日本機械学会論文集（A 編）
78 巻 785 号（2012-1）

原著論文 No. 2011-JAR-0692

任意の材料組合せに対する縁界面き裂を有する接合半無限板の面内曲げにおける応力拡大係数*

蘭 欣[*1]，道中 健吾[*2]，野田 尚昭[*3]，張 玉[*1]

Stress Intensity Factor of an Edge Interface Crack in a Bonded Finite Plate Subjected to Bending under Arbitrary Material Combination

Xin LAN, Kengo MICHINAKA, Nao-Aki NODA[*3] and Yu ZHANG

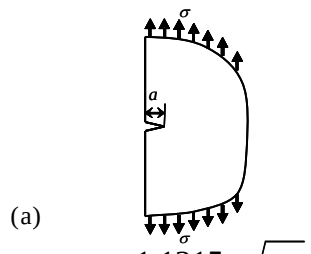
[*3] Department of Mechanical and Control Engineering, Kyushu Institute of Technology, 1-1 Sensui-Cho, Tobata-Ku, Kitakyushu-Shi, Fukuoka, Japan

Although a lot of interface crack problems were previously treated, few solutions are available under arbitrary material combinations. This paper deals with an edge interface crack in a bonded finite plate and a semi-infinite plate. Then, the effects of material combination on the stress intensity factors are discussed. To obtain the interface stress intensity factor very accurately, a useful method is presented on the basis of the stress values at the crack tip calculated by the finite element method. Then, the stress intensity factors are indicated in charts under arbitrary material combinations for the bonded structure subjected to bending loading conditions and tension. For the edge interface crack, it is found that the dimensionless stress intensity factors are not always finite depending on Dundurs' parameters α and β.

Key Words : Elasticity, Stress Intensity Factor, Fracture Mechanics, Finite Element Method, Edge Interface Crack

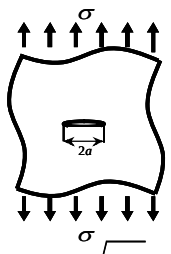
1. 緒　　言

半無限板中の縁き裂の問題は，内部き裂に対して縁き裂がどの程度危険であるかを評価するうえでも重要な問題である．図 1 に示す 2 つの基本問題の応力拡大係数を比べると，図 1(a)が図 1(b)の半分のき裂長さであるにもかかわらず 12%以上危険であることがわかる．一方，界面き裂の問題(図 2)に対しては，このような最も基本的な引張りを受ける半無限板中の縁き裂の問題に対しても信頼できる結果は示されていなかった. そこで著者らは，任意の材料組合せに対して信頼できる結果をさきの研究で与えた(1)．その結果を図 3 に示す．図 3 に示すように無次元化応力拡大係数 F_I は材料組合せに依存して $a/W \to 0$ で $F_I \to \infty$， $F_I =$ 有限， $F_I \to 0$ となるけれども $F_I \left(a/W\right)^{1-\lambda}$ は常に定数となることを示している．ここで λ は図 4 のき裂のない接合板の特異性指数 $\sigma_y \propto 1/r^{1-\lambda}$ ($r \to \infty$) であり，材料組合せに依存して①$F_I \to \infty$，②$F_I =$ 有限，③$F_I \to 0$ となることは，界面き裂のない接合板端部(図 4)で材料組合せによって $r \to 0$ のとき①$\sigma_y \to \infty$ ($\lambda \le 1$)，②$\sigma_y =$ 有限($\lambda = 1$)，③$\sigma_y \to 0$ ($\lambda \ge 1$)となることから生じる．



(a)

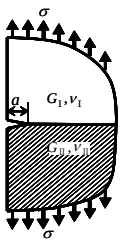
$K_I = 1.1215\sigma\sqrt{\pi a}$



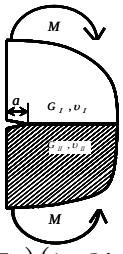
(b)

$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$

Fig.1 (a)Edge crack and (b) Internal crack in homogeneous wide plate



(a)



(b)

$K_I + iK_{II} = \sigma\sqrt{\pi a}\left(F_I + iF_{II}\right)\left(1 + 2i\varepsilon\right)$

Fig.2 Edge crack in bonded wide plate (a)under tension (b) under bending

[*] 原稿受付　2011 年 8 月 19 日

[*1] 正員，九州工業大学大学院工学府機械知能工学専攻
（〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町 1-1）
[*2] 学生員，九州工業大学大学院工学府機械知能工学専攻
[*3] 正員，九州工業大学工学研究院
E-mail: noda@mech.kyutech.ac.jp

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

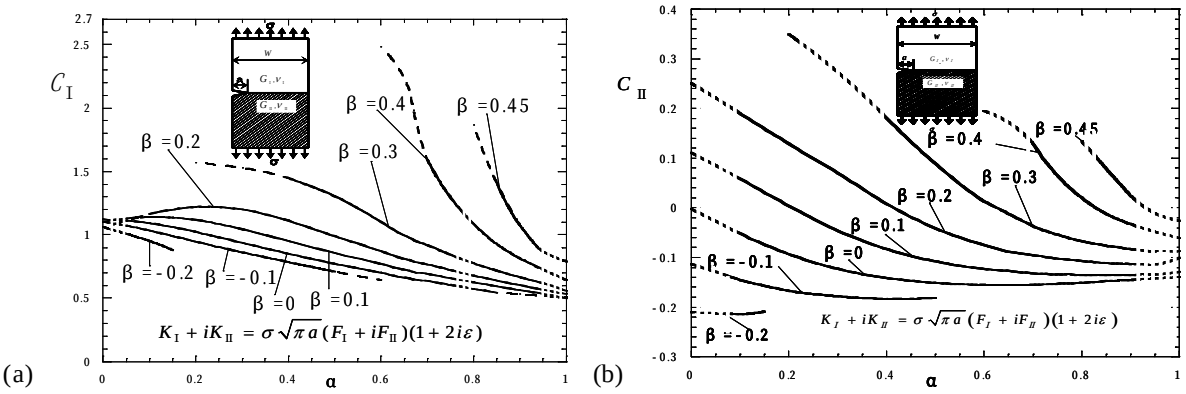


Fig.3 Values of (a) $C_I = F_{\mathrm{I}} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ and (b) $C_{\mathrm{II}} = F_{\mathrm{II}} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ when $a/W \to 0$

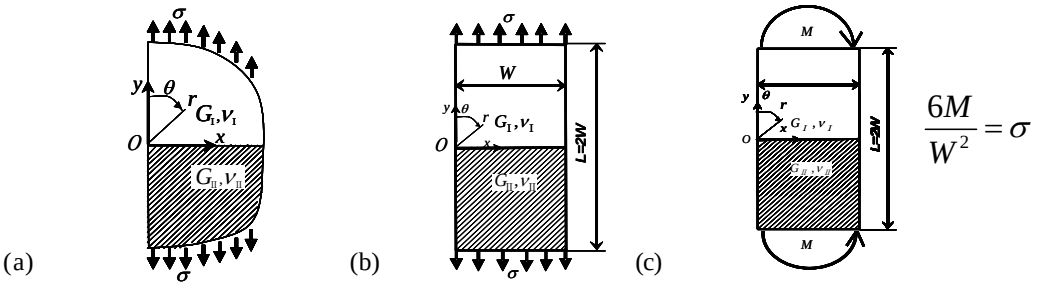


Fig.4 (a)Bonded semi-infinite plate and bonded finite plate (b)under tension (c)under bending

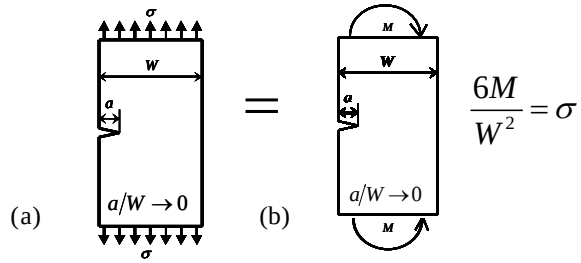


Fig.5 Finite plate (a)under tension (b)under bending when $a/W \to 0$

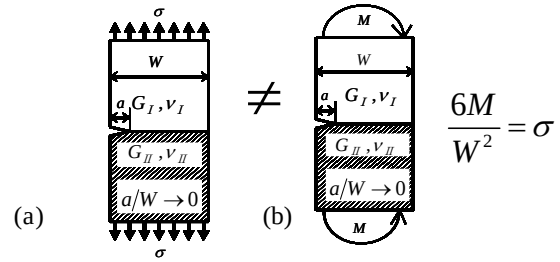


Fig.6 Bonded finite plate (a)under tension (b)under bending when $a/W \to 0$

本研究では，このような接合板に面内曲げが作用する問題(図 2(b))を考察する．図 5(a)，(b)に示すような均質接合板が引張りまたは面内曲げを受ける場合には $a/W \to 0$ で K_I が等しくなり $K_I = 1.1215\sigma\sqrt{\pi a}$ で表せる．一方，縁界面き裂を有する接合有限板の曲げ(図 6)ではき裂のない接合板の問題(図 4(b),(c))で接合端部の σ_y の特異性の強さ[2][3]が異なるため $a/W \to 0$ の極限でも K_I は必ずしも等しくならない．そこで本論文では，まず図 6(b)の $a/W \to 0$ の極限の値を考察し，図 6(a)の $a/W \to 0$ の極限の値との違いを明確にする．

2. 解析方法の概略

2･1 第 0 節点法について

本研究で用いる解析方法は，(1) 解析対象の有限要素法(FEM)解析によって得られるき裂先端近傍の応力ないし変位の解析結果をそのまま利用し，(2) 厳密解の知られている基準問題(ここでは文献[3]を使用)との比をとることにより応力拡大係数を決定する手法である[4]~[6]．この方法では，有限要素法解析の誤差は主としてき裂先端近傍のメッシュに依存することを利用している．つまり，2 つの異なる問題［(1) 解析対象と (2) 基準問題］をき裂先端近傍で同じメッシュを用いて解析すれば，それらの応力拡大係数がき裂先端の第 0 節点の応力を用いて評価できる．界面き裂問題への第 0 節点の適用についての詳細はさきに示しているので[4],[6]省略する．

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

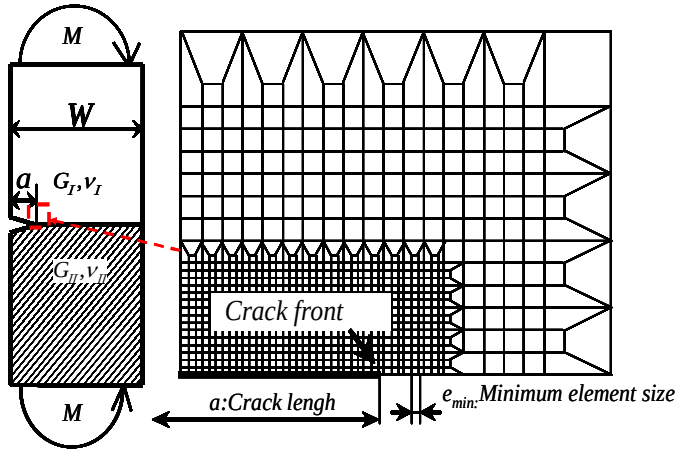


Fig.7 Analytical model of edge interface crack when e_{min}/a

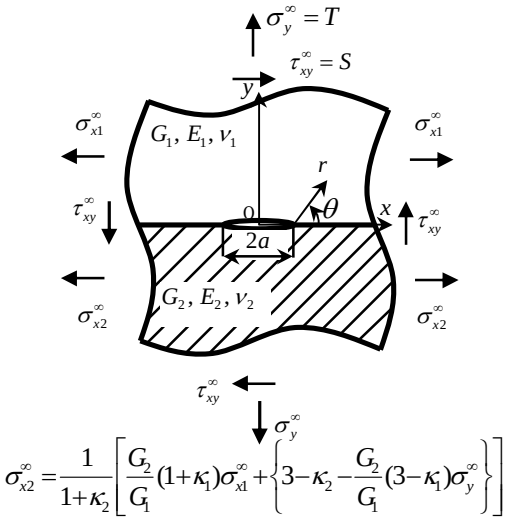


Fig.8 Reference problem

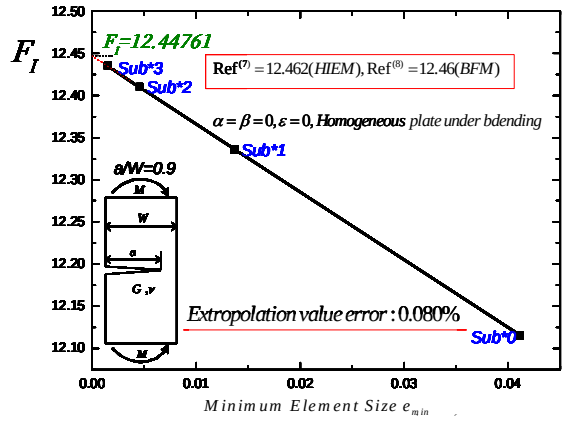


Fig.9 The map of α and β

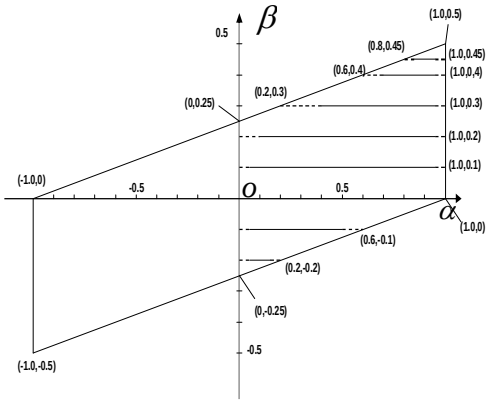


Fig.10 Effect of minimum element size on F_I edge crack in homogeneous plate subjected external bending

図 7 に，本研究で用いる縁界面き裂の形状とき裂先端近傍の要素分割の例を示す．界面き裂の解析では，き裂周りのメッシュをある程度細かくすることが必要である．界面き裂の基準問題として，図 8 に示す接合無限板の解が厳密解として知られているので，それを利用する．

2･2　外挿による正確な応力拡大係数の与え方

有限要素法(FEM)は，要素が有限であることによる誤差が生じる．FEM モデルの最小要素サイズが十分小さいとき，この誤差は中央界面き裂の問題[7],[8]では基準問題(図 8)の誤差とほぼ等しいので無視できる．しかし，この方法を適用して図6(b)の a/W が大きい場合を解析するとFEMモデルのメッシュの最小要素寸法の影響が大きいためそのまま深い縁き裂の問題に適用できないことが明らかとなった．図 9 には均質材の縁き裂で $a/W=0.9$ のときの最小要素サイズと F_I の関係を示す．図 9 から深い縁き裂の問題では，最小要素サイズを小さくしていっても F_I の値は一定にならないことがわかる．しかし，図 9 に示すように最小要素サイズ e_{min} を 0 に外挿すると $F_I=12.45$ となり，さきの研究の結果 $F_I=12.46$ [9][10]と比較するとその誤差は 0.08%で一致する．よって，最小要素サイズ $e_{min}\to 0$ を外挿によって求めることにより高精度の解析結果が得られることがわかる．一方，a/W が小さいときは, 図9 と異なり F_I の値の変化は小さいけれども本論文では外挿によって $e_{min}\to 0$ の F_I F_{II} の値を正確に求めた．以下では式(1)で定義される無次元化応力拡大係数 F_I， F_{II} を用いて結果を示す．図 10 に本研究で考察した α,β の範囲を示す．ここで α,β は式(2)で定義される Dundurs の複合材料パラメーターでありポアソン比 ν と横弾性係数 G により表せる．

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

$$K_I + iK_{II} = \left(F_I + iF_{II}\right)\sigma\sqrt{\pi a}\left(1+2i\varepsilon\right),\ \varepsilon = \frac{1}{2\pi} ln\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) \tag{1}$$

$$\alpha = \frac{G_1\left(\kappa_2+1\right)-G_2\left(\kappa_1+1\right)}{G_1\left(\kappa_2+1\right)+G_2\left(\kappa_1+1\right)}, \beta = \frac{G_1\left(\kappa_2-1\right)-G_2\left(\kappa_1-1\right)}{G_1\left(\kappa_2+1\right)+G_2\left(\kappa_1+1\right)}, \kappa_j = \frac{3-\nu_j}{1+\nu_j}\left(plane\ stress\right),\ 3-4\nu_j\left(plane\ strain\right),\ \left(\mathrm{j}=1,2\right) \tag{2}$$

図 2(a),(b),図 6(a),(b)の問題で，上下の 2 種類の材料を逆にするとき，上の式より，α,β の値がマイナスになる．即ち，$\alpha \to -\alpha, \beta \to -\beta$ となる．しかしながら，上下材料を入れ替えた場合の応力拡大係数は$F_I \to F_I, F_{II} \to -F_{II}$ となるので本解析では$\alpha \geq 0$ の範囲を対象とする．

3. き裂長さと応力拡大係数の関係

本研究では，まず接合有限板中の縁界面き裂(図 6(b)) の応力拡大係数を考察し，それを基にして接合半無限板の応力拡大係数(図 2)を考察する．図 11 に図 6(b)の接合有限板の縁き裂の問題でβ=0.3 と固定して，α=0.4～0.95 の場合のF_I とF_{II} の値をa/W に対して示す．同様の検討を他のα,β にも行うことにより，図 2 の縁界面き裂を有する接合半無限板の応力拡大係数F_I, F_{II} は式(3)のようになることがわかる．

$$\begin{aligned} &\alpha(\alpha-2\beta)>0: && F_I, F_{II} \to \infty \\ &\alpha(\alpha-2\beta)=0: && F_I, F_{II} \text{ 有限} \\ &\alpha(\alpha-2\beta)<0: && F_I, F_{II} \to 0 \end{aligned} \tag{3}$$

図 12(a)は図 11 を両対数グラフに整理した結果である．これより図 6(b)の問題のF_I, F_{II} とa/W はa/W <10^{-3} で$F_I \propto (a/W)^S$，$F_{II} \propto (a/W)^S$ の関係があることが示される．図 12(b)に接合有限板が引張りを受ける場合の結果を示し，図 13 に変数S の数値を示す．$F_I \to \infty, F_{II} \to \infty$ の場合でも実際のき裂の進展には，K_I, K_{II} そのものが重要であるので図 14 にK_I, K_{II} の結果を示す．図 14 よりで$a/W \to 0$ $F_I \to \infty, F_{II} \to \infty$ となる場合でも$K_I \to 0, K_{II} \to 0$ となることがわかる．すなわち，界面縁き裂(図 6(b))の応力拡大係数はa/W の増加に伴って単調に増加する(図 14).

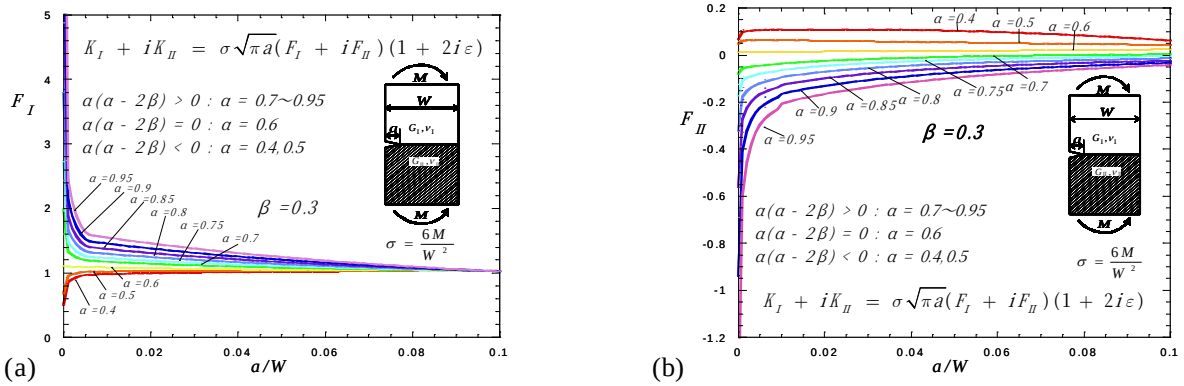


Fig.11 (a) F_I (b) F_{II} for cracked bonded plate

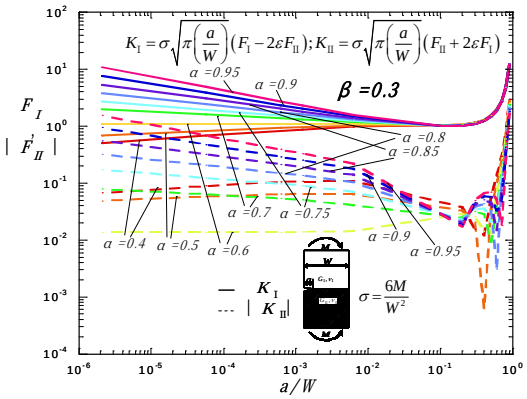


Fig.12 F_I and $|F_{II}|$ vs. a/W

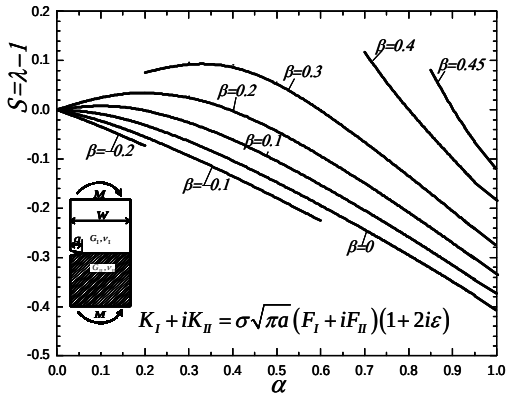


Fig.13 Values of $S = \lambda - 1$

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

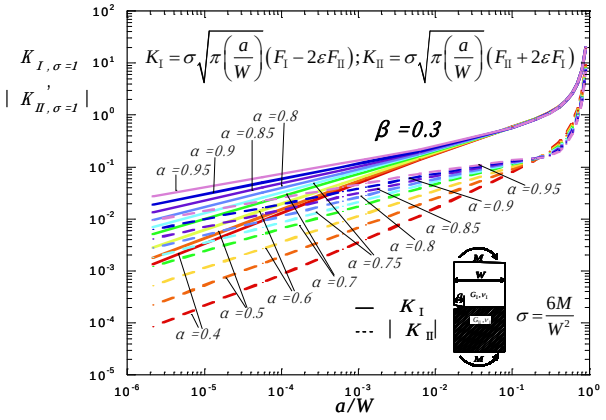


Fig.14 K_I, K_{II} of an edge crack in a bonded semi-infinite plate

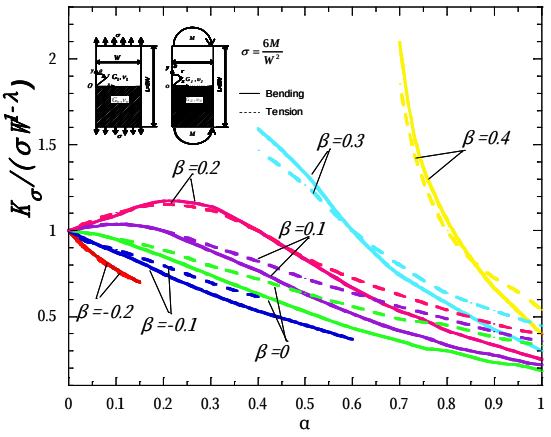


Fig.15 K_σ in bonded finite plate

4. 片側界面き裂を有する接合有限板の曲げと引張りの比較

4・1 き裂のない接合有限板端部の特異応力場

前章の結果をき裂の無い接合板の問題より考察する．界面き裂がない接合無限板(図 4 参照)の接合端部($r\to 0$)の特異応力の有無に関して，以下の判定条件が知られている[11][12].

$$\begin{aligned}&\alpha(\alpha-2\beta)>0:\ \lambda<1 \quad \text{特異性あり}\\ &\alpha(\alpha-2\beta)=0:\ \lambda=1 \quad \text{応力有限}\\ &\alpha(\alpha-2\beta)<0:\ \lambda>1 \quad \text{応力 0}\end{aligned} \tag{4}$$

ここでλは界面端の応力特異性指数であり，界面端部近傍の応力は$\sigma_y\propto 1/x^{1-\lambda}$と表される．図 4 の接合端部における特異応力場は常に次式のように 1 個の実数パラメータ K だけによって表される[2].

$$\sigma_\theta=r^{\lambda-1}f_{\theta\theta}(\theta)K,\quad \tau_{r\theta}=r^{\lambda-1}f_{r\theta}(\theta)K \tag{5}$$

これは，図 4 の特異応力場の強さがパラメータ K に比例することを意味している．パラメータ K が求まれば，式(5)を通じて接合角部における特異応力場が具体的に求まる．ここでλは以下の特性方程式の解である[11],[12]．

$$\left[\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right)-\left(1-\lambda^2\right)\right]^2\beta^2+2\left(1-\lambda^2\right)\left[\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right)-\left(1-\lambda^2\right)\right]\alpha\beta+\left(1-\lambda^2\right)\left[\left(1-\lambda^2\right)-1\right]\alpha^2+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right)=0 \tag{6}$$

この方程式は$\alpha(\alpha-2\beta)>0$で一つの実根$\lambda<1$をもつ．このとき界面の特異応力σ_θの強さK_σは次式によって定義される[2].

$$K_\sigma=\lim_{r\to 0}\left[r^{1-\lambda}\times\sigma_{\theta|\theta=\pi/2}\right] \tag{7}$$

また，K_σと式(5)中のKは，1 対 1 の関係にあり，K_σが求まれば，Kは次式によって求めることができる．これは，固有関数展開法によって求められた結果である[2].

$$K=K_\sigma/\{4\lambda\cos(\lambda\pi/2)[(\lambda+1-\lambda\beta)\cos(\lambda\pi)+(\lambda+1)(2\lambda\beta-1)-\lambda\beta+2\lambda^2(\lambda+1)(\alpha-\beta)]\} \tag{8}$$

図 15 に，図 4 (b),(c)の接合端部のK_σの無次元値$F_\sigma=K_\sigma/(\sigma W^{1-\lambda})$の解析結果を示す[2],[3]．図 15 の縦軸より板幅Wの特異応力場σ_θと板幅W'の特異応力場σ'_θの特異応力場に以下の関係があることがわかる．

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma'_\theta}=\left(\frac{W}{W'}\right)^{1-\lambda} \tag{9}$$

また, 図 15 よりき裂のない接合有限板が引張り荷重を受ける問題(図 4(b))と面内曲げ荷重を受ける問題(図 4(c))を比較すると式(10)に示すような関係があることがわかる．

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

$$\begin{aligned}
&\alpha(\alpha-2\beta)>0,\ \lambda<1:\ K_\sigma/\left(\sigma W^{1-\lambda}\right)_{tension}<K_\sigma/\left(\sigma W^{1-\lambda}\right)_{bending},\left(\sigma=6M/W^2\right)\\
&\alpha(\alpha-2\beta)=0,\ \lambda=1:\ K_\sigma/\left(\sigma W^{1-\lambda}\right)_{tension}=K_\sigma/\left(\sigma W^{1-\lambda}\right)_{bending},\left(\sigma=6M/W^2\right)\\
&\alpha(\alpha-2\beta)<0,\ \lambda>1:\ K_\sigma/\left(\sigma W^{1-\lambda}\right)_{tension}>K_\sigma/\left(\sigma W^{1-\lambda}\right)_{bending},\left(\sigma=6M/W^2\right)
\end{aligned} \tag{10}$$

4・2　接合有限板中の縁界面き裂の応力拡大係数の漸近解

式(9)より図 6(b)の $F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}$,$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}$ と a/W の関係を図 16(a)に接合半無限板中の縁き裂が面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(b))と図 16(b)に引張りを受ける問題(図 6(a))の $F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}$,$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}$ を示す. 図 16(a),(b)より面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(b))と引張りを受ける問題(図 6(a))を比較すると図 17(a),(b),(c)のような関係が成立する．$\alpha(\alpha-2\beta)>0$ (図 17(a))の場合，$F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}$,$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}$ の値は面内曲げ荷重(図 6(b))を受ける問題が大きくなる．$\alpha(\alpha-2\beta)=0$ (図 17(b))の場合，$F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}$,$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}$ の値は一致する．$\alpha(\alpha-2\beta)<0$ (図 17(c))の場合，$F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}$,$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}$ の値は，引張り荷重を受ける問題(図 6(a))が大きくなる．また，図 16(a),(b)から $F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}$,$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}$ の値は $a/W<10^{-3}$ でその数値は $\alpha=0.4$ 以外で 3 桁以上一致し一定となることがわかり，$\alpha=0.4$ のときも a/W が 0 に近づくにつれて一定となることがわかる. すなわち $a/W<10^{-3}$ で以下の関係が成立する.

$$F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}=C_I \tag{11}$$

$$F_{II}\cdot(a/W)^{1-\lambda}=C_{II} \tag{12}$$

ここで，C_I,C_{II} は定数であり，表 2 及び表 3 にそれぞれ数値を示す．また，図 18(a),(b)に接合半無限板中の縁き裂が面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(b))と引張りを受ける問題(図 6(a))の定数 C_I,C_{II} を図示する．表 2,3 および図 18(a),(b)より面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(b))と引張りを受ける問題(図 6(a))を比較すると $\alpha(\alpha-2\beta)=0$ (下線部分)で $a/W\to0$ の場合の引張りと面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(a),(b))では定数 C_I,C_{II} の値は一致することがわかる． $\alpha(\alpha-2\beta)>0$ の場合，定数 C_I,C_{II} の値は引張り荷重を受ける問題(図 6(a))が大きくなり，$\alpha(\alpha-2\beta)<0$ の場合，定数 C_I,C_{II} の値は面内曲げ荷重(図 6(b))を受ける問題が大きくなることがわかる.

Table1Values of λ for Eq.(6)

α	β =-0.2	β =-0.1	β =0	β =0.1	β =0.2	β =0.3	β =0.4	β =0.45
0	1	1	1	1	1			
0.05	0.98378	0.99035	0.99800	1.00613	1.01403			
0.1	0.96593	0.97774	0.99205	1.00831	1.02512			
0.15	0.94684	0.96269	0.98253	1.00626	1.03279			
0.2	0.92685	0.94571	0.96987	1	1.03604	1.07562		
0.3		0.90752	0.93713	0.97605	1.02764	1.09640		
0.4		0.86549	0.89741	0.94025	1	1.09130		
0.5		0.82096	0.85320	0.89662	0.95796	1.05584		
0.6		0.77459	0.80597	0.84801	0.90711	1		
0.7			0.75644	0.79606	0.85104	0.93477	1.11741	
0.75			0.73090	0.76909	0.82169	0.90048	1.05468	
0.8			0.70481	0.74151	0.79163	0.86554	1	
0.85			0.67824	0.71331	0.76091	0.83006	0.94923	1.08125
0.9			0.65105	0.68448	0.72953	0.79410	0.90075	1
0.95			0.62320	0.65496	0.69745	0.75761	0.85364	0.93488
1			0.59461	0.62466	0.66461	0.72053	0.80731	0.87624

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

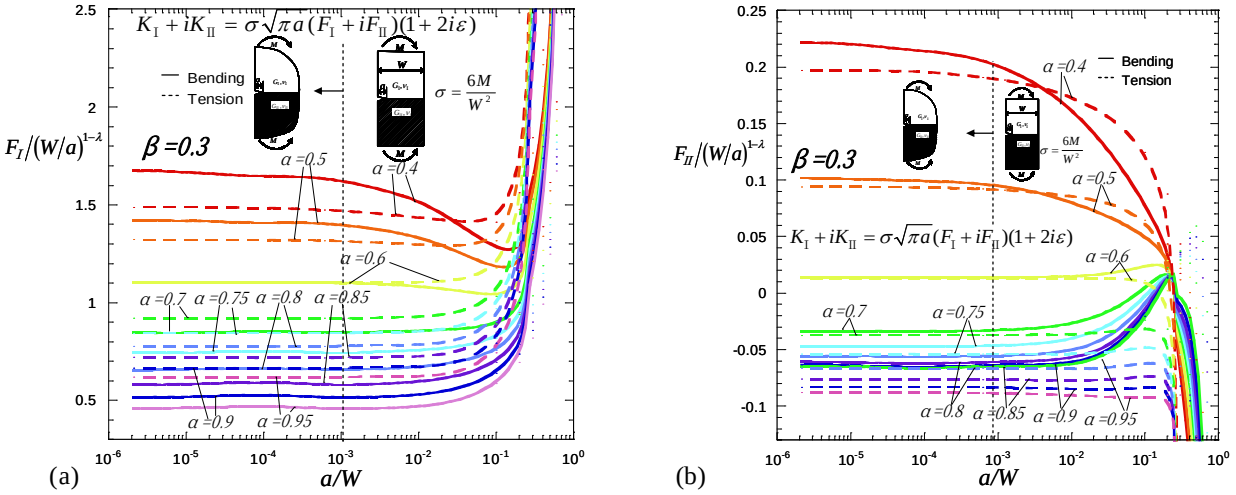


Fig.16 (a) $F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ (b) $F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ vs a/W

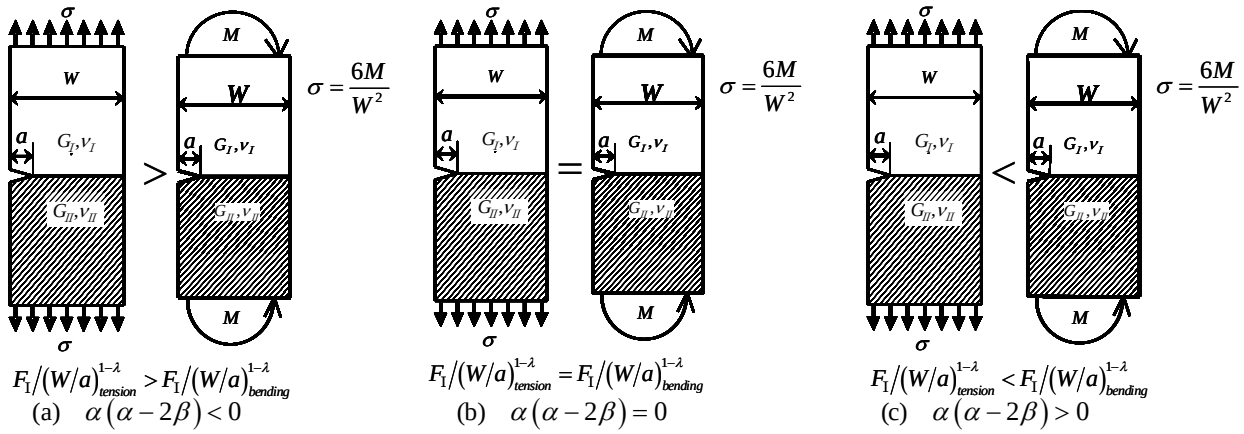


Fig.17 Comparison tension and bending when (a) $\alpha(\alpha-2\beta)<0, \lambda>1, F_I, F_{II} \to 0$
(b) $\alpha(\alpha-2\beta)=0, \lambda=1, F_I, F_{II} \to$ finite (c) $\alpha(\alpha-2\beta)>0, \lambda<1, F_I, F_{II} \to \infty$

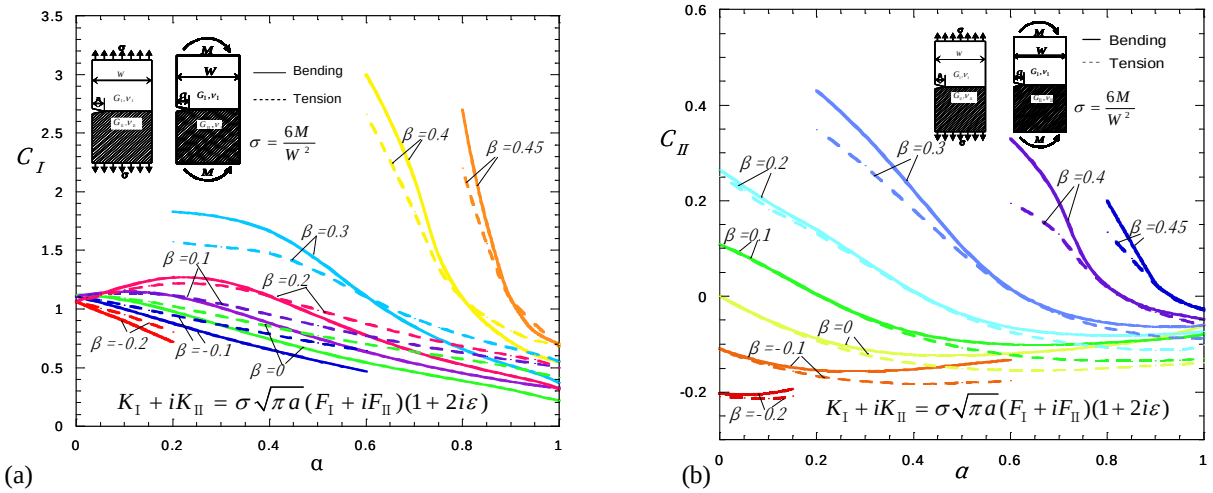


Fig.18 Values of (a) $C_I = F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ and (b) $C_{II} = F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ when $a/W \to 0$

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

Table 2 Values of C_I for Fig.2（b）

$\left[F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda} = C_I,\ K_I + iK_{II} = \sigma\sqrt{\pi a}\,(F_I + iF_{II})(1+2i\varepsilon),\right.$
$\left.\underline{\quad}:\ C_I = F_I(\lambda = 1)\ for\ Fig.17(a),\ (\quad):extrapolated\ value \right]$

α	β =-0.2	β =-0.1	β =0	β =0.1	β =0.2	β =0.3	β =0.4	β =0.45
0	(1.065)	(1.107)	(1.1215)	(1.107)	(1.065)			
0.05	0.977	1.057	1.109	1.137	(1.130)			
0.1	0.898	1.000	1.081	1.153	1.195			
0.15	0.808	0.939	1.037	1.146	1.247			
0.2	0.718	0.878	0.982	1.119	1.277	(1.830)		
0.3		0.760	0.861	1.014	1.248	(1.787)		
0.4		0.655	0.742	0.880	1.113	1.674		
0.5		0.557	0.636	0.749	0.939	1.423		
0.6		(0.467)	0.542	0.634	0.774	1.103	(3.000)	
0.7			0.461	0.535	0.636	0.845	2.125	
0.75			0.423	0.491	0.576	0.743	1.435	
0.8			0.387	0.451	0.523	0.655	1.086	(2.700)
0.85			0.351	0.414	0.474	0.580	0.870	1.728
0.9			(0.313)	0.379	0.430	0.515	0.718	1.075
0.95			(0.262)	0.347	0.389	0.457	0.605	0.801
1			(0.217)	(0.328)	(0.315)	(0.370)	(0.550)	(0.700)

Table 3 Values of C_{II} for Fig.6（b）

$\left[F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda} = C_{II},\ K_I + iK_{II} = \sigma\sqrt{\pi a}\,(F_I + iF_{II})(1+2i\varepsilon),\right.$
$\left.\underline{\quad}:\ C_{II} = F_{II}(\lambda = 1)\ for\ Fig.17(b),\ (\quad):extrapolated\ value \right]$

α	β =-0.2	β =-0.1	β =0	β =0.1	β =0.2	β =0.3	β =0.4	β =0.45
0	(-0.203)	(-0.109)	(0.000)	(0.108)	(0.265)			
0.05	-0.206	-0.127	-0.026	0.086	(0.230)			
0.1	-0.203	-0.140	-0.051	0.060	0.195			
0.15	-0.194	-0.149	-0.072	0.032	0.167			
0.2		-0.155	-0.089	0.004	0.141	(0.430)		
0.3		-0.157	-0.113	-0.044	0.074	(0.338)		
0.4		-0.153	-0.123	-0.077	0.008	0.222		
0.5		-0.143	-0.124	-0.094	-0.039	0.102		
0.6		(-0.133)	-0.120	-0.101	-0.066	0.013	(0.330)	
0.7			-0.113	-0.101	-0.078	-0.034	0.202	
0.75			-0.108	-0.100	-0.081	-0.047	0.078	
0.8			-0.103	-0.097	-0.082	-0.056	0.020	(0.200)
0.85			-0.097	-0.094	-0.082	-0.061	-0.010	0.112
0.9			(-0.089)	-0.091	-0.080	-0.064	-0.029	0.024
0.95			(-0.077)	-0.087	-0.078	-0.065	-0.039	-0.009
1			(-0.060)	(-0.079)	(-0.073)	(-0.060)	(-0.048)	(-0.029)

5. 結　言

本論文では，図 2(b)に示すような接合半無限板中の縁き裂が面内曲げ荷重を受ける問題を接合半無限板中の縁き裂が引張りを受ける問題(図 2(a))と比較して考察した．得られた結果をまとめると以下のようになる．

（1）面内曲げ荷重を受ける界面縁き裂(長さ a)を有する接合有限板(幅 W)の無次元化応力拡大係数 F_I, F_{II} は $a/W \to 10^{-3}$ で $F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda} = C_I, F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda} = C_{II}$ と表される．ここで，C_I, C_{II} は材料組み合わせによって決まる定数で表 2，3 に示される．また，λ は接合界面端部の特異性指数(表 1)である．

（2）面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(b))を引張を受ける問題(図 6(a))と比較すると表 2,3 および図 18(a),(b)より $\alpha(\alpha - 2\beta) = 0$ (下線部分)で $a/W \to 0$ の場合の引張りと面内曲げ荷重を受ける問題(図 6(a),(b))では定数 C_I, C_{II} の値は一致する． $\alpha(\alpha - 2\beta) > 0$ の場合，定数 C_I, C_{II} の値は引張り荷重を受ける問題(図 6(a))が大きくなり，$\alpha(\alpha - 2\beta) < 0$ の場合，定数 C_I, C_{II} の値は面内曲げ荷重(図 6(b))を受ける問題が大きくなる．

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers

文　献

(1) 野田尚昭，蘭欣，道中健吾，張玉，小田和広，“任意の材料組合せを考慮した縁界面き裂を有する接合半無限板の応力拡大係数”，日本機械学会論文集A編，Vol．76,No．770 (2010)，pp．1270-1227．
(2) 陳玳珩,西谷弘信,“板状接合試験片における特異応力場の強さ”,日本機械学会論文集A編,Vol．59,No．567(1993)，pp．2682-2686．
(3) 野田尚昭，白尾亮司，李俊，杉本淳典,“強化繊維の引抜きにおける繊維端部の特異応力場の強さ”，日本機械学会論文集A編，Vol．72,No．721(2006)，pp．1397-1404．
(4) 小田和広,神杉一吉,野田尚昭,“比例法による界面き裂の応力拡大係数解析”,日本機械学会論文集A編,Vol．75，No．752(2009)，pp．476-482．
(5) 寺西高広，西谷弘信,“FEMを用いた任意形状板材における応力拡大係数の高精度決定法”，日本機械学会論文集A編，Vol.65,No．638(1999)，pp．2032-2037．
(6) 西谷弘信，寺西高広，福山慶介,“第ゼロ節点法による異種接合材の応力拡大係数解析”，日本機械学会論文集A編，Vol．69,No．684(2003)，pp．1203-1208．
(7) 野田尚昭，張玉，高石謙太郎，蘭欣，“任意の材料組合せに対する界面き裂の応力拡大係数（き裂の相対長さの影響）”，材料，Vol．59，No．12，(2010)，pp.900-907．
(8) 野田尚昭，張玉，蘭欣，高石謙太郎，小田和広，“遠方で一軸引張りを受ける接合板中の界面き裂の応力拡大係数”，日本機械学会論文集A編，Vol．72，No．772，(2010)，pp.1587 1595．
(9) 野田尚昭，荒木清己，Fazil ERDOGAN,“片側き裂を有する二層複合板の応力拡大係数”,日本機械学会論文集A編,Vol．57,No．537(1991)，pp．1102-1109．
(10) Kaya，A.C.，Erdogan，F.，On the Solution of Integral Equations with Strongly Singular Kernels，*Quarterly of Applied Mathematics*，Vol．1，No．45 (1987)，pp．105-122．
(11) Bogy，D.B.，Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges under Normal and Shear Loading，*Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*，Vol．35，(1968)，pp．460-466．
(12) Bogy，D.B.，Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different and Wedge Angles under Surface Tractions，*Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*，Vol．38，(1971)，pp．377-386．

©2012 The Japan Society of Mechanical Engineers