

単純重ね合わせ接着継手の特異応力場の強さ*

野田尚昭^{*1}, 張 玉^{*2}, 高石謙太郎^{*3}, 蘭 欣^{*2}, 小田和広^{*4}

Intensity of Singular Stress for Single-Lap Joints

Nao-Aki NODA^{*1}, Yu ZHANG, Ken-Taro TAKAISHI, Xin LAN and Kazuhiro ODA^{*1} Department of Mechanical and Control Engineering, Kyushu Institute of Technology,
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka, 804-8550 Japan

In recent years, single lap joints have been widely used to bond dissimilar material members particularly in aircraft and automobile structures. However, the debonding easily happens at the corner of the single lap joint because of the singular stress, and it is necessary to evaluate the interface strength for the single lap joint. This paper discusses the effects of adhesive thickness and overlap length on the intensity of singular stress fields under arbitrary material combinations. A useful method is proposed for calculating the normalized intensity of singular stress by using FEM with varying the adhesive thickness and overlap length. Here, two problems are considered together by applying the same mesh at the corner for different adhesive thickness or overlap length. Then it is found that the normalized intensity of singular stress is almost independent of mesh size. The normalized intensity of singular stresses are indicated under arbitrary material combinations. The results show that the intensity of singular stress decreases with decreasing adhesive thickness and increasing overlap length. The increment and decrement are different depending on material combinations between adhesive and adherent.

Key Words : Elasticity, Fracture Mechanics, Finite Element Method, Intensity of Singular Stress, Adhesive

1. 緒 言

工業の多くの分野で接着剤による接合は頻繁に使用されている。その応用範囲は広く、自動車産業や造船業や航空業など様々な産業で使用されている。その一部として、重ね合わせ接着継手による接合が使用されており、様々な強度評価の研究がなされている^{(1)~(4)}。この接合では、接着剤と被着材の界面端部に大きな応力が生じると考えられる。しかし、特異応力場の強さの観点から強度評価を行っている研究はあまりない。研究がなされている場合でも、特定の材料組合せや接着層厚さに限定されている。

著者らは先に、図1のような接着接合板が荷重を受ける際、接着剤と被着材の界面端部における特異応力場の強さについて解析を行った⁽⁵⁾。その界面上の FEM 解析による応力分布を表1に示す。界面端部での特異応力場の強さは式(1)で表される。式(1)に示す λ は特異性指数、 K_σ 、 K_τ は特異応力場の強さ、 $f_{\theta\theta}^c$ 、 $f_{r\theta}^c$ などは応力場の様式を表す関数である⁽⁶⁾。

$$\sigma_\theta = r^{\lambda-1} f_{\theta\theta}^c K_\sigma = r^{\lambda-1} K_\sigma, \quad \tau_{r\theta} = r^{\lambda-1} f_{r\theta}^c K_\tau = r^{\lambda-1} K_\tau \quad (1)$$

先の研究対象の接着接合板(図1)の場合、特異性指数 λ を決定する特性方程式は、常に1つの実根を有する⁽⁶⁾。また、 $\alpha(\alpha-2\beta) > 0$ では、 $\lambda < 1$ である。ここで、 α 、 β はDundurs'の複合材料パラメーターであり、ポアソン比 ν と横弾性係数 G により決定され式(2)により与えられる。ここで、添え字の1、2は接着剤と被着剤を意味する。

* 原稿受付 2011年10月19日

^{*1} 正員, 九州工業大学工学研究院 (〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町1-1)^{*2} 正員, 九州工業大学大学院工学研究科^{*3} 学生員, 九州工業大学大学院工学研究科^{*4} 正員, 徳山工業高等専門学校

E-mail: noda@mech.kyutech.ac.jp



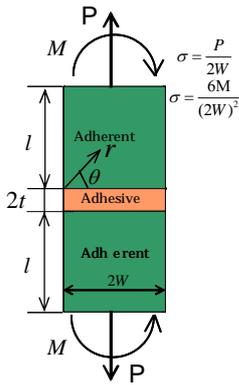


Fig.1 Adhesive joint

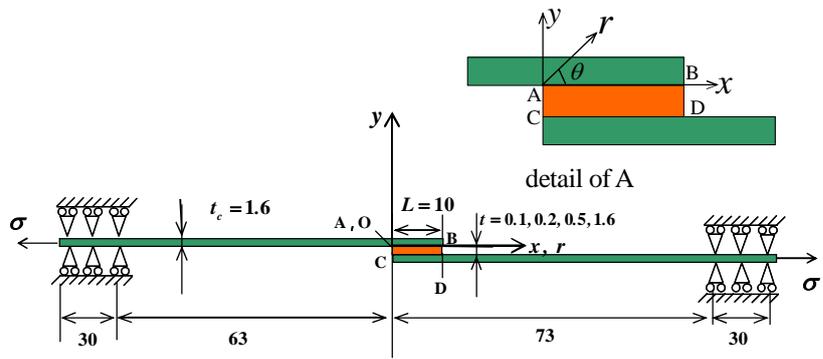
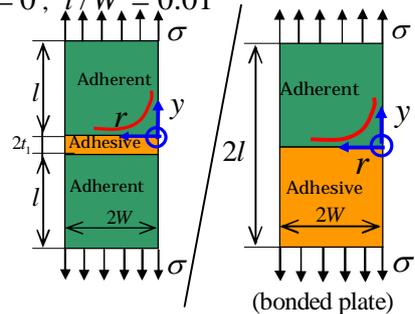


Fig. 2 The geometry and boundary conditions of the single-lap joint model (mm)

Table 1 Interfacial stress σ_y and ratio when $\alpha = 0.3, \beta = 0, t/W = 0.01$

| Smallest mesh size = $1/3^8$ around the edge | | | Smallest mesh size = $1/3^4$ around the edge | | |
|---|-----------------------------|--|---|-----------------------------|--|
| r/W | $\sigma_{y t/W=0.01}^{FEM}$ | $\frac{\sigma_{y t/W=0.01}^{FEM}}{\sigma_{y(Ref.)}^{FEM}}$ | r/W | $\sigma_{y t/W=0.01}^{FEM}$ | $\frac{\sigma_{y t/W=0.01}^{FEM}}{\sigma_{y(Ref.)}^{FEM}}$ |
| 0 | 1.640 | (0.609) | 0 | 1.246 | (0.609) |
| 1/6561000 | 1.365 | (0.609) | 1/81000 | 1.036 | (0.609) |
| 2/6561000 | 1.320 | (0.609) | 2/81000 | 1.001 | (0.608) |
| 3/6561000 | 1.286 | (0.609) | 3/81000 | 0.975 | (0.608) |
| 4/6561000 | 1.262 | (0.609) | 4/81000 | 0.956 | (0.608) |
| 5/6561000 | 1.243 | (0.609) | 5/81000 | 0.942 | (0.607) |



$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \quad \beta = \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)} \quad \kappa_j = \begin{cases} \frac{3 - \nu_j}{1 + \nu_j} (\text{plane stress}) \\ 3 - 4\nu_j (\text{plane strain}) \end{cases} \quad (j=1,2) \quad (2)$$

表1では、最小メッシュサイズ $1/3^8 = 1/6561mm$ と $1/3^4 = 1/81mm$ の2種類のモデルを用いて界面に沿って応力分布を求めている。表1に示すように、FEM解析では特異応力場の強さを十分に表現できないので、メッシュサイズが異なると応力 $\sigma_{y|t/W=0.01}^{FEM}$ も異なる。そこで、同じメッシュサイズを用いて、板状接合試験片 (bonded plate) も基準問題として解析し、接着層厚さが異なる問題を未知問題とした場合、両者の界面に沿っての応力の比 $\sigma_{y|t/W=0.01}^{FEM} / \sigma_{y(Ref.)}^{FEM}$ を求め表1に示した。表1より応力の比は r に依存せず4桁一致しており、界面端部近傍ではメッシュサイズに依存せず応力の比が揃うことを証明した。さらに、表1より、メッシュサイズが異なるモデルにより同様の検討を行うと、応力の比はメッシュサイズにも依存しないことも明らかとなった。すなわち、界面端部 ($r \rightarrow 0$) で実際の応力は無限大となり有限要素法で求めることは容易ではない。しかし、厳密解が与えられている基準問題の応力との比を取ることで、未知問題の特異応力場の強さを求めることができた。

そこで、本研究では図1と特異応力場の性質が異なる図2に示す単純重ね合わせ接着継手接合について同様な解析法が適用できるかどうか、まず検討する。次に、接着層厚さ t とオーバーラップ長さ L を変化させて同様の検討を行う。

2. 単純重ね合わせ接着継手接合の解の収束性

本研究では、図2に示すモデルを有限要素法により解析を行う。境界条件は図2に示すとおりである。また、図2のA点を原点 o とし、原点 o とする極座標を用いて界面 ($\theta = 0$) の応力を調べる。まず、図2の $L = 10mm$ を固定して、 t/L を0.01, 0.02, 0.05, 0.16と変化させて接着層厚さの影響について考察する。

表2に単純重ね合わせ接着継手接合の場合の特異性指数 λ の値を示す。ここで、 λ を導く方程式は文献⁽⁶⁾に与えられる。接着接合板 (図1) の場合の特異性指数 λ は、全ての材料組合せに対しても常に1つの実根しか存在しない。しかし、単純重ね合わせ接着継手接合 (図2) の特異性指数 λ は、表2に示すように材料組合せ即ち α, β の変化に対して2つの実根がある場合、1つの実根がある場合、複素数の場合の3種類のケースがある。

次に先の研究(表1)と同様にメッシュの影響に関する検討を行う。ここでは、オーバーラップ長さ $L = 10\text{mm}$ として、最小メッシュサイズが $1/3^8 = 1/6561\text{mm}$ と $1/3^4 = 1/81\text{mm}$ の2種類のモデルを用いる。実際には、界面端部 ($r \rightarrow 0$) で応力は無限大となるが、有限要素法により得られた応力は有限な値となる。ここでは、 $L = 10\text{mm}$ を固定して、 $t = 0.1\text{mm}$ を基準問題としたときの応力と、異なる接着層厚さの応力との比がメッシュに依存しないか否か検討する。

表3は、 $\alpha = 0.5, \beta = 0$ の場合に、2種類のメッシュを用いて解析した応力分布ならびに基準問題との比の結果である。表3より単純重ね合わせ接着継手接合も、応力分布の比 $\sigma_{|r=0.2, L=10}^{FEM} / \sigma_{t=0.1, L=10}^{FEM}$ 、 $\tau_{t=0.2, L=10}^{FEM} / \tau_{t=0.1, L=10}^{FEM}$ はメッシュサイズに依存せず、また、端部からの距離 r にも依存せず、ほぼ一致していることがわかる。また、表3より $\sigma_{|r=0.2, L=10}^{FEM} / \sigma_{t=0.1, L=10}^{FEM}$ と $\tau_{t=0.2, L=10}^{FEM} / \tau_{t=0.1, L=10}^{FEM}$ の比はほぼ一致する。表3と同様の検討を全ての場合について行った。その結果、 $\alpha = -1$ の近傍を除いて、メッシュに依存せず表3と同様の結果が得られることが明らかとなった。

特異性指数 λ が2つの実根を有する場合でも、メッシュサイズに依存せず応力の比は揃う。このことから、 C を定数とすると、図2の点A近傍の特異応力場は式(3)で表わされると考えられる。

$$\sigma_\theta = f_{\theta 0}^c K^o \left(\frac{1}{r^{1-\lambda_1}} + \frac{C}{r^{1-\lambda_2}} \right) = K_\sigma \left(\frac{1}{r^{1-\lambda_1}} + \frac{C}{r^{1-\lambda_2}} \right), \tau_{r\theta} = f_{r\theta}^c K^o \left(\frac{1}{r^{1-\lambda_1}} + \frac{C}{r^{1-\lambda_2}} \right) = K_\tau \left(\frac{1}{r^{1-\lambda_1}} + \frac{C}{r^{1-\lambda_2}} \right) \quad (3)$$

Table 2 The value of singular index in Fig.2 [comp=complex]

| $\alpha \backslash \beta$ | -0.5 | -0.4 | -0.3 | -0.2 | -0.1 | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|---------------------------|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------|------|
| -1 | 1.001 | 0.807 | 0.721 | 0.665 | 0.625 | 0.595 | | | | | |
| -0.9 | | 0.800 0.997 | 0.713 0.999 | 0.658 | 0.619 | 0.589 | | | | | |
| -0.8 | | 0.795 0.989 | 0.707 0.994 | 0.652 0.996 | 0.613 0.997 | 0.584 0.998 | | | | | |
| -0.7 | | | 0.701 0.987 | 0.646 0.991 | 0.607 0.993 | 0.579 0.995 | | | | | |
| -0.6 | | | 0.695 0.975 | 0.640 0.983 | 0.602 0.987 | 0.574 0.990 | 0.553 0.992 | | | | |
| -0.5 | | | 0.690 0.959 | 0.634 0.972 | 0.596 0.979 | 0.569 0.983 | 0.548 0.986 | | | | |
| -0.4 | | | 0.687 0.937 | 0.629 0.958 | 0.591 0.968 | 0.564 0.974 | 0.544 0.978 | | | | |
| -0.3 | | | 0.684 0.911 | 0.624 0.940 | 0.586 0.954 | 0.559 0.963 | 0.539 0.969 | | | | |
| -0.2 | | | 0.683 0.879 | 0.619 0.917 | 0.581 0.936 | 0.554 0.948 | 0.535 0.956 | 0.521 0.962 | | | |
| -0.1 | | | | 0.615 0.891 | 0.576 0.915 | 0.549 0.930 | 0.531 0.941 | 0.518 0.948 | | | |
| 0 | | | | 0.611 0.861 | 0.571 0.890 | 0.545 0.909 | 0.526 0.921 | 0.514 0.931 | | | |
| 0.1 | | | | 0.608 0.827 | 0.566 0.862 | 0.540 0.883 | 0.522 0.898 | 0.511 0.910 | | | |
| 0.2 | | | | 0.606 0.790 | 0.562 0.830 | 0.535 0.854 | 0.518 0.871 | 0.508 0.885 | 0.502 0.895 | | |
| 0.3 | | | | | 0.531 0.821 | 0.515 0.840 | 0.505 0.854 | 0.501 0.866 | | comp | |
| 0.4 | | | | | 0.526 0.785 | 0.511 0.805 | 0.503 0.819 | 0.500 0.830 | | comp | |
| 0.5 | | | | | 0.522 0.746 | 0.507 0.765 | 0.501 0.779 | 0.501 0.788 | | comp | |
| 0.6 | | | | | 0.517 0.703 | 0.504 0.722 | 0.500 0.733 | 0.504 0.738 | | comp | |
| 0.7 | | | | | 0.501 0.674 | 0.501 0.680 | 0.512 0.678 | | comp | | |
| 0.8 | | | | | 0.500 0.621 | 0.508 0.618 | | | comp | comp | comp |
| 0.9 | | | | | 0.504 0.559 | | comp | comp | comp | comp | |
| 1 | | | | | comp | comp | comp | comp | comp | comp | comp |

Table 3 Stress distribution on the interface and the ratio of the stress when $\alpha = 0.5, \beta = 0$ two type mesh size [$L = 10\text{mm}$]

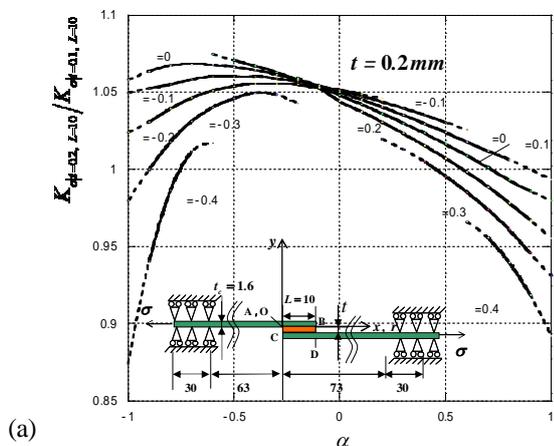
(a) σ_y

| | r/L | $\sigma_{ r=0.1, L=10}^{FEM}$ | $\sigma_{ r=0.2, L=10}^{FEM}$ | $\frac{\sigma_{ r=0.2, L=10}^{FEM}}{\sigma_{ r=0.1, L=10}^{FEM}}$ |
|---|---------|-------------------------------|-------------------------------|---|
| Smallest mesh size=1/3 ⁸ around the edge | 0/65610 | 235.2 | 240.9 | 1.024 |
| | 1/65610 | 111.3 | 113.9 | 1.023 |
| | 2/65610 | 85.54 | 87.60 | 1.024 |
| | 3/65610 | 64.11 | 65.66 | 1.024 |
| | 4/65610 | 52.00 | 53.26 | 1.024 |
| 5/65610 | 44.47 | 45.55 | 1.024 | |
| Smallest mesh size=1/3 ⁴ around the edge | 0/810 | 56.43 | 57.78 | 1.024 |
| | 1/810 | 26.29 | 26.95 | 1.025 |
| | 2/810 | 20.04 | 20.56 | 1.026 |
| | 3/810 | 14.84 | 15.25 | 1.028 |
| | 4/810 | 11.90 | 12.25 | 1.029 |
| 5/810 | 10.07 | 10.39 | 1.032 | |

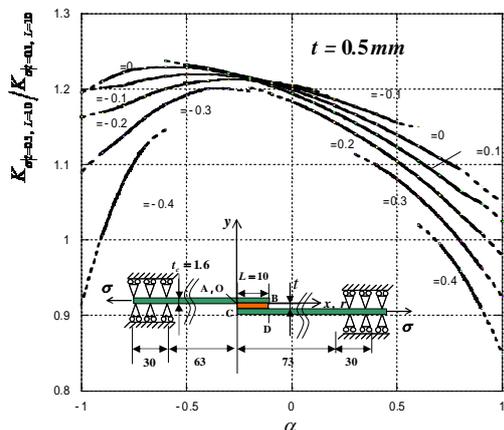
(b) τ_{xy}

| | r/L | $\tau_{ r=0.1, L=10}^{FEM}$ | $\tau_{ r=0.2, L=10}^{FEM}$ | $\frac{\tau_{ r=0.2, L=10}^{FEM}}{\tau_{ r=0.1, L=10}^{FEM}}$ |
|---|---------|-----------------------------|-----------------------------|---|
| Smallest mesh size=1/3 ⁸ around the edge | 0/65610 | -58.32 | -59.71 | 1.024 |
| | 1/65610 | -31.45 | -32.19 | 1.024 |
| | 2/65610 | -25.83 | -26.44 | 1.024 |
| | 3/65610 | -23.01 | -23.56 | 1.024 |
| | 4/65610 | -20.77 | -21.26 | 1.024 |
| 5/65610 | -19.12 | -19.57 | 1.024 | |
| Smallest mesh size=1/3 ⁴ around the edge | 0/810 | -14.05 | -14.38 | 1.023 |
| | 1/810 | -7.60 | -7.78 | 1.024 |
| | 2/810 | -6.28 | -6.43 | 1.024 |
| | 3/810 | -5.61 | -5.74 | 1.023 |
| | 4/810 | -5.07 | -5.19 | 1.024 |
| 5/810 | -4.67 | -4.78 | 1.024 | |

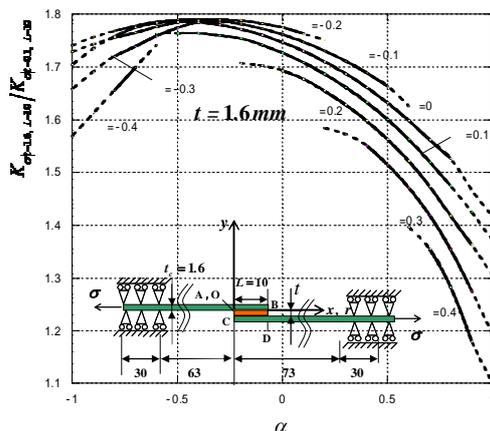
以下で添え字の1, 2は t/L が異なる場合の結果を意味するものとする. このとき, 式(4)に示すように接着層厚さが異なる場合において, 界面端部の特異応力場の強さの比 $K_{\sigma}^1/K_{\sigma}^2$, K_{τ}^1/K_{τ}^2 は, 界面端部の応力 $\lim_{r \rightarrow 0}(\sigma_{\theta}^1|_{\theta=\pi/2}/\sigma_{\theta}^2|_{\theta=\pi/2})$ と $\lim_{r \rightarrow 0}(\tau_{r\theta}^1|_{\theta=\pi/2}/\tau_{r\theta}^2|_{\theta=\pi/2})$ にのみ支配される.



(a)



(b)



(c)

Fig.4 The intensity of singular stress ratio with varying α and β for (a) $K_{\sigma}|_{t/L=0.02}/K_{\sigma}|_{t/L=0.01}$ (b) $K_{\sigma}|_{t/L=0.05}/K_{\sigma}|_{t/L=0.01}$ (c) $K_{\sigma}|_{t/L=0.16}/K_{\sigma}|_{t/L=0.01}$

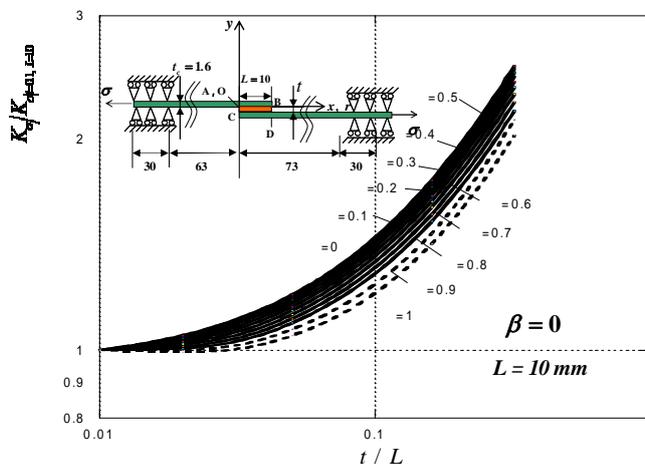


Fig.3 The intensity of singular stress ratio with varying adhesive thickness when $\beta=0$ for single lap joint

Table 4 Material properties

| | | Material | Elastic Modulus/ GPa | Poissons Ratio |
|----------|---|--------------------------|-------------------------|----------------|
| Adherent | 1 | Aluminum 5052-H32 | 75.8 | 0.37 |
| | 2 | SUS304 (stainless steel) | 206 | 0.3 |
| | 3 | Silicon | 166 | 0.26 |
| | 4 | FR-4.5 (IC substrate) | 15.34 | 0.15 |
| Adhesive | | Resin | 2.43 | 0.41 |

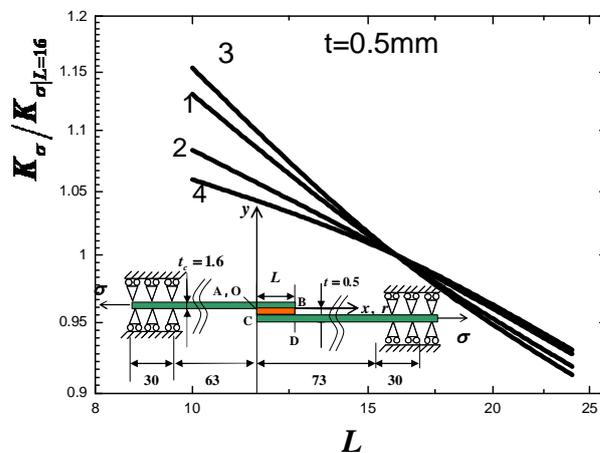


Fig.5 The relationship between the ratio $K_{\sigma}^1/K_{\sigma}^2|_{t/t_c=1}$ and the overlap length $L/16$ when $t = 0.5\text{mm}$

$$\frac{K_{\sigma}^1}{K_{\sigma}^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\left[\frac{r^{(1-\lambda_1)+(1-\lambda_2)}}{Cr^{(1-\lambda_1)} + r^{(1-\lambda_2)}} \times \sigma_{\theta|\theta=\pi/2}^1(r) \right]}{\left[\frac{r^{(1-\lambda_1)+(1-\lambda_2)}}{Cr^{(1-\lambda_1)} + r^{(1-\lambda_2)}} \times \sigma_{\theta|\theta=\pi/2}^2(r) \right]} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma_{\theta|\theta=\pi/2}^1(r)}{\sigma_{\theta|\theta=\pi/2}^2(r)}, \quad \frac{K_{\tau}^1}{K_{\tau}^2} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\left[\frac{r^{(1-\lambda_1)+(1-\lambda_2)}}{Cr^{(1-\lambda_1)} + r^{(1-\lambda_2)}} \times \tau_{\theta|\theta=\pi/2}^1(r) \right]}{\left[\frac{r^{(1-\lambda_1)+(1-\lambda_2)}}{Cr^{(1-\lambda_1)} + r^{(1-\lambda_2)}} \times \tau_{\theta|\theta=\pi/2}^2(r) \right]} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\tau_{\theta|\theta=\pi/2}^1(r)}{\tau_{\theta|\theta=\pi/2}^2(r)} = \frac{K_{\sigma}^1}{K_{\sigma}^2} \quad (4)$$

単純重ね合わせ接着継手についても解析方法の有用性が明らかとなった。よって以下では特異応力場の強さの比 $K_{\sigma}^1/K_{\sigma}^2$ について接着層厚さと材料組合せを変化させて考察を行う。

3. 解析結果および考察

先の研究で図1の接着接合板を解析した際には $t/W = 1$ に相当する板状接合試験片（基準解）に関して、体積力法の厳密解を利用することができた。このため、応力分布の比を基準解に対して求めることによって、特異応力場の強さの絶対値を求めることができた。しかし、単純重ね合わせ接着継手接合に関しては、そのような利用できる厳密解（基準解）が存在しない。そこで以下では、接着層厚さ $t = 0.1mm$, $L = 10mm$ の場合を基準として、 $L = 10mm$ とし $t = 0.2, 0.5, 1.6mm$ の場合の結果を示す。

図3に本解析により得られた $\beta = 0$ の場合の応力の比、つまり特異応力場の強さの比を、横軸に接着層厚さ t を変えて示す。先の研究により求められた接着接合板が引張りを受ける場合の応力の比（文献（5）の図12（c）参照）と同様に、接着層厚さの減少に伴って特異応力場の強さは減少する。しかし、単純重ね合わせ接着継手では接着層厚さが小さくなると比が一定になる傾向があるのに対し、接着接合板では、そのような傾向は認められない。

次に図4に $t/L = 0.02, 0.05, 0.16$ のそれぞれのモデルに対しての特異応力場の強さの比を全ての材料組合せに対して示す。図4より接着層厚さに応じて特異応力場の強さの比の値は異なるものの、 α, β の変化に対しては似たような傾向を示している。また、図3と図4より接着層厚さが薄いほうが特異応力場の強さが小さく、従って強度が大きくなることわかる。

表4にいくつかの実際の材料組合せに対する物性値の例を示す。図5は表4の材料組合せにおける $t = 0.5mm$ の場合のオーバーラップ長さを変化させたときの特異応力場の強さの比である。図5より重なり合う長さが増加すると、特異応力場の強さの比も減少していることがわかる。

4. 結 言

本研究では、先の研究で接着接合板の界面端部における特異応力場の強さについて求めた解析方法を用いて、単純重ね合わせ接着継手接合についての特異応力場の強さについて考察を行った。接着接合板の解析法が単純重ね合わせ接着継手接合でも利用できることが明らかとなった。そこで、単純重ね合わせ接着継手接合における接着層厚さ $t/L = 0.01$ の場合を基準として $t/L = 0.02, 0.05, 0.16$ の特異応力場の強さの比を全ての材料組合せに対して結果を示した。

文 献

- (1) Jen. Y.M., Ko. C.W., "Evaluation of Fatigue Life of Adhesively Bonded Aluminum Single-lap Joints Using Interfacial Parameters", *International Journal of Fatigue*, Vol. 32(2010), pp.330-340.
- (2) Tsai. M.Y., Morton. J., "An Investigation into the Stresses in Double-lap Adhesive Joints with Laminated Composite Adherents", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47(2010), pp.3317-3325.
- (3) Li. G., Lee-Sullivan. P., Thring. R.W., "Nonlinear Finite Element Analysis of Stress and Strain Distributions Across the Adhesive Thickness in Composite Single-lap Joints", *Composite Structures*, Vol. 46(1999), pp.395-403.
- (4) Imanaka. M., Ishii. K., Nakayama. H., "Evaluation of Fatigue Strength of Adhesively Bonded Single and Single Step Double Lap Joints Based on Stress Singularity Parameters", *Engineering Fractures Mechanics*, Vol. 62(1999), pp.409-424.
- (5) 張玉, 野田尚昭, 高石謙太郎, 蘭欣, "接着接合板における接着層厚さが特異応力の強さに与える影響", 日本機械学会論文集A編, Vol. 77, No. 774 (2011), pp.360-372.
- (6) 陳玳珩, 西谷弘信, "直線縁で接合された二つのくさびにおける特異応力場", 日本機械学会論文集A編, Vol. 58, No. 547 (1992), pp.117-124.