

## 熱残留応力による微小界面縁き裂の応力拡大係数について

小田 和広\*<sup>1</sup>, 新本 賢志\*<sup>2</sup>, 野田 尚昭\*<sup>3</sup>, 堤 紀子\*<sup>1</sup>

## Evaluation of stress intensity factor for small edge interface crack under thermal stress

Kazuhiro ODA \*<sup>1</sup>, Takayuki SHINMOTO \*<sup>2</sup>, Nao-Aki NODA \*<sup>3</sup> and Noriko TSUTSUMI \*<sup>1</sup><sup>\*1</sup> Department of Mechanical and Energy Systems Engineering, Oita University  
700 Dannoharu, Oita 870-1192, Japan<sup>\*2</sup> Graduate school of Engineering, Oita University  
700 Dannoharu, Oita 870-1192, Japan (Current affiliation: Kitagawa Iron Works Co., Ltd.)<sup>\*3</sup> Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology  
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka 804-8550, Japan

Received 22 January 2015

## Abstract

This paper deals with the analysis of the thermal stress intensity factor for small edge interfacial crack between bonded dissimilar plates subjected to uniform change of temperature by using the crack tip stress method. The stress intensity factor of edge interface crack is strongly controlled by the singular stress field at the interface edge of the bonded plates without the crack when the crack becomes extremely short. In this study, the small edge interface crack problem under thermal stress is solved by superposing the uniaxial tension problem with edge singularity and the uniform stress problem having the boundary condition of temperature change and uniaxial compression. The calculation shows that the stress intensity factors of the small edge interface crack under thermal stress can be evaluated from four factors related only to the Dundurs' parameters  $\alpha$  and  $\beta$ . In addition, the expression of the stress intensity factor for the small edge interface crack under the logarithmic edge singularity is presented when the material combination is  $\alpha=2\beta$ .

**Key words** : Stress intensity factor, Interface crack, Thermal stress, Small edge crack, Bonded dissimilar plate

## 1. 緒 言

異種接合材料に温度変化や温度分布が生じると材料の変形能の違いから熱応力が発生する。特に界面端で生じる接合残留応力や熱応力は特異性を示すため、その界面端部特異応力場を考慮した強度評価が重要な問題となっている(陳, 西谷, 1993)(服部他, 1988)(山崎, 1991)。接合材の強度は接合時に生じる残留応力による影響を大きく受けるため、熱応力によるき裂の応力拡大係数の簡便な評価法の開発が望まれている(池田他, 1997)。

一方、接合材の破壊は界面端部から発生することが多いため、界面端部の微小な縁き裂の解析も、界面破壊を評価する上で重要である。一軸引張荷重を受ける接合材の微小界面き裂問題については野田らによってすでに解析され、き裂長さと板幅の比が小さい場合、界面縁き裂の応力拡大係数は、き裂の無いときの界面端部特異応力場に支配されることを明らかにしている(野田他, 2010)。さらに、引張りを受ける均質半無限板中の縁き裂の解に相当する、任意の材料組合せに対する微小界面縁き裂の応力拡大係数の評価式を提案している。しかしながら、一様温度変化による熱残留応力における界面き裂の厳密解は半無限長き裂に対してのみであり(Erdogan, 1965)、任意の材料組合せに対して適用できる界面縁き裂の解析結果は見当たらない。さらに、熱応力場における異種接合板の界面端部特異応力場は、引張荷重下のそれと異なる応力分布となることが分かっており(井岡他, 1994)、特定の材料組合せの場合には対数型の特異応力場を示すため、引張荷重下とは異なる解析方法が必要である。

No.15-00045 [DOI:10.1299/transjsme.15-00045], J-STAGE Advance Publication date : 30 June, 2015

<sup>\*1</sup> 正員, 大分大学 工学部 (〒870-1192 大分県大分市旦野原 700)<sup>\*2</sup> 正員, 大分大学大学院工学研究科 (現 (株)北川鉄工所)<sup>\*3</sup> 正員, フェロー, 九州工業大学大学院工学研究院 (〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町 1-1)

E-mail of corresponding author: oda-kazuhiro@oita-u.ac.jp

そこで、本研究では、一様温度変化を与えた時に生じる熱残留応力が作用する異材界面縁き裂の応力拡大係数を解析し、実用上重要な界面端部の微小界面縁き裂の問題を取り扱い、界面端特異性の影響や材料組合せによる応力拡大係数への影響を検討する。また、任意の材料組合せに対する応力拡大係数の評価式を提案する。

## 2. 解析方法

図1のような微小界面縁き裂を有した異種材料接合有限板に一様な温度変化  $\Delta T$  を与えた未知問題について考える。材料1, 2はともに等方弾性体とし、材料定数として、せん断弾性係数を  $G_1, G_2$ 、ポアソン比を  $\nu_1, \nu_2$ 、線膨張係数を  $\eta_1, \eta_2$  で表す。

本研究では、有限要素法によって得られるき裂先端の応力値をそのまま利用し、図1に示す応力拡大係数未知の問題と図2に示す基準問題のき裂先端節点の応力値との比をとることにより応力拡大係数を決定する解析方法を用いた(西谷他, 2003)(野田他, 2010)(小田, 野田, 2012)(小田他, 2009)。この方法は第ゼロ節点法と呼ばれ、有限要素法により簡便に高精度の結果を得ることができる(西谷他, 2003)。

この解析法では、応力拡大係数が既知である基準問題の負荷応力  $T$  と  $S$  を調節することによって、未知の問題と等しい特異応力場を作り出す。界面き裂先端は混合モード状態となるため、基準問題として、図2に示す一様な引張応力  $T$  およびせん断応力  $S$  を受ける接合無限板を考える。引張応力  $T=1$  あるいはせん断応力  $S=1$  とした場合の基準問題の界面き裂先端節点の FEM 解析値をそれぞれ  $\sigma_{y0,FEM}^{T=1}$  \*,  $\tau_{xy0,FEM}^{T=1}$  \* および  $\sigma_{y0,FEM}^{S=1}$  \*,  $\tau_{xy0,FEM}^{S=1}$  \* とし、応力拡大係数が未知の問題[図1]のそれを  $\sigma_{y0,FEM}$  ,  $\tau_{xy0,FEM}$  と表記すれば、基準問題と未知問題のき裂先端節点応力が等しいという条件より、基準問題に作用させる負荷応力  $T, S$  の値は次式より決定できる。

$$T = \frac{\sigma_{y0,FEM} \cdot \tau_{xy0,FEM}^{S=1} - \sigma_{y0,FEM}^{S=1} \cdot \tau_{xy0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}^{T=1} \cdot \tau_{xy0,FEM}^{S=1} - \sigma_{y0,FEM}^{S=1} \cdot \tau_{xy0,FEM}^{T=1}}, \quad S = \frac{\sigma_{y0,FEM}^{T=1} \cdot \tau_{xy0,FEM} - \sigma_{y0,FEM} \cdot \tau_{xy0,FEM}^{T=1}}{\sigma_{y0,FEM}^{T=1} \cdot \tau_{xy0,FEM}^{S=1} - \sigma_{y0,FEM}^{S=1} \cdot \tau_{xy0,FEM}^{T=1}} \quad (1)$$

ここで、FEM 解析の際、二つの問題でき裂先端付近のメッシュパターンおよび材料定数が等しいという条件が必要である(小田他, 2009)。

式(1)より求めた  $T, S$  の値より、基準問題である異材接合無限板中の界面き裂の応力拡大係数は、次式より求められる。

$$K_1^* + iK_2^* = (T + iS)\sqrt{\pi a^*} (1 + 2i\varepsilon), \quad \varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \frac{\left( \frac{\kappa_1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right)}{\left( \frac{\kappa_2}{G_2} + \frac{1}{G_1} \right)} \right] \quad (2)$$

ここで、 $G_m$  は材料のせん断弾性係数、 $\varepsilon$  は振動特異性指数、 $\kappa_m = 3 - 4\nu_m$  (平面ひずみ)、 $\kappa_m = (3 - \nu_m)/(1 + \nu_m)$  (平面応力)、 $\nu_m$  はポアソン比 ( $m=1,2$ ) である。式(2)の応力拡大係数は未知の問題のものと等しいため、

$$K_1 = K_1^*, \quad K_2 = K_2^* \quad (3)$$

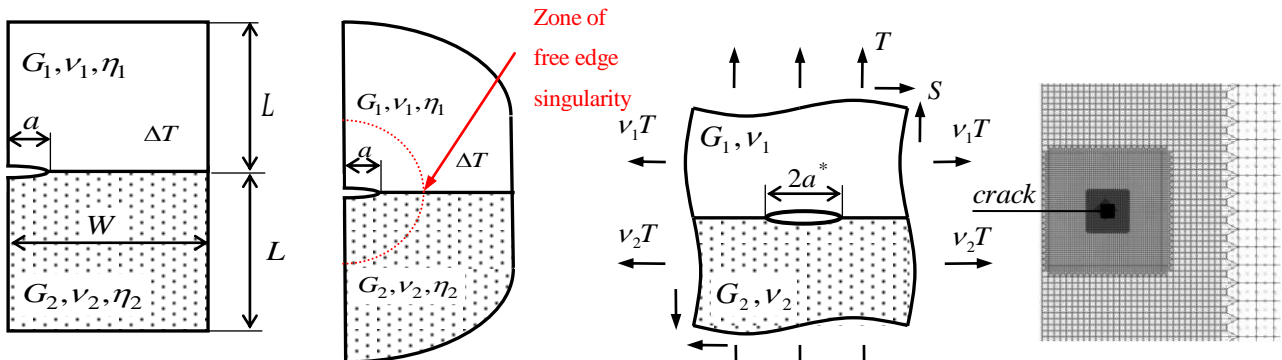


Fig.1 Problem for small edge interface crack subjected to temperature change

Fig.2 Reference problem and FEM mesh near the crack

以上より、未知の問題の応力拡大係数  $K_1$  と  $K_2$  を簡便に計算することができる。ここで得られる応力拡大係数は、次のように基準問題の界面き裂長さ  $2a^*$  を基準長さとしたものであることに注意する。

$$\sigma_y + i \tau_{xy} = \frac{K_1 + i K_2}{\sqrt{2\pi r}} \left( \frac{r}{2a^*} \right)^{i\varepsilon} \tag{4}$$

ここで、基準問題の応力拡大係数およびき裂長さ半長には\*を付けて表記している。

熱応力解析には、FEMプログラム Marc を用い、8 節点四角形要素を使用した。要素分割は図2に示すようにき裂先端で規則的に細分化し、き裂先端で要素サイズ  $e$  がき裂長さ  $a$  に対して  $e/a=1/72171$  となるようにした。接合板の幅と高さの比は  $L/W=1$  とした。

### 3. 解析結果および考察

本研究では、微小界面縁き裂を有する異種材料接合板に一樣な温度変化  $\Delta T$  を与えた時の無次元化応力拡大係数  $F_1, F_2$  を、き裂と板幅の比  $a/W$  と材料定数を変化させて解析し、材料組合せおよび界面端部特異性の影響などについて検討を行った。

#### 3・1 熱応力による界面端部特異性と材料組合せの影響

図1の接合材の場合、その応力拡大係数は、材料組合せおよびき裂長さによって変化する。無次元化応力拡大係数  $F_1, F_2$  は式(5)のように定義した。無次元化に用いた式(6)の  $\sigma_0$  は、熱残留応力による特異応力場と等価な特異応力場を示す一軸引張応力である(陳, 西谷, 1993)。また、材料組合せは、式(7)で定義される Dundurs の複合パラメータ  $\alpha, \beta$  を用いて表示する。

$$K_1 + iK_2 = (F_1 + iF_2)\sigma_0\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \tag{5}$$

$$\sigma_0 = \frac{8G_1G_2(\eta_2^* - \eta_1^*)\Delta T}{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1) - 2(G_1 - G_2)} \quad \eta_m^* = \begin{cases} \eta_m & (\text{Plane stress}) \\ (1 + \nu_m)\eta_m & (\text{plane strain}) \end{cases} \quad (m = 1,2) \tag{6}$$

$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \quad \beta = \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)} \tag{7}$$

材料組合せの影響を考察するために、Dundurs のパラメータを  $\alpha=0.8, \beta=0.3$  と固定し、材料定数を4パターン変えて解析した場合の図1の無次元化応力拡大係数  $F_1, F_2$  を表1に示す。計算の便宜上、表1の値を用いた。

Table 1 Normalized SIFs calculated by four material combinations when  $\alpha=0.8, \beta=0.3$  and  $a/W=10^{-5}$ .

Analysis conditions		Case 1 (plane stress)	Case 2 (plane stress)	Case 3 (plane strain)	Case 4 (plane strain)
Shear modulus [MPa]	$G_1$	496.524	4878.049	99.999	3998.612
	$G_2$	45.426	453.515	9.091	363.625
Poisson's ratio	$\nu_1$	0.007	0.025	0.000011	0.000347
	$\nu_2$	0.223	0.225	0.181819	0.181844
Thermal expansion [1/K]	$\eta_1$	10	10	5	3
	$\eta_2$	1	100	2	20
Temperature change [K]	$\Delta T$	100	100	100	100
Equivalent stress (eq.6)	$\sigma_0$	450000	-45000000	26364	-8254337
Normalized SIF	$F_1$	2.5675	2.5675	2.5675	2.5675
	$F_2$	-0.3635	-0.3635	-0.3635	-0.3635

表1より、材料定数が異なっても、Dundursのパラメータが等しい材料組合せであれば、式(5)、(6)の定義による無次元化応力拡大係数は同じ値となることわかる。

図3に、一様温度変化 $\Delta T$ を受ける接合板の微小界面縁き裂の無次元化応力拡大係数を、相対き裂長さ $a/W$ を変化させて解析した結果を示す。Dundursの複合パラメータは $\alpha=0.5\sim 0.95$ 、 $\beta=0.3$ となる材料組合せを用いた。図3より、き裂長さが小さくなるにつれて $F_1$ 、 $F_2$ は発散していることがわかる。これは、き裂が無いときの熱応力による界面端特異応力場が、界面縁き裂の応力拡大係数に影響しているものと考えられる。材料組合せが $\alpha \neq 2\beta$ のとき、界面端特異性は、界面端部からの距離 $x$ のべき関数型( $1/x^{1-\lambda}$ )となることが知られており(井岡他, 1994)、き裂が短くなるにつれてき裂面に作用する応力は大きくなり、 $F_1$ 、 $F_2$ は界面端特異応力場に支配される。図3の結果から、き裂が短い場合、式(5)のような応力拡大係数の表示式ではなく、界面端部特異性を考慮した評価式を検討する必要がある。

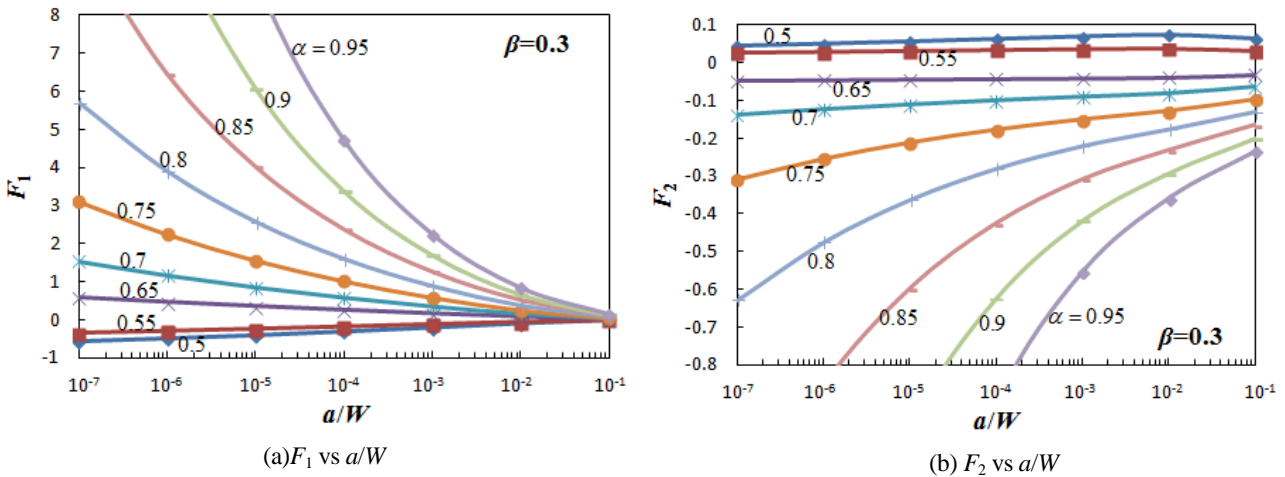


Fig.3 Relation between normalized SIFs and the relative crack length  $a/W$  when  $\beta=0.3$

### 3・2 重ね合わせによるべき関数型端部特異性を考慮した微小界面縁き裂の応力拡大係数の評価式

微小界面縁き裂を有した異種材料接合有限板に一様な温度上昇を与えた未知問題の強度評価を検討する場合、き裂先端の振動特異性と界面端の特異性の二重特異性に加え、熱応力場に生じる定数項も考慮しなければならないため、き裂先端の応力は複雑となる。そこで、熱残留応力による特異場は、図4のような問題の重ね合わせで評価する(陳, 西谷, 1993)(山崎, 1991)。

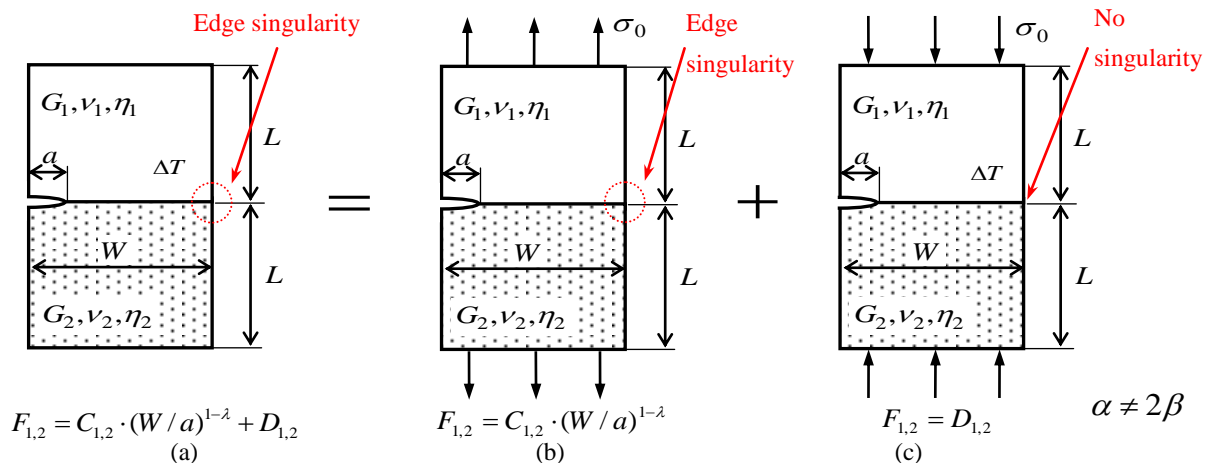


Fig.4 Superposition method to analyze the thermal problem. The problem (a) for small edge interface crack subjected to temperature change is solved by superposing the uniaxial tension problem (b) and the problem (c) subjected to uniaxial compression and temperature change. The problem (b) has the edge singularity at the interface edge without the interface crack and the problem (c) has no singularity.

ここで、き裂の無い図 4(a), (b), (c)の接合板の界面上の応力分布  $\sigma_y$  を、それぞれ図 5(a), (b), (c)に示す。図 5(a)は温度変化によって界面に生じた応力分布であり、図 5(b)は  $y$  方向一様引張荷重による界面の応力分布、図 5(c)は温度変化  $\Delta T$  と  $y$  方向圧縮荷重による界面の応力分布である。それぞれ右側の図は、左側の応力分布を兩対数 (図 5(c)は片対数) で示したものである。図 5(a)の破線は、一様温度変化によって接合界面に生じる応力  $\sigma_y$  から図 5(c)の一様応力  $\sigma_0$  を除いたものである。図 5(a)の破線と図 5(b)の応力分布が一致することから、接合界面端

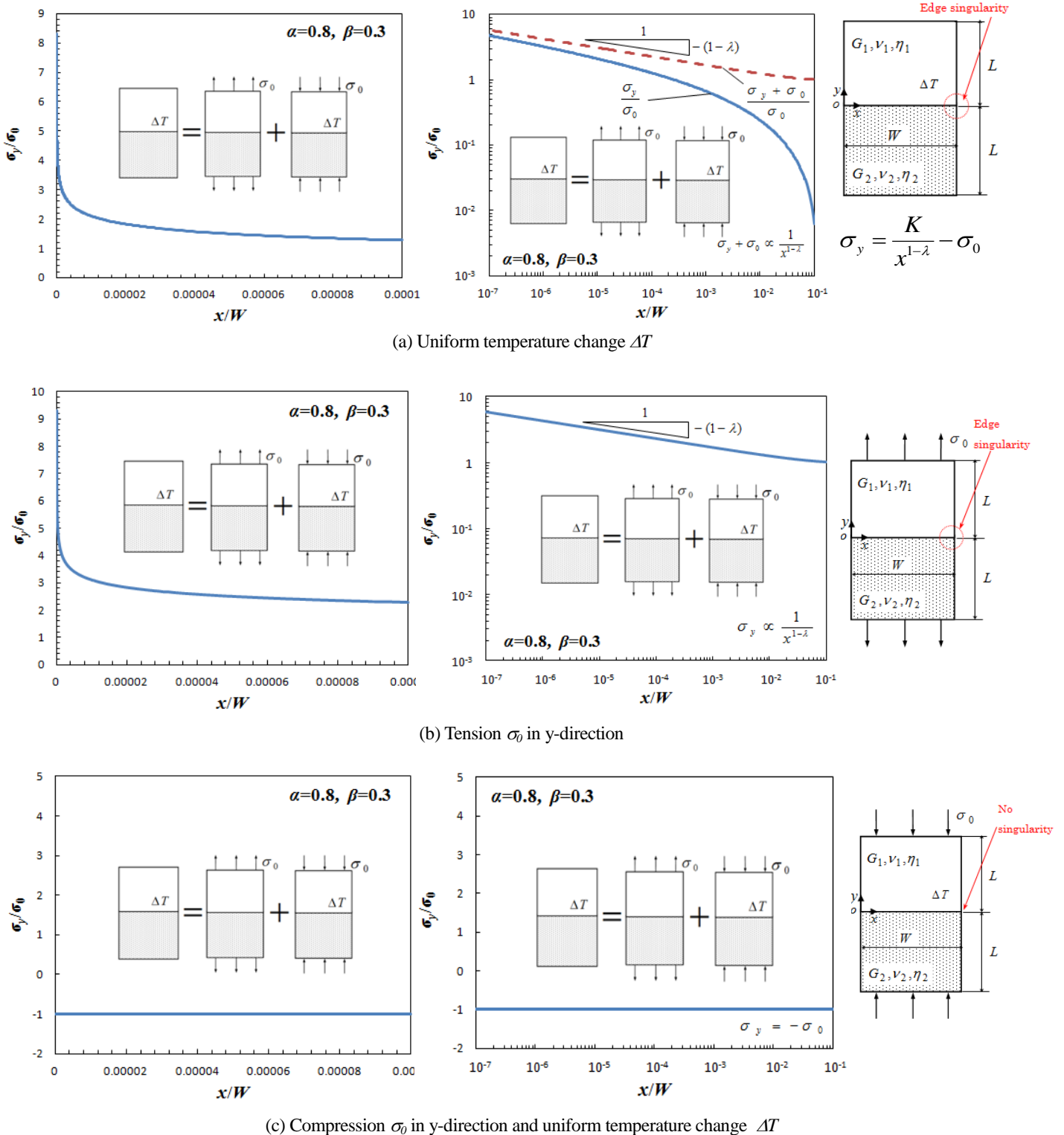


Fig.5 Stress distribution near the interface edge in bonded dissimilar plates without the crack when  $\alpha=0.8, \beta=0.3$ .

Left figures are plotted by ordinary coordinates and the right figures are the double logarithmic plot.



部近傍ではべき関数型応力特異性が生じており、図 5(a)の応力分布は、図 5(b)と(c)の重ね合わせになっていることが分かる。このとき、界面端部特異性指数は、次式から理論的に算出できる(野田他, 2010)。

$$\left[ \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) - \lambda^2 \right]^2 \beta^2 + 2\lambda^2 \left[ \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) - \lambda^2 \right] \alpha\beta + \lambda^2(\lambda^2 - 1)\alpha^2 + \frac{\sin^2(\lambda\pi)}{4} = 0 \quad (8)$$

図 5(a), (b)の応力分布より求めた特異性指数は 0.132, 式(8)より計算した指数は 0.1345 でよく一致している。

図 5 より, 図 4(a)の問題は、一軸引張りの図 4(b)の問題と、圧縮荷重  $\sigma_0$  を付加することにより一様温度変化  $\Delta T$  による熱膨張ひずみ差を打ち消している状態を示した図 4(c) の問題(陳, 西谷, 1993)に分けて解析することによって解決できると考えた。

図 4(b)の一軸引張りを受ける問題は、次式のように無次元化応力拡大係数  $F_1, F_2$  を  $(a/W)^{1-\lambda}$  で除した無次元化係数  $C_1, C_2$  による評価が有効であることが、すでに示されている(野田他, 2010)。

$$F_1 = C_1 \cdot (W/a)^{1-\lambda}, \quad F_2 = C_2 \cdot (W/a)^{1-\lambda}, \quad K_1 + iK_2 = (F_1 + iF_2)\sigma_0\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \quad (9)$$

図 6 に, y 方向一軸引張りを受ける微小界面縁き裂の解析結果の一例を示す。  $a/W < 10^{-3}$  の範囲で無次元化係数  $C_1, C_2$  は一定値となり, 式(9)の関係が成立することがわかる。とくに実用上重要な界面端特異性が生じる  $\alpha > 2\beta$  の場合はき裂長さの影響はほとんどない。

図 4(c)については, 図 5(a), 図 5(c)より, 一様温度変化  $\Delta T$  を与えた時の特異応力場と等価な特異応力場を示す一軸荷重  $\sigma_0$  で圧縮することによって, 一様温度変化  $\Delta T$  を与えた異種材料接合板に生じる端部特異性を打ち消していることがわかる。つまり, 図 4(c)の界面では端部特異性が生じない一様応力状態となる。図 4(c)の問題の解析結果を次のような無次元化係数  $D_1, D_2$  によって示す。

$$K_1 + iK_2 = (D_1 + iD_2)\sigma_0\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \quad (10)$$

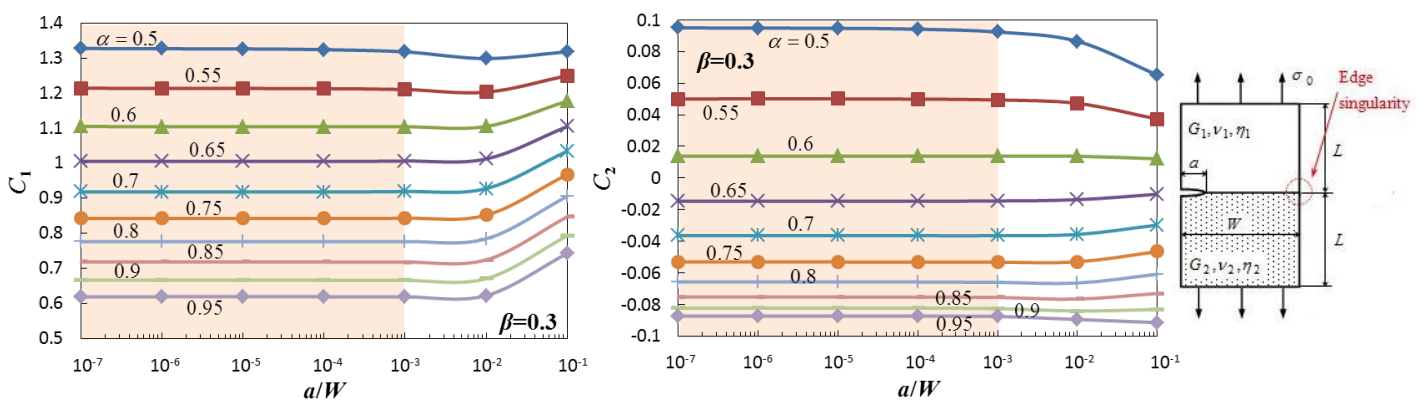


Fig.6 Relation between  $C_{1,2}$  (Fig.4b) and the relative crack length  $a/W$  when  $\beta=0.3$

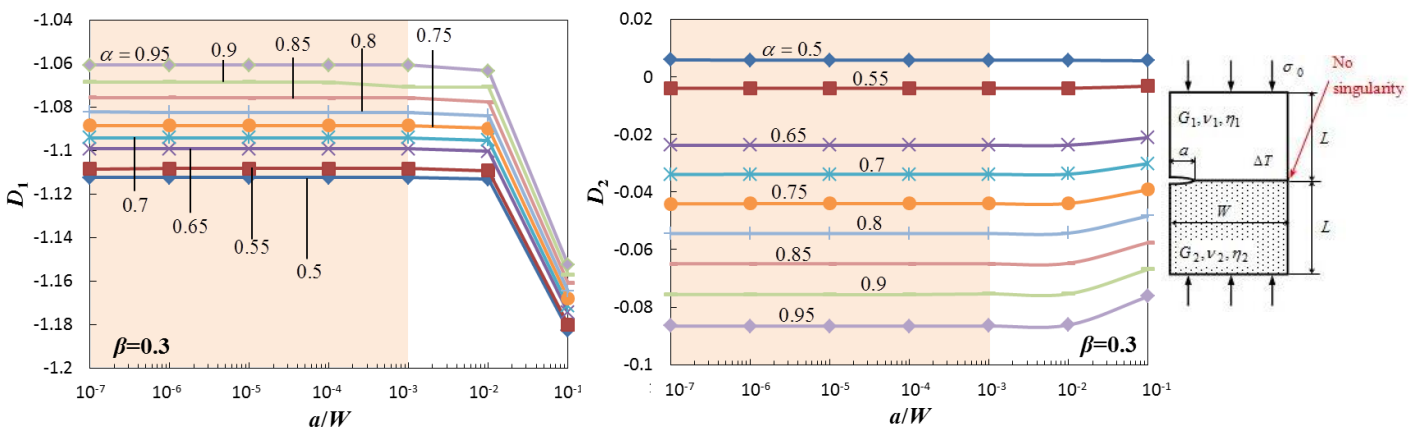


Fig.7 Relation between  $D_{1,2}$  (Fig.4c) and the relative crack length  $a/W$  when  $\beta=0.3$

図7に示すように、図4(c)の境界条件では界面上で一様応力分布となるため、 $a/W < 10^{-3}$ の範囲で無次元化係数  $D_1$ ,  $D_2$  は一定値となり、式(10)の関係が成立していることがわかる。

表2, 3に材料組合せ  $\alpha$ ,  $\beta$  を変化させ図4(c)の解析を行い、得られた無次元化係数  $D_1$ ,  $D_2$  を示す。材料組合せが  $\alpha=2\beta$  の場合、界面端部特異性がべき関数型ではなく対数型特異性が生じ、式(6)で表される等価荷重  $\sigma_0$  が無限大となるため、式(10)の定義では無次元化応力拡大係数を評価できない。そのため、表中には記載していない。表2より、 $D_1$  の値は、均質半無限板の縁き裂の値  $F_1=1.1215$  に近い値となっていることがわかる。

Table 2 Normalized SIFs,  $D_1$ , for small interface edge crack subjected to  $\Delta T$  and  $\sigma_0$  as shown in Fig.4(c)

[ ( ) : extrapolated value ]

$\alpha$	$\beta=-0.2$	$\beta=-0.1$	$\beta=0$	$\beta=0.1$	$\beta=0.2$	$\beta=0.3$	$\beta=0.4$	$\beta=0.45$
0.00	-1.127	-1.123	-	-1.123	-1.127			
0.05	-1.128	-1.123	-1.121	-1.123	-1.127			
0.10	-1.128	-1.123	-1.121	-1.122	-1.126			
0.15	-1.128	-1.123	-1.120	-1.121	-1.124			
0.20		-1.122	-1.119	-	-1.123	(-1.129)		
0.30		-1.120	-1.117	-1.117	-1.119	-1.125		
0.40		-1.117	-1.113	-1.112	-	-1.119		
0.50		-1.112	-1.108	-1.107	-1.108	-1.112		
0.60		(-1.107)	-1.102	-1.100	-1.100	-	(-1.111)	
0.70			-1.094	-1.091	-1.091	-1.094	-1.100	
0.75			-1.090	-1.087	-1.086	-1.088	-1.094	
0.80			-1.085	-1.081	-1.080	-1.082	-	(-1.091)
0.85			-1.080	-1.076	-1.074	-1.076	-1.080	-1.084
0.90			-1.074	-1.070	-1.068	-1.069	-1.072	-
0.95			-1.068	-1.063	-1.060	-1.061	-1.0640	-1.067
1.00			(-1.061)	(-1.056)	(-1.053)	(-1.052)	(-1.054)	(-1.057)

Table 3 Normalized SIFs,  $D_2$ , for small interface edge crack subjected to  $\Delta T$  and  $\sigma_0$  as shown in Fig.4(c)

[ ( ) : extrapolated value ]

$\alpha$	$\beta=-0.2$	$\beta=-0.1$	$\beta=0$	$\beta=0.1$	$\beta=0.2$	$\beta=0.3$	$\beta=0.4$	$\beta=0.45$
0.00	-0.0647	-0.0318	-	0.0318	0.0647			
0.05	-0.0737	-0.0408	-0.0089	0.0229	0.0556			
0.10	-0.0828	-0.0497	-0.0179	0.0139	0.0466			
0.15	-0.0918	-0.0587	-0.0268	0.0049	0.0375			
0.20		-0.0677	-0.0358	-	0.0283	(0.0629)		
0.30		-0.0857	-0.0538	-0.0222	0.0100	0.0441		
0.40		-0.1038	-0.0736	-0.0405	-	0.0251		
0.50		-0.1221	-0.0902	-0.0590	-0.0274	0.0058		
0.60		(-0.1407)	-0.1089	-0.0778	-0.0465	-	(0.0217)	
0.70			-0.1278	-0.0970	-0.0660	-0.0338	0.0009	
0.75			-0.1374	-0.1067	-0.0759	-0.0440	-0.0097	
0.80			-0.1472	-0.1166	-0.0860	-0.0544	-	(-0.0020)
0.85			-0.1571	-0.1266	-0.0962	-0.0649	-0.0314	-0.0132
0.90			-0.1671	-0.1368	-0.1066	-0.0756	-0.0425	-
0.95			-0.1774	-0.1472	-0.1172	-0.0865	-0.0539	-0.0363
1.00			(-0.1875)	(-0.1578)	(-0.1281)	(-0.0977)	(-0.0655)	(-0.0482)

Table 4 Accuracy of the dimensionless SIFs calculated by Eq.10

$\beta=0.3$		$C_{1,2}$ [Noda et al.(2005)]		$D_{1,2}$ (Table 1 and 2)		$F_{1,2}=C_{1,2}(W/a)^{1-\lambda}+D_{1,2}$		$F_{1,2}$ directly obtained by CTSM	
$F$	$a/W$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.9$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.9$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.9$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.9$
$F_1$	$10^{-6}$	0.777	0.666	-1.0822	-1.0683	3.892	10.38	3.8918	10.380
	$10^{-5}$	0.777	0.666	-1.0822	-1.0683	2.568	6.058	2.5675	6.0577
	$10^{-4}$	0.777	0.666	-1.0822	-1.0683	1.596	3.367	1.5956	3.3671
$F_2$	$10^{-6}$	-0.067	-0.083	-0.0544	-0.0756	-0.476	-1.491	-0.4757	-1.491
	$10^{-5}$	-0.067	-0.083	-0.0544	-0.0756	-0.364	-0.957	-0.3635	-0.9567
	$10^{-4}$	-0.067	-0.083	-0.0544	-0.0756	-0.281	-0.624	-0.2813	-0.6242

表 4 は図 4(a)のき裂先端の無次元化応力拡大係数と、図 4(b)と図 4(c)を重ね合わせた無次元化応力拡大係数の値を比較したものを示す。表から、図 4(a)は図 4(b)と図 4(c)の 2 つの問題から重ね合わせの原理を用い、無次元化応力拡大係数を次式のように評価することができる。ただし、 $a/W < 10^{-3}$  の範囲で有効である。

$$F_1 = C_1 \cdot (W/a)^{1-\lambda} + D_1, \quad F_2 = C_2 \cdot (W/a)^{1-\lambda} + D_2, \quad K_1 + iK_2 = (F_1 + iF_2)\sigma_0\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \quad (11)$$

$$\alpha \neq 2\beta, \quad a/W < 10^{-3}$$

以上の結果から、一様温度変化による微小縁き裂の応力拡大係数は、Dundurs のパラメータ  $\alpha, \beta$  のみに関係する無次元化係数  $C_1, C_2, D_1, D_2$  によって決定できることが明らかとなった。

### 3・3 対数型特異応力場における微小界面縁き裂の応力拡大係数の評価式

接合端部の特異性について、Dundurs のパラメータで  $\alpha=2\beta$  の場合、図 8 のように対数型の特異応力場が生じることが知られている。

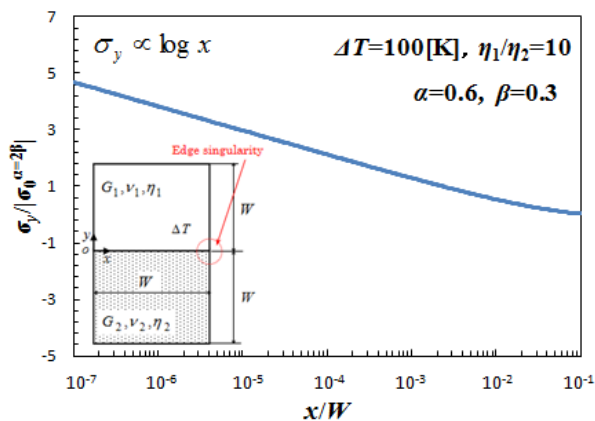


Fig.8 Stress distribution near the interface edge in bonded dissimilar plates without the crack when  $\alpha=2\beta$

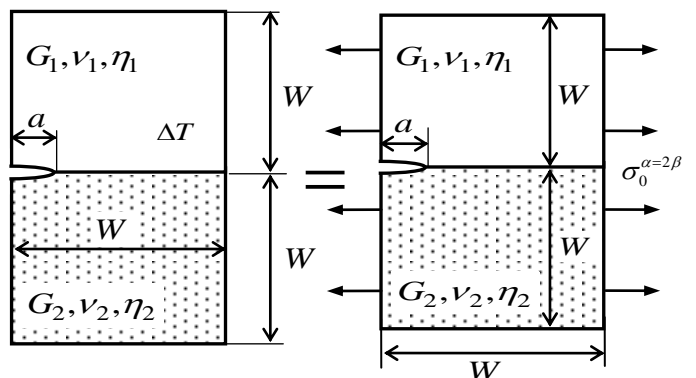


Fig.9 Problem for small edge interface crack subjected to uniaxial tensile stress



また、 $\alpha=2\beta$  の材料組合せの場合、式(6)の陳らの熱残留応力による特異応力場と等価な特異応力場を示す  $y$  軸方向一軸引張荷重  $\sigma_0$  が無限大に発散してしまうため、この  $\sigma_0$  を無次元化や図 4 の重ね合わせの原理に用いることができない。

そこで、一様温度変化の問題を、図 1 と等価な界面の応力場を示す式(12)の  $x$  軸方向一軸引張荷重  $\sigma_0^{\alpha=2\beta}$  を用いた図 9 のような引張荷重問題として考える。この時の  $\sigma_0^{\alpha=2\beta}$  は接合界面のひずみ  $\varepsilon_x$  が上下の材料で等しいという条件から導いた。

$$\sigma_0^{\alpha=2\beta} = \frac{8G_1G_2(\eta_2^* - \eta_1^*)\Delta T}{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)} \quad (12)$$

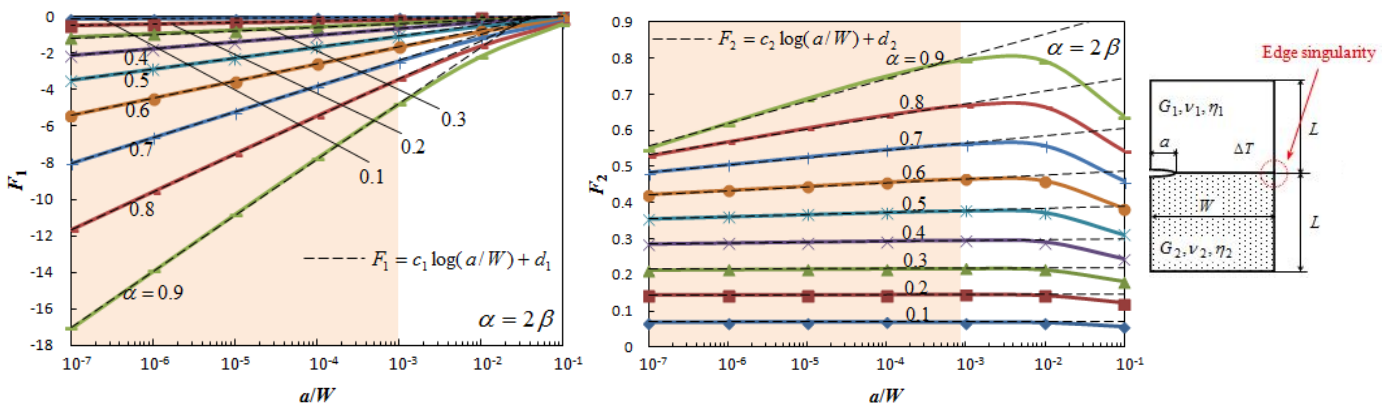


Fig.10 Relation between  $F_1, F_2$  and the relative crack length  $a/W$  when  $\alpha=2\beta$

式(12)の応力に基づいて無次元化した応力拡大係数  $F_1, F_2$  と  $\log(a/W)$  との関係を図 10 に示す。図 10 より微小界面縁き裂の  $F_1, F_2$  はき裂の無いときの界面端対数特異性に支配され、 $a/W < 10^{-3}$  で  $\log(a/W)$  と比例関係になることがわかる。そこで、 $a/W < 10^{-3}$  の範囲で図 10 の破線のように近似すれば、 $F_1, F_2$  を以下のような式(13)で表すことができる。

$$F_1 = c_1 \log(a/W) + d_1, F_2 = c_2 \log(a/W) + d_2, \quad K_1 + iK_2 = (F_1 + iF_2)\sigma_0^{\alpha=2\beta} \sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \quad (13)$$

$$\alpha = 2\beta, \quad a/W < 10^{-3}$$

ここで、 $c_1, c_2, d_1, d_2$  は  $a/W < 10^{-3}$  でほぼ一定値である。また、 $c_1, c_2, d_1, d_2$  は  $\alpha$  (あるいは  $\beta$ ) のみに依存するため、次のような  $\alpha$  の関数として近似式を作成した。図 11 に  $c_1, c_2, d_1, d_2$  と  $\alpha$  の関係を示す。

$$c_1 = 10.7035\alpha^6 - 20.9471\alpha^5 + 18.3439\alpha^4 - 6.6708\alpha^3 + 3.2555\alpha^2 - 0.0671\alpha \quad (14)$$

$$c_2 = 0.3721\alpha^6 - 0.6765\alpha^5 + 0.5463\alpha^4 - 0.1638\alpha^3 + 0.0334\alpha^2 - 0.0022\alpha \quad (15)$$

$$d_1 = 25.5432\alpha^6 - 49.8314\alpha^5 + 41.8688\alpha^4 - 15.1837\alpha^3 + 4.9974\alpha^2 - 0.1509\alpha \quad (16)$$

$$d_2 = 4.0137\alpha^6 - 9.6898\alpha^5 + 9.4712\alpha^4 - 4.0005\alpha^3 + 0.8521\alpha^2 + 0.6590\alpha \quad (17)$$

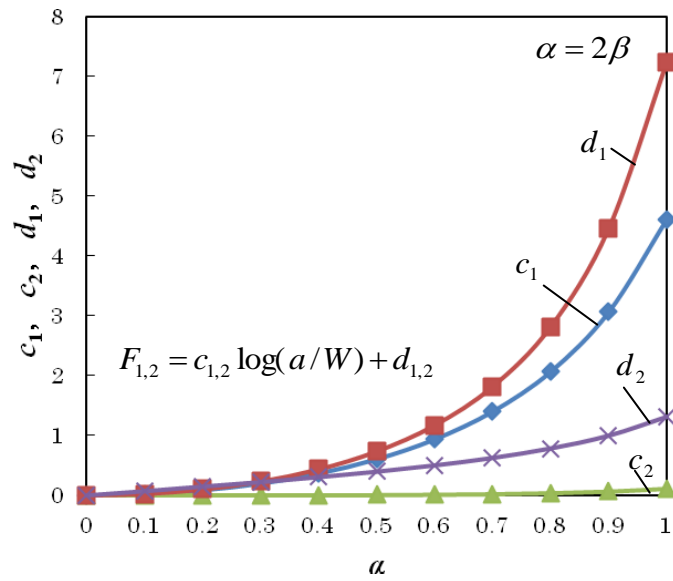


Fig. 11 Values of coefficients  $c_1, c_2, d_1$  and  $d_2$

また、図 12 にき裂長さ  $a/W=10^4, 10^5, 10^6$  の場合の  $\alpha=0\sim 0.9$  の範囲で第ゼロ節点法(CTSM)と近似式(13)より計算した  $F_1, F_2$  の比較を示す。ここで、式(13)の解と CTSM の解析値との誤差は最大で約 1%程度であった。

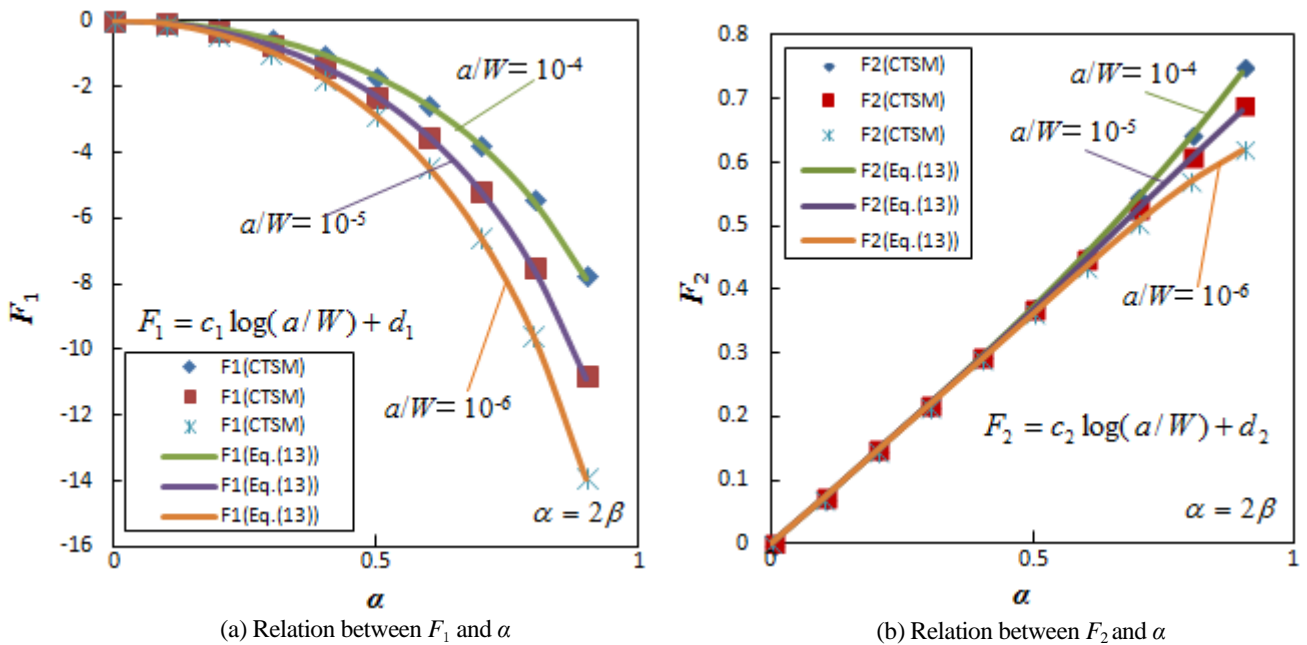


Fig. 12 Comparison between values of  $F_1, F_2$  obtained by eq.(13) and CTSM

以上の結果から、 $\alpha=2\beta$  の場合の一樣温度変化による微小緑き裂の応力拡大係数は、Dundurs のパラメータ  $\alpha$  のみに関係する無次元化係数  $c_1, c_2, d_1, d_2$  によって決定できることが明らかとなった。

#### 4. 結 言

一様な温度変化を受ける異種材料接合板の界面縁き裂の問題において、き裂長さおよび板幅の比および材料定数を変化させ FEM による熱応力解析を行い、き裂先端の応力拡大係数について検討した。微小な界面縁き裂の場合、き裂の応力拡大係数は、き裂が無いときの界面端特異応力場の影響を受ける。微小界面縁き裂の解析に対して、重ね合わせの原理を用い、界面端特異性のある問題 (図 4(b)) と界面端特異性の無い問題 (図 4(c)) の 2 つの問題の無次元化係数  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  から簡便に熱応力場の応力拡大係数を評価する手法を示した。

$$K_1 + iK_2 = (F_1 + iF_2)\sigma_0\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon), \quad F_1 = C_1 \cdot (W/a)^{1-\lambda} + D_1, \quad F_2 = C_2 \cdot (W/a)^{1-\lambda} + D_2 \quad (a/W < 10^{-2})$$

$$\sigma_0 = \frac{8G_1G_2(\eta_2^* - \eta_1^*)\Delta T}{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1) - 2(G_1 - G_2)}, \quad \eta_m^* = \begin{cases} \eta_m & (\text{Planestress}) \\ (1 + \nu_m)\eta_m & (\text{planestrain}) \end{cases} \quad (m=1,2)$$

一方、Dundurs のパラメータが  $\alpha=2\beta$  となる材料組合せの場合、界面端に対数型の特異応力場が生じるため、次式のような応力拡大係数の評価式を提案した。

$$K_1 + iK_2 = (F_1 + iF_2)\sigma_0^{\alpha=\beta}\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon), \quad F_1 = c_1 \log(a/W) + d_1, \quad F_2 = c_2 \log(a/W) + d_2 \quad (a/W < 10^{-3})$$

$$\sigma_0^{\alpha=2\beta} = \frac{8G_1G_2(\eta_2^* - \eta_1^*)\Delta T}{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}, \quad \eta_m^* = \begin{cases} \eta_m & (\text{Planestress}) \\ (1 + \nu_m)\eta_m & (\text{planestrain}) \end{cases} \quad (m=1,2)$$

無次元化係数  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  は、式(14)~(17)のように近似式で与えた。

#### 謝 辞

この研究の数値計算の一部は卒研究生、竹田享平君の協力を得た。記して謝意を表す。

#### 文 献

- 陳玳珩, 西谷弘信, 熱残留応力における接合材の特異応力場, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 59, No.564 (1993), pp. 1937-1941.
- Erdogan, F., Stress distribution in bonded dissimilar materials with cracks, Journal of Applied Mechanics, Vol. 32 (1965), pp. 403-410.
- 服部敏雄, 坂田荘司, 初田俊雄, 村上元, 応力特異場パラメータを用いた接着界面強度評価, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 54, No.499 (1988), pp. 597-603.
- 池田徹, 菰原裕二, 宮崎則幸, 仮想き裂進展法による熱応力場での異種材界面き裂の応力拡大係数解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 63, No.611 (1997), pp. 1377-1384.
- 井岡誠司, 久保司郎, 大路清嗣, 岸本純一, 異種接合材における熱残留応力とその特異性に関する検討, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 60, No.572 (1994), pp. 1049-1055.
- 西谷弘信, 寺西高広, 福山慶介, 第ゼロ節点法による異種接合材の応力拡大係数解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 69, No.684 (2003), pp. 1203-1208.
- 野田尚昭, 蘭欣, 道中健吾, 張玉, 小田和広, 任意の材料組み合わせを考慮した縁界面き裂を有する接合半無限板の応力拡大係数, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No.770 (2010), pp. 1270-1277.
- 小田和広, 神杉一吉, 野田尚昭, 比例法による界面き裂の応力拡大係数解析, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 75, No. 752 (2009), pp. 476-482.
- 小田和広, 野田尚昭, 応力場の等価性に基づく界面き裂問題の高精度解析法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 78, No.789 (2012), pp. 642-645.
- 山崎利春, アルミニウム/エポキシ突合わせ継手の端部特異応力, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 57, No.544 (1991), pp. 3029-3036.

### References

- Chen, D.H. and Nisitani, H., Singular stress field in jointed materials due to thermal residual stress, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 59, No.564 (1993), pp. 1937-1941 (in Japanese).
- Erdogan, F., Stress distribution in bonded dissimilar materials with cracks, Journal of Applied Mechanics, Vol. 32 (1965), pp. 403-410.
- Hattori, T., Sakata, S., Hatsuda, T. and Murakami, G., A stress singularity parameters approach for evaluating adhesive strength, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 54, No.499 (1988), pp. 597-603 (in Japanese).
- Ikeda, T., Komohara, Y. and Miyazaki, N., Stress intensity factor analysis of an interface edge crack between dissimilar materials under thermal stress condition by virtual crack extension method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 63, No.611 (1997), pp. 1377-1384 (in Japanese).
- Ioka, S., Kubo S., Ohji, K. and Kishimoto, J., Thermal residual stresses in bonded dissimilar materials and their singularity, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 60, No.572 (1994), pp. 1049-1055 (in Japanese).
- Nisitani, H., Teranishi, T. and Fukuyama, K., Stress intensity factor analysis of a bimaterial plate based on the crack tip stress method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 69, No.684 (2003), pp. 1203-1208 (in Japanese).
- Noda, N.-A. Lan, X., Michinaka, K., Zhang, Y. and Oda, K., Stress intensity factor of an edge interface crack in a bonded semi-infinite plate, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 76, No.770 (2010), pp. 1270-1277 (in Japanese).
- Oda, K., Kamisugi, K. and Noda, N.-A., Analysis of stress intensity factor for interface cracks based on proportional method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 75, No. 752 (2009), pp. 476-482 (in Japanese).
- Oda, K. and Noda, N.-A., Finite element analysis of interface crack problem based on the equivalence of stress field, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 78, No.789 (2012), pp. 642-645 (in Japanese).
- Yamasaki, T., Edge singular stress of Al/epoxy butt joint, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 57, No.544 (1991), pp. 3029-3036 (in Japanese).