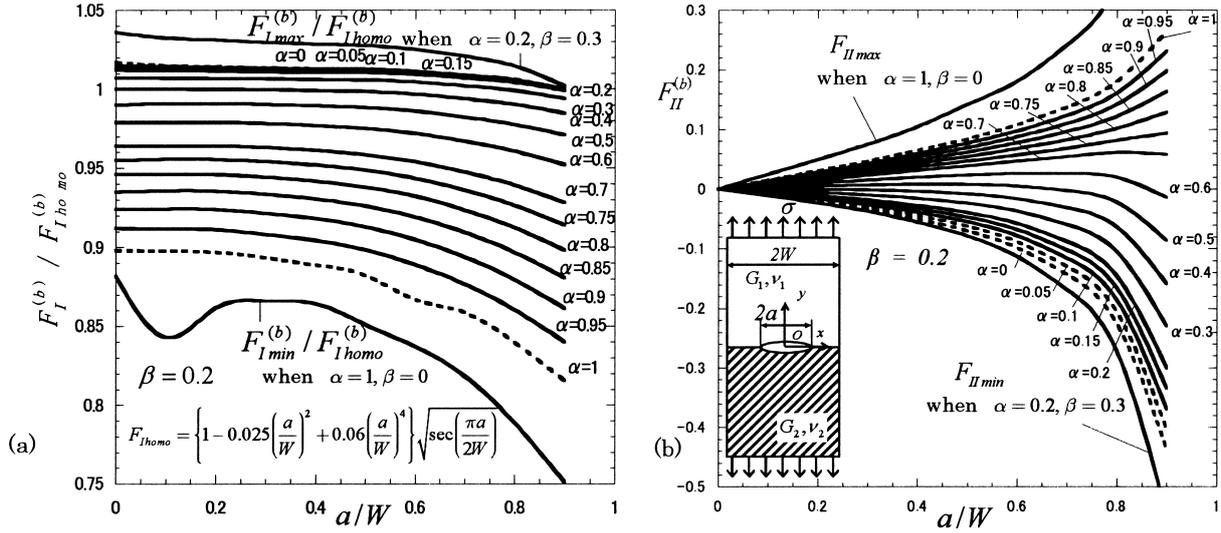


Fig. 11 (a)  $F_I^{(b)} / F_{I, homo}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = 0.2$ .

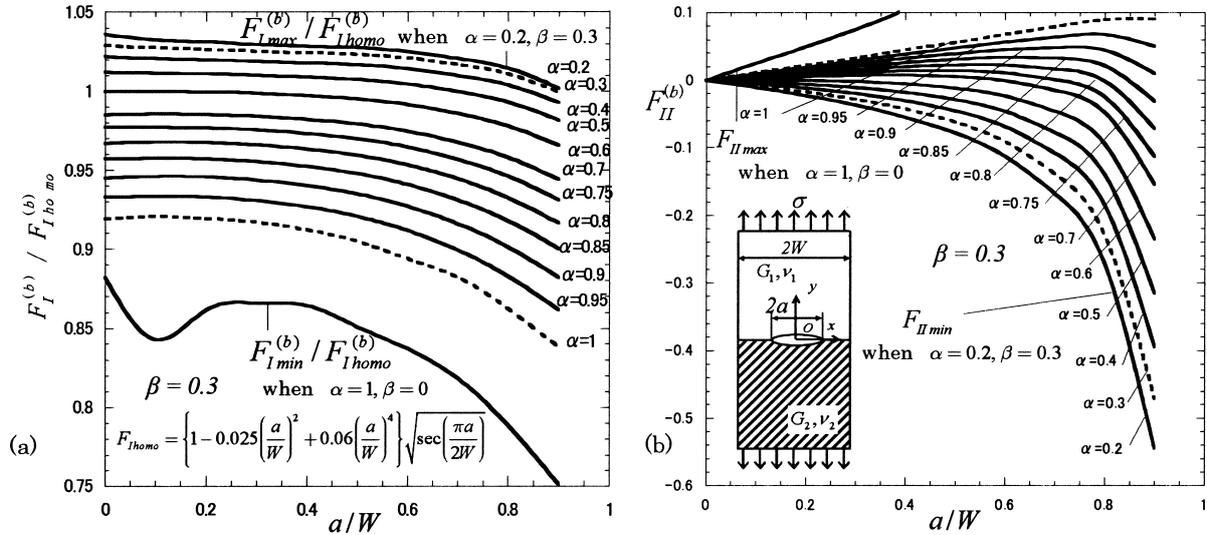


Fig. 12 (a)  $F_I^{(b)} / F_{I, homo}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = 0.3$ .

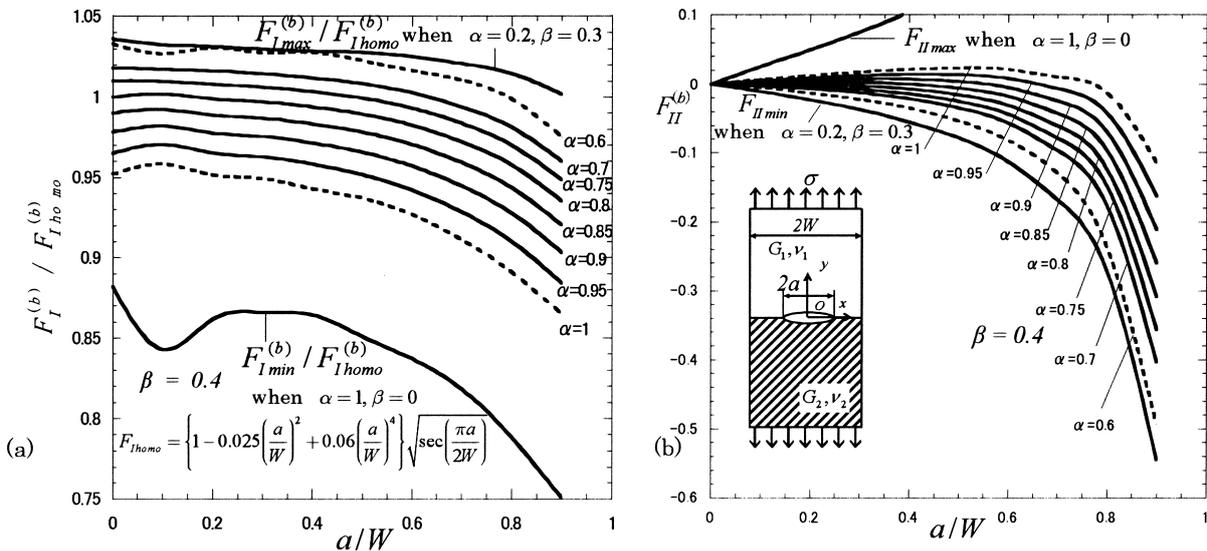


Fig. 13 (a)  $F_I^{(b)} / F_{I, homo}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = 0.4$ .

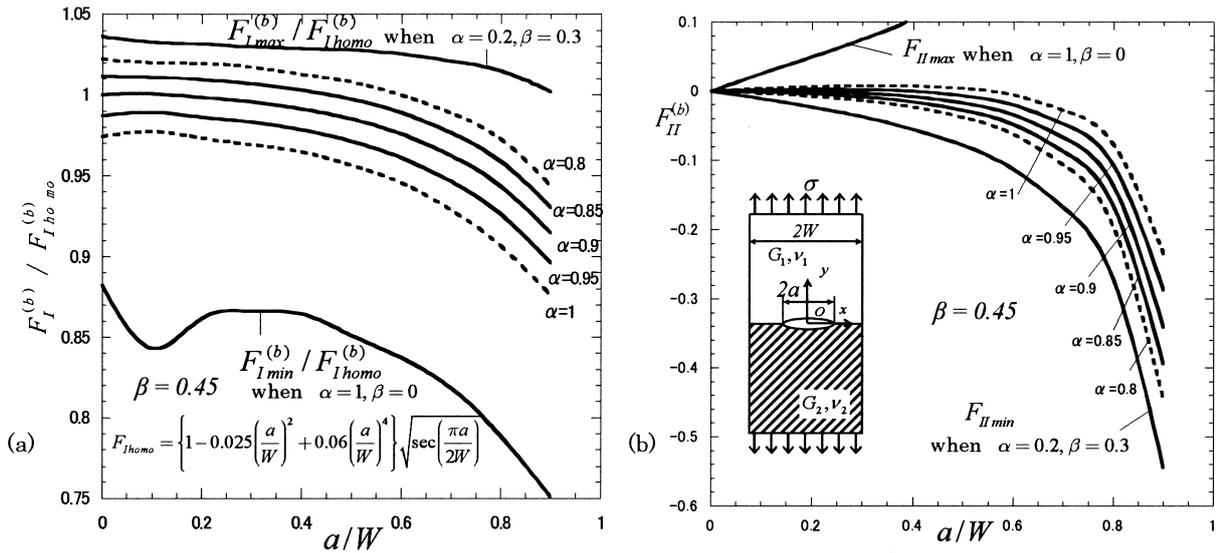


Fig. 14 (a)  $F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  vs.  $a/W$  and (b)  $F_{II}^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = 0.45$ .

一方, Fig. 9 の  $\beta = 0$  の場合では  $F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  は 1.000 ~ 0.751 の広い範囲で分布しており  $\alpha$  に大きく依存する.  $\alpha$  が小さいときは 1 付近に分布しており,  $\alpha$  が大きくなるにつれて小さくなり  $\alpha = 1$  で  $a/W$  の全ての領域で最小の値  $F_{Imin}^{(b)}$  を与える. 一方,  $F_{II}$  は  $\alpha$  が大きくなるにつれて大きくなりき裂が大きいほど大きい幅で変化し,  $\alpha = 1$  のときき裂が極端に大きい場合を除き最大の値  $F_{IImax}^{(b)}$  を与える.

Fig. 10 の  $\beta = 0.1$  と Fig. 11 の  $\beta = 0.2$  では  $F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  は  $\beta = 0$  のときと似ているが  $\beta = 0$  のときよりやや狭い範囲で分布している. 一方,  $F_{II}^{(b)}$  は正の値と負の値を示す領域が生じており,  $\alpha$  が大きいときは正の値で,  $\alpha$  が小さいときは負の値を示すようになる.

Fig. 12 の  $\beta = 0.3$  の場合では  $\alpha = 0.2$  のときに全てのき裂

の長さに対して最大の値  $F_{I}^{(b)}$  を与える. 一方,  $F_{II}$  は  $\alpha = 0.2$  のときに最小の値  $F_{IImin}^{(b)}$  を与える.

Fig. 13 は  $\beta = 0.4$  と Fig. 14 の  $\beta = 0.45$  の場合で, き裂が大きくなるにつれてしだいに減少する. 一方  $F_{II}^{(b)}$  はほとんどの範囲で負の値を示す.

$F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  は  $a/W \leq 0.9$  の範囲で  $0.751 < F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)} < 1.036$ , 1 よりやや小さい狭い範囲で分布している.

Fig. 7 (b) ~ Fig. 14 (b) に示している  $F_{II}^{(b)}$  は  $a/W$  の増加に対して単調に増加する. しかし,  $F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  はそれほど変化していない. この原因は縦軸に  $F_I^{(b)}$  と  $F_{Ihomo}^{(b)}$  の比を表示しているためである. 例として, Fig. 7 (a) Fig. 8 (a) の  $F_I^{(b)}/F_{Ihomo}^{(b)}$  を  $F_I^{(b)}$  に変えた場合を Fig. 15 と Fig. 16 に示す. こららの図に示すように  $F_I^{(b)}$  も  $a/W$  の増加に対して単調に増加する.

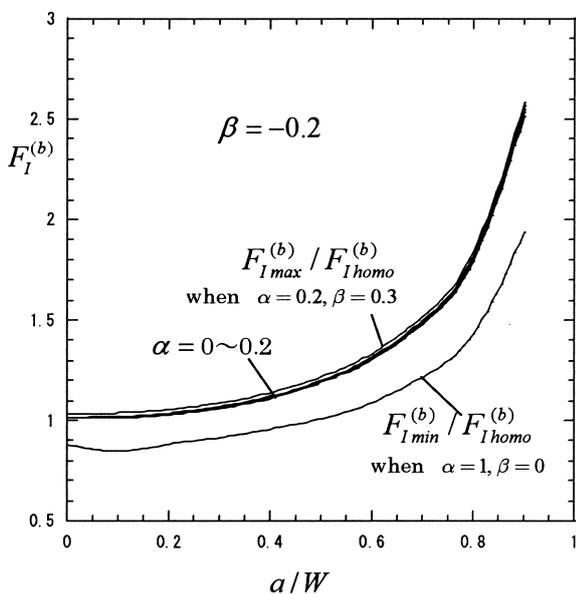


Fig. 15  $F_I^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = -0.2$ .

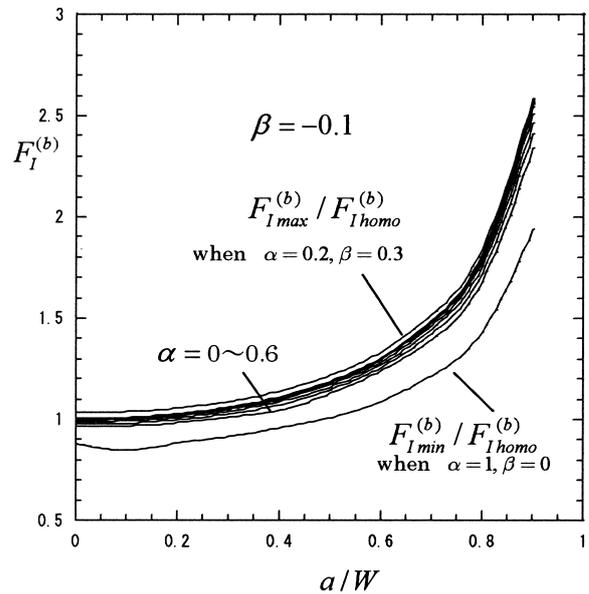


Fig. 16  $F_I^{(b)}$  vs.  $a/W$  when  $\beta = -0.1$ .

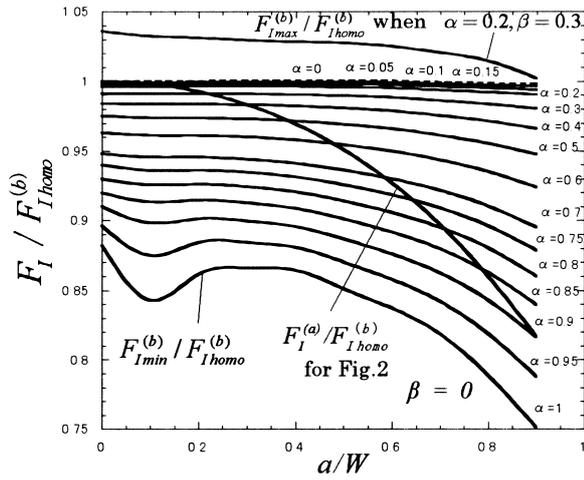


Fig. 17 Comparison between the results in Fig. 2 (a) and Fig. 2 (b) when  $\beta = 0$ .

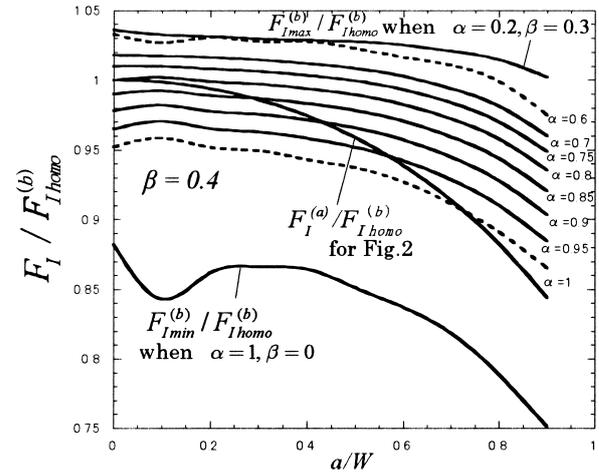


Fig. 18 Comparison between the results in Fig. 2 (a) and Fig. 2 (b) when  $\beta = 0.4$ .

### 5 無限周期界面き裂と中央界面き裂の比較

Fig. 2 (a) と Fig. 2 (b) の結果の比較をするために、Fig. 17 に  $\beta = 0$  の場合の Fig. 2 (a) の結果を  $F_I^{(a)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  として重ねて示す。同様に、Fig. 18 に  $\beta = 0.4$  の場合の結果を示す。無限周期界面き裂の場合、 $F_I^{(a)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  はき裂が大きいきを除き  $F_I^{(b)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  の範囲の中に分布している。 $\beta$  を固定し比較すると、無限周期界面き裂は、き裂が小さいときは接合有限板中の界面き裂の  $\alpha$  が小さいときと近い値を示し、き裂が大きくなるにつれて  $\alpha$  が大きいときと近い値を示すことがわかった。

### 6 結 言

本研究では有限要素法解析によるき裂先端節点における応力値を用いて、基準解との比をとることにより応力拡大係数を決定する解析法を界面き裂問題に適用して、その応力拡大係数を考察した。

(1) Fig. 2 (a) の接合板中の無限周期界面き裂における材料組合せとき裂の相対長さが応力拡大係数に与える影響を考察した。 $\varepsilon$  が大きくなると  $F_I^{(a)}$ 、 $F_{II}^{(a)}$  とともに増加する (Fig. 4, Table 1)。

(2) Fig. 2 (b) の接合板中の界面き裂における材料組合せとき裂の相対長さが応力拡大係数に与える影響を考察した。均質材の結果との比  $F_I^{(b)} / F_{I_{homo}}^{(b)}$  は、 $a/W \leq 0.9$  の範囲で、 $0.751 < F_I^{(b)} / F_{I_{homo}}^{(b)} < 1.036$  と、多くの場合 1 よりやや小さい狭い範囲で分布している。

$F_I^{(b)}$  は常に、 $\alpha = 0.2$ 、 $\beta = 0.3$  で最大となり、 $\alpha = 1.0$ 、 $\beta = 0$  で最小となる。 $F_{II}^{(b)}$  はき裂が極端に大きいきを除き、常に、 $\alpha = 1.0$ 、 $\beta = 0$  で最大  $\alpha = 0.2$ 、 $\beta = 0.3$  で最小となる。

(3)  $\beta$  を固定して無限周期界面き裂と接合有限板中の

界面き裂を比較した結果、無限周期界面き裂は、き裂が小さいときは接合有限板中の界面き裂の  $\alpha$  が小さいときと近い値を示し、き裂が大きくなるにつれて  $\alpha$  が大きいときと近い値を示すことがわかった (Fig. 17, 18)。

### 参 考 文 献

- 1) Y. Yuki, "Mechanics of Interface", p.102 (1992) Baifuukan.
- 2) N-A. Noda, Y. Zhang, X. Lan, Y. Takase and K. Oda, "Effect of Material Combination on the Stress Intensity Factor of Interface Cracks", Proceedings of the 14th Symposium on Fracture and Fracture Mechanics, pp.50-54 (2009).
- 3) K. Oda, K. Kamisugi and N-A. Noda, "Stress intensity factor analysis of interface cracks based on proportional method", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.75, pp.467-482 (2009).
- 4) T. Teranisi and H. Nisitani, "Determination of highly accurate values of stress intensity factor in a plate of arbitrary form by FEM", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.65, pp.16-21 (1999).
- 5) H. Nisitani, T. Teranisi and K. Fukuyama, "Stress intensity factor analysis of a biomaterial plate based on the crack tip stress method", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.69, pp.1203-1208 (2003).
- 6) M. Isida, "Elasticity analysis and stress intensity factor of crack", p.86 (1976) Baifuukan.
- 7) H. Okamura, "Introduction linear fracture mechanics", p.217 (1990) Baifuukan.