

界面上の応力が一定で特異応力場が存在しない突合せ継手の接着強度

小田 和広^{*1}, 三原 誠大^{*2}, 野田 尚昭^{*3}

Adhesive strength of butt joint having constant interface stress distribution without singular stress field

Kazuhiro ODA^{*1}, Masahiro MIHARA^{*2} and Nao-Aki NODA^{*3}^{*1} Division of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Technology, Oita University
700 Dannoharu, Oita-shi, Oita 870-1192, Japan^{*2} Graduate School of Engineering, Oita University
700 Dannoharu, Oita-shi, Oita 870-1192, Japan^{*3} Department of Mechanical Engineering, Kyusyu Institute of Technology
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyusyu-shi, Fukuoka 804-8550, Japan

Received: 22 January 2025; Revised: 18 March 2025; Accepted: 21 April 2025

Abstract

Various testing methods for adhesive strength are prescribed in JIS but no testing method is indicated under no singular stress field. Usually, strength of materials should be considered for plane specimens where uniform stress distributions can be expected. However, in the case of adhesive strength evaluation, all bonded specimens exhibit a singular stress field, the intensity of which (ISSF) varies depending on the adhesive layer geometry. This is the reason why the adhesive strength varies depending on the adhesive layer geometry. In this paper, therefore, a protruding butt joint is proposed to obtain a constant interface stress distribution. Then, the essential adhesive strength is clarified under uniform interface stress without localized stress concentrations. Unlike standard butt joints, where strength is significantly affected by adhesive layer thickness h , it was found that the adhesive strength in the proposed joint remains constant at critical stress $\sigma_B = 47.7$ MPa, regardless of h . It is also found that in JIS butt joints, the border at $h=0.1$ mm allows a distinction between fracture due to internal stress and fracture due to a singular stress field. In the case of failure due to a singular stress field, by calculating the region (process zone) where the average stress is the original strength of the butt joint, $\sigma_B = 47.7$ MPa, it is thought that failure will occur at a position $r_B = 14.7$ μm from the adhesive end. This is almost equal to the fracture origin of a rectangular column butt joint reported in a previous study, and can be said to be a reliable evaluation method.

Keywords : Butt joint, Adhesive strength, Singular stress field, Ultimate strength, Interface

1. 緒 言

金属と樹脂の接着接合法は、異種材の接合、製品の軽量化、耐腐食性、コスト削減などの利点から工業分野を始め、様々な場面で利用されている。とくに近年では、軽量化や省資源化を目的として、接着接合技術の自動車や航空機などへの利用が拡大しており、接着接合部や接着継手に対する強度や信頼性の高度化への要求が高まっている。接着接合材の接着強度試験法は JIS K6849 (日本産業規格, 1994) によって定められており、バット継手は一辺 12.7 mm の正四角柱または直径 12.7 mm の丸棒 (試験片長さ $L = 38$ mm \times 2 を接着剤で接着) と規定されている。しかし、接着層厚さ h の記載はないため、JIS 規格によるバット継手では図 1(a) に示すように、接着層厚さ h の減少とともに接着強度 σ_c^{JIS} が増加する (鈴木, 1987; 小田他, 2024)。そのため、試験片で得られた破断強度 σ_c^{JIS} をそのまま接着層厚さ h の異なる実物に適用することは難しい。バット継手の接着強度 σ_c^{JIS} が接着層厚さ h に依存する理由は、接着端部で特異応力場が生じるためである。このように、JIS 規格のバット継手では常に応力集

No.25-00025 [DOI:10.1299/transjsme.25-00025], J-STAGE Advance Publication date : 1 May, 2025

^{*1} 正員, 大分大学 理工学部 (〒870-1192 大分県大分市旦野原 700 番地)^{*2} 学生員, 大分大学大学院 工学研究科^{*3} 正員, 九州工業大学 工学研究院 (〒804-8550 福岡県北九州市戸畑区仙水町 1-1)

E-mail of corresponding author: oda-kazuhiro@oita-u.ac.jp

中が生じ、き裂のある材料のような取り扱いが必要である。それにもかかわらずき裂寸法に相当する接着層厚さ h の指定がなされていない。接着端部での特異応力場の強さ (Intensity of Singular Stress Field) ISSF に注目すれば、図 1(b)のように、接着強度は (Intensity of Singular Stress Field) ISSF 一定の条件 ($K_{\sigma c} = \text{const.}$) で表すことができる。これは、き裂長さの異なるき裂材の強度が、破壊靱性で表すと一定値となることと同様であり、接着継手の強度が常に応力集中によって左右されることを示している。

これまで、界面端部の特異応力場、界面き裂あるいは界面近傍のき裂の応力拡大係数などに関する研究が盛んにおこなわれてきた。久保・大野 (1991) や陳・西谷 (1993) は、固有関数展開法によって界面端近傍の応力場の特異性を再検討し、特異性の有無を議論している。野田他 (2012) は、有限要素法 (FEM) によって得られた界面端近傍の応力値の比を用いて界面端における特異応力場の強さ (ISSF) を評価する効率的な手法を報告している。さらに、野田他 (2010, 2014)、小田他 (2016) は仮想的な界面き裂を想定することで、その応力拡大係数 (SIF) に注目した接着接合材の強度評価法の有用性を示している。これらの研究によって、接着強度が (Intensity of Singular Stress Field) ISSF 一定の条件 ($K_{\sigma c} = \text{const.}$) や、仮想的な界面き裂の SIF 一定の条件 ($K_{1c} = \text{const.}$) として合理的に表現できることが明確にされてきた。

一般の材料の強度を評価する場合、通常はまず平滑材の強度を測定することが一般的である。しかしながら、接着継手においては、応力集中のない平滑材に相当するバット継手を作製することが困難であるため、特異応力場のないバット継手の強度を測定している研究例は見当たらない。そのため、図 1(b)に示すように、JIS 規格によるバット継手では、特異応力場に注目した ISSF による強度評価が有効である。一方で、応力集中がない平滑材に相当するバット継手の強度を測定することは、JIS 規格によるバット継手の接着強度に対して、より定量的な破壊条件を理解することに貢献できるものと考えられる。特異応力場を低減させる試験片形状として、接合界面端部の角度を調整して特異性指数を変化させた継手 (立野他, 1994) や接着面の縁に丸みを施した突合せ継手 (吉田他, 2019) が検討されている。しかし、いずれの試験片も通常の突合せ継手よりも強度は向上するものの、界面端部の特異応力場を消失させるには至っていない。また、金子・奈良橋 (2007) は張り出し型形状の接着試験片を提案し Mises 応力に基づく強度評価基準について検討しているが、本研究のように特異応力場が存在しない本来の接着強度を追求するという観点の考察はなされていない。

そこで、本研究では、接着界面端部の特異性を消去あるいは低減し、平滑材に相当する接着強度が得られる突出し型バット継手を提案する。接着層厚さを変えた突出し型バット継手試験片を製作し、その接着強度を実験によって測定した。また、従来のバット継手の接着強度と、平滑材である突出し型バット継手の接着強度を比較し、接着強度と接着層厚さとの関係について考察するとともに、特異応力場のプロセスゾーンに基づく接着強度の評価方法について検討する。

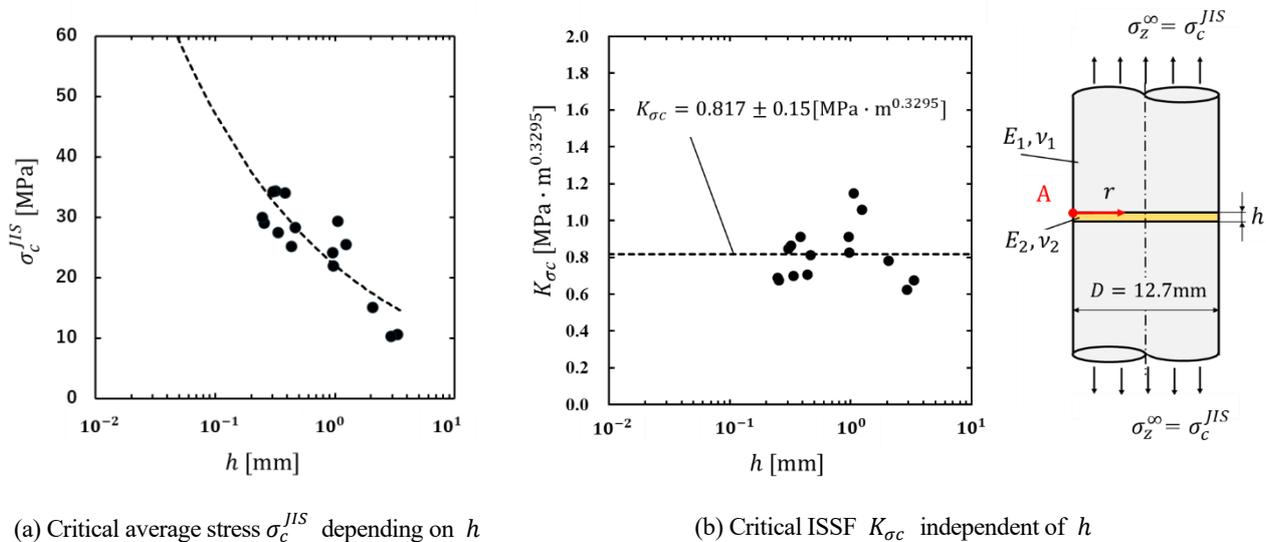
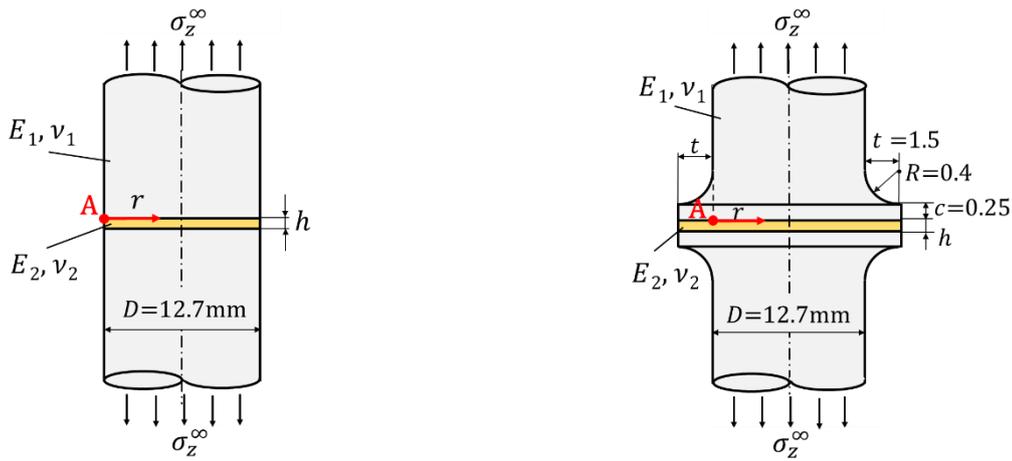


Fig. 1 Critical adhesive strength for S35C/Epoxy JIS butt joint expressed as an average stress σ_c^{JIS} prescribed in JIS and the adhesive strength expressed as a constant ISSF $K_{\sigma c} = F_{\sigma} \sigma_c^{JIS} h^{1-\lambda} = 0.817 \pm 0.15 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.3295}$.

2. 突出し型バット継手と通常のバット継手の界面応力分布の比較

2・1 本研究で提案する突出し型バット継手形状と試験材料

図 2(a)に JIS 規格に基づく通常の円柱状バット継手試験片を示す. また, 図 2(b)に本研究で提案する突出し型バット継手試験片を示す. これらの強度を実験で求めるとともに, FEM 解析によって界面の応力分布を求めた. 図 2(b)に示す突出し型バット継手試験片は, 突出し部長さ t , 突出し部厚さ c , 曲率半径 R をそれぞれ変化させて接着界面の応力分布を解析し, 特異応力場が消失するような試験片形状を検討した. その結果, $t = 1.5 \text{ mm}$, $c = 0.25 \text{ mm}$, $R = 0.4 \text{ mm}$ とした. 被着材には機械構造用炭素鋼 (S35C), 接着剤にはエポキシ樹脂 (ぜい性的性質を示すセメダイン社 EP-160 加熱硬化型樹脂) を使用した. 表 1 に, 本研究で用いた接着剤および被着材の材料定数を示す. 表 1 の α , β は被着材と接着剤の弾性係数で決まる Dundurs パラメータであり, λ は特異性指数である.



(a) Butt joint specified in JIS

(b) Newly proposed butt joint having protrusions

Fig. 2 Cylindrical butt joints with and without protrusions subjected to tension σ_z^∞ . (a) Butt joint specified in JIS, (b) Newly proposed butt joint having protrusions.

Table 1 Material properties considered in this study.

Material	E [GPa]	ν	α	β	λ
Adherend (S35C)	$E_1 = 206$	$\nu_1 = 0.3$	0.973	0.174	0.6705
Adhesive (Epoxy)	$E_2 = 2.64$	$\nu_2 = 0.39$			

2・2 JIS バット継手および突出し型バット継手の界面応力分布

図 3 に遠方引張応力 $\sigma_z^\infty = 1$ の時の通常のバット継手の界面の応力分布 $\sigma_z(r)$ を示す. 図 3(b)は, 図 3(a)の横軸を対数表示したもので, $r = 0$ 付近の小さい範囲を分かりやすく示している. 図 3(b)より, 通常のバット継手では, $r \leq 0.1 \text{ mm}$ の範囲で遠方引張応力 $\sigma_z^\infty = 1$ に対する応力値は顕著に増加し, 特異応力場が発生していることが分かる. また, $r \leq 0.1 \text{ mm}$ の範囲の応力値は接着層厚さ h が大きいほど高くなる. $0.1 \leq r \leq 6.35 \text{ mm}$ の範囲では特異応力場に対応して応力値が変化している. したがって, $r \leq 0.1 \text{ mm}$ の特異応力場が破壊に対して支配的であり, 図 1(a)に示すように, 接着層厚さ h によって接着強度 σ_c が変化する.

図 4 に突出し型バット継手の界面の応力分布 $\sigma_z(r)$ を示す. 図 4 では, 直径 D の丸棒表面に対応する位置を座標 r の原点 A としている. そのため, 突出し部の端部は $r = -1.5 \text{ mm}$ である. 図 4(b)は, 図 4(a)の端部付近 ($-1.5 \leq r \leq 1.5 \text{ mm}$) を拡大表示したものである. 図 4 よりわかるように, 図 2(b)の突出し型バット継手では, $0.5 \leq r \leq 6.35 \text{ mm}$ の範囲で遠方引張応力 $\sigma_z^\infty = 1$ にほとんど等しい応力値が得られており, この領域では $\sigma_z(r)$ はほぼ一定値である. $r \leq 0 \text{ mm}$ の範囲では, 表面に近くなるほど応力値は低下し, どの接着層厚さ h でも特異応力場の発生は見られない. そのため, $r \leq 0 \text{ mm}$ の範囲ではほとんど荷重を負担していないものと考えられる. そこで, 表

2に、図2(b)の ISSF の無次元値 $F_\sigma = K_\sigma / (\sigma_z^\infty h^{1-\lambda})$ を比例法で解析した結果を示す。表2より、突出し型バット継手では ISSF がほぼ0であり、特異応力場が生じていないことが確認できる。したがって、突出し型バット継手では、破壊に関与する領域が $0 \leq r \leq 6.35$ mm であり、この領域では遠方引張応力 $\sigma_z^\infty = 1$ にほとんど等しい応力値であるため、突出し型バット継手 (図2(b)) は平滑材に相当すると考えられる。そこで本論文では、図2(b)の突出し型バット継手の強度を「平滑材の強度 σ_B 」と呼ぶことにする。

Table 2 Normalized ISSF $F_\sigma = K_\sigma / (\sigma_z^\infty h^{1-\lambda})$ analyzed by the proportional method.

h [mm]	$F_\sigma = K_\sigma / \sigma_z^\infty h^{1-\lambda}$	
	Butt joint for JIS in Fig.2(a)	Butt joint having protrusion in Fig.2(b)
0.1	0.352	-0.00272
0.5	0.361	-0.0342
1.0	0.373	-0.0151
1.5	0.385	0.00223

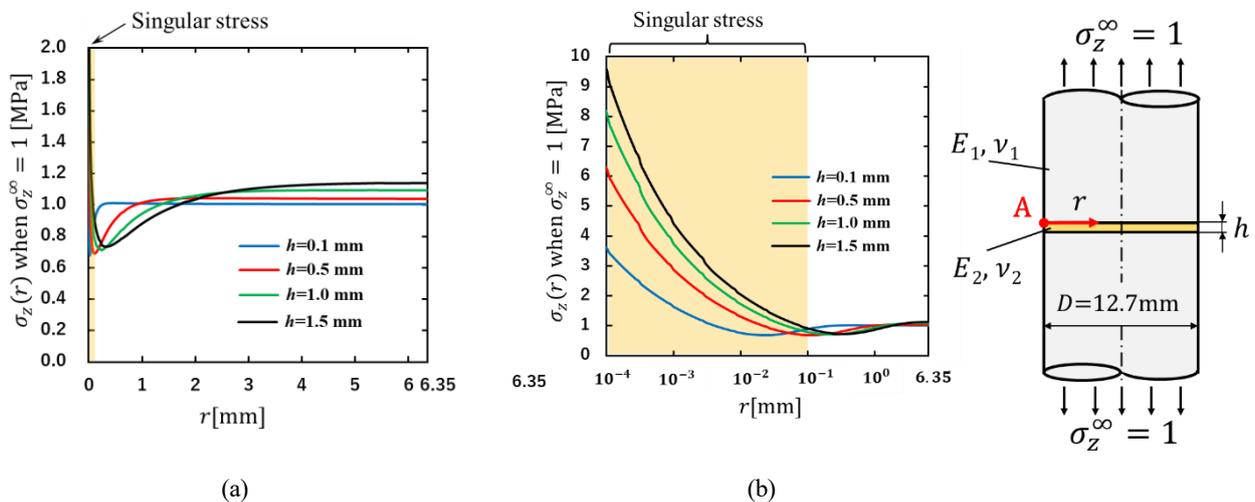


Fig. 3 Singular stress distribution $\sigma_z(r)$ can be seen at $r \leq 0.1$ mm for JIS butt joint under $\sigma_z^\infty = 1$ MPa.

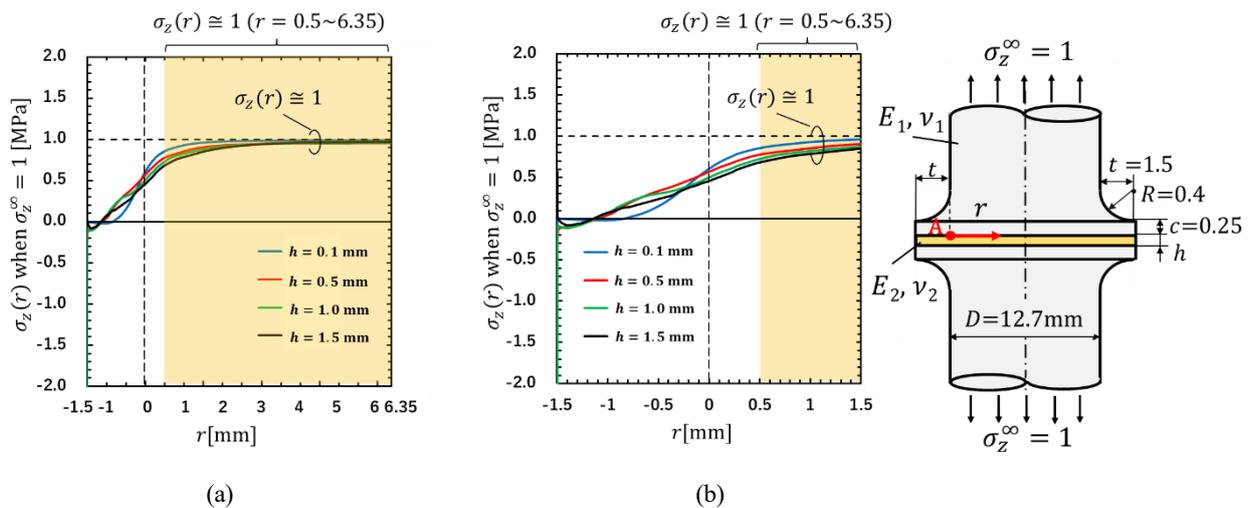


Fig. 4 Constant stress distribution $\sigma_z(r) \cong 1$ can be seen at $0.5 \leq r \leq 6.35$ mm for butt joint having protrusion under $\sigma_z^\infty = 1$ MPa. It should be noted that no singular stress field occurs near the interface end.

3. 特異性のない突出し型バット継手の接着強度と通常のバット継手の接着強度の比較

3・1 接着試験片の作製方法および引張試験

突出し型バット継手の接着強度を測定するため、次のように試験片を作製した。被着材には機械構造用炭素鋼 S35C、接着剤にはセメダイン社の加熱硬化型一液性エポキシ樹脂 EP-160 を使用した。被着材の接着面は、60 番の紙やすりで一方向に研磨した後、被着材をアセトンに浸して本田電子製の卓上型超音波洗浄機 (W-113) で、10 分間の洗浄を 3 回行い脱脂している。樹脂は、城田電気炉製の電気炉 (ピクチャー-2S) で 60 °C で 30 分加熱し粘度を下げた後、真空ポンプで 30 分間の脱泡を行った。その後、芯の出ている接着用 V 型溝付き治具に 2 本の被着材を固定し、注射器で樹脂を流し込み、電気炉で 150 °C、2 時間加熱して硬化させた後、1 日炉冷した。硬化後、試験片は引張試験まで室温のデシケータ内で保管した。

引張試験は、温度 20 °C、湿度 50% に管理された実験室にて、島津製作所の精密万能試験機 (AG-250kNXplus) を用い、クロスヘッド変位速度 1 mm/min の定速で実施した。試験片取付にはムソー工業 (株) 製の二軸型引張試験治具を用い、接着試験片に曲げが作用しないようにしている。試験後に破面の観察を行った。

突出し型バット継手による接着強度測定は、JIS バット継手と比較して試験片の加工コストは高くなるものの、試験コストや試験装置導入費用は同程度である。

3・2 突出し型バット継手の接着強度

図 5 に、図 2(b) の突出し型試験片の実験結果を ■印で示す。ここで、突出し型試験片の接着強度 σ_c は、試験片に負荷される最大荷重 P_c を、直径 D の断面積で除した公称応力 $\sigma_z^\infty = \sigma_c = 4P_c / (\pi D^2)$ で表したものである。図 5 に示すように、本研究によって、突出し型試験片の接着強度は接着層厚さ h に関係なく、 $\sigma_c = 47.7$ MPa として、ほぼ一定値として表されることが明らかとなった。この接着強度は特異応力場の無い、理想的な場合の、本来のバット継手の強度を示しているものと考えられる。通常のバット継手では、図 3(b) に示すように接着端部で特異応力場が必然的に発生し、その結果、応力集中の無い平滑材の接着強度を直接測定することは困難である。今回の実験によって初めて求めた突出し型の接着強度 (平均値 $\sigma_B = 47.7$ MPa) は、接着層厚さ h に依存しない本来のバット継手の強度、すなわち平滑材の強度 σ_B に相当する。突出し型バット継手は、使用する接着剤や被着材に関係なく特異応力場を低減できる形状であるため、幅広い材料組合せに対する接着強度の測定に適用可能である。さらに、応力特異場パラメータを用いた評価とは異なり、小規模降伏条件といった制約を受けることもない。したがって、本研究で提案した突出し型バット継手のように、界面端部の特異応力場を十分に低減させれば、接着強度は著しく向上し、本来の接着強度 σ_B が得られる。

自動車や航空機産業においては軽量化、高強度化のため異種材料接着技術の活用が進められており、特異応力が生じない突合せ接着継手は、接着構造の信頼性や疲労強度の向上といった課題の解決法として期待できる。

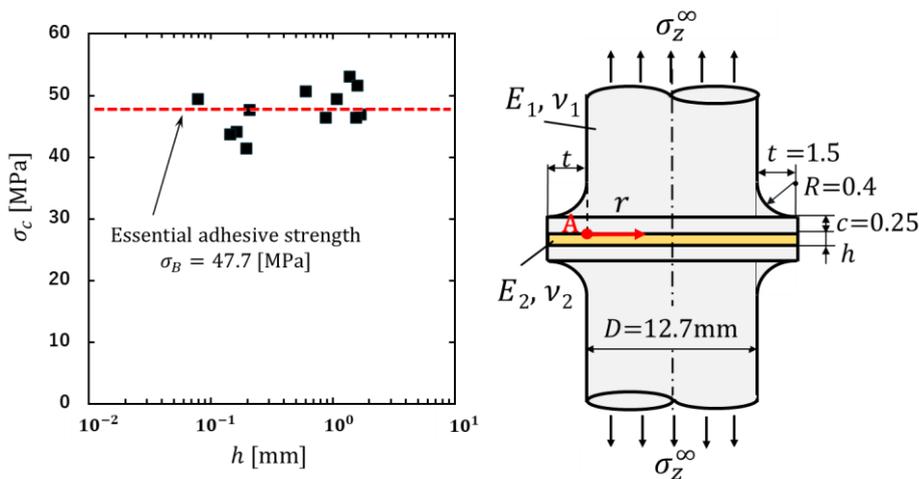


Fig. 5 Critical adhesive strength $\sigma_c = \sigma_B = 47.7$ MPa experimentally obtained for the butt joint having protrusion in Fig.2(b) represents the essential adhesive strength without singular stress field, which is independent of bondline thickness h .

3・3 JIS バット継手の接着強度

図 6 に、JIS バット継手試験片の接着強度 σ_c^{JIS} と接着層厚さ h との関係を示す。接着強度 σ_c^{JIS} は、試験片に荷重される遠方荷重 $\sigma_z^\infty = \sigma_c^{JIS} = 4P_c/(\pi D^2)$ で表している。図 6 中の●印は実験値である。図 6 よりわかるように、接着強度 σ_c^{JIS} は、接着層厚さ h が小さくなるにつれて増加していく。図 6 中の黒の破線は、接着界面端部の特異応力場の強さ ISSF 一定($K_{\sigma c} = F_\sigma \sigma_c^{JIS} h^{1-\lambda} = 0.817 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.3295}$)として破断条件を表したときの接着強度であり、赤の破線は図 5 で求めた平滑材の強度 σ_B である。JIS バット継手の接着強度 σ_c^{JIS} は、次式のように表すことができる (小田他, 2024)。

$$\sigma_c^{JIS} = \frac{K_{\sigma c}}{F_\sigma h^{1-\lambda}} = \frac{2.31}{h^{0.3295}}, \quad K_{\sigma c} = 0.817 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.3295}, \quad F_\sigma = 0.354 \quad (1)$$

本研究では、特異応力場の強さ $K_{\sigma c}$ は、比例法 (小田他, 2009 ; 宮崎他, 2015 ; Noda et al., 2018) により解析した。破断までの界面端部における接着剤の塑性域寸法は試験片直径に対して十分小さく、小規模降伏条件を満足している (野田他, 2024)。また、バルク接着剤の応力-ひずみ曲線が延性的性質を示しても、バット継手の接着層の応力-ひずみ関係はほぼ直線的で弾性的挙動を示すことも確認されている (野田ら, 2024)。

図 6 より、実験結果と $K_{\sigma c}$ 一定の条件で求めた黒の破線の結果は、よく一致することがわかる。また、図 6 の黒の破線と赤の破線の交点はおよそ $h \approx 0.1 \text{ mm}$ であり、これは通常のバット継手でも $h = 0.1 \text{ mm}$ の時に平滑材の強度 σ_B が得られることを示している。図 6 より $h > 0.1 \text{ mm}$ の範囲では $\sigma_c^{JIS} < \sigma_B$ であるため、特異応力場により破壊が生じていることは明らかである。 $h = 0.1 \text{ mm}$ のときは、 $\sigma_c^{JIS} \cong \sigma_B$ であるため、特異応力場による破壊か、内部応力による破壊か細部の破面観察をしなければ分からない。 $h < 0.1 \text{ mm}$ の範囲の黒の破線は σ_B より高い数値を示しているが、式(1)による予測値である。 σ_B はバット継手の本来の強度であり、 σ_B が上限値と考えるならば、それ以上の接着強度が得られるとは考えられない。したがって、 $h < 0.1 \text{ mm}$ の範囲の接着強度は σ_B に等しい値となると予想できる。

以下の議論では、図 5 で得られた σ_B に基づいて、 $h < 0.1 \text{ mm}$ の範囲では内部応力による破壊、 $h \geq 0.1 \text{ mm}$ の範囲では特異応力場による破壊が生じると考え、プロセスゾーンを用いた定量的な破壊の評価方法について考察する。

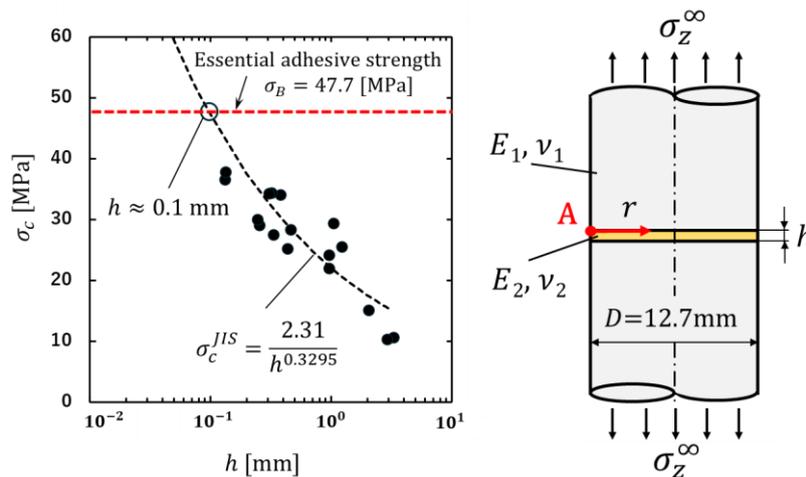


Fig.6 Critical JIS adhesive strength expressed as $\sigma_c^{JIS} = 2.31/h^{0.3295}$ MPa for JIS butt joint in comparison with the essential adhesive strength $\sigma_B = 47.7$ MPa without singular stress field for butt joint having protrusions.

4. JIS バット継手の破断時の界面の応力分布とプロセスゾーンの寸法について

図 2(a)の JIS バット継手の破断条件を議論するために、破断時に接着界面に生じる z 方向の垂直応力分布 $\sigma_z(r)$ を検討する。図 7 に、JIS バット継手に作用する遠方応力を $\sigma_z^\infty = \sigma_c = 2.31/h^{0.3295}$ としたときの、界面応力分布 $\sigma_z(r)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c}$ を示す。接着層厚さは $h = 0.01 \sim 1.0$ mm まで変化させている。図 7 よりわかるように、この遠方応力は K_{σ_c} 一定の条件で求めたものであるので、界面端部近傍の特異応力分布は、すべての接着層厚さで、破線で示す漸近解と一致している。一方、試験片中央部の応力 $\sigma_z(r = 6.35)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c}$ に注目すれば、 $h < 0.1$ mm の場合には $\sigma_z(r = 6.35)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} > \sigma_B = 47.7$ MPa であり、 $h \geq 0.1$ mm では、 $\sigma_z(r = 6.35)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} \leq \sigma_B = 47.7$ MPa となっている。バット継手の接着強度が $\sigma_B = 47.7$ MPa であると考えれば、 $h < 0.1$ mm の場合は、試験片内部の応力によって破壊するはずである。そのため、接着層厚さが $h < 0.1$ mm の場合と、 $h \geq 0.1$ mm の場合に分けて、破断条件を考えるべきである。

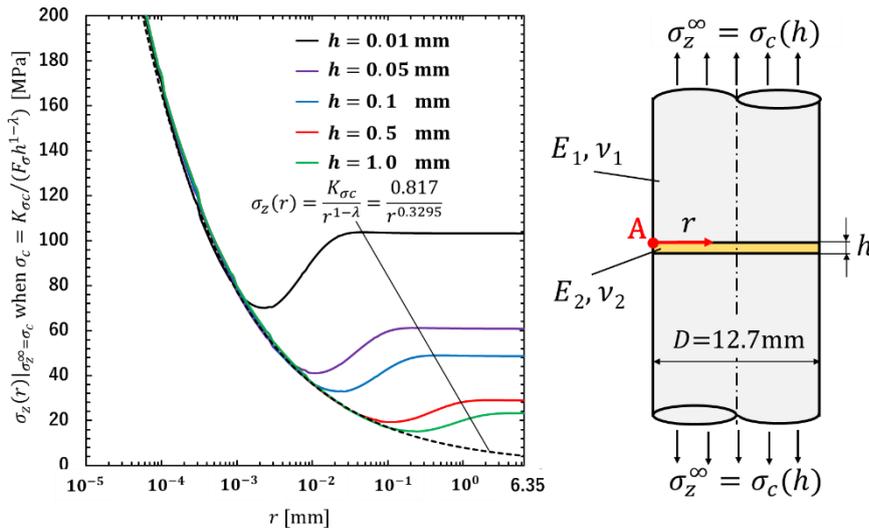


Fig.7 Critical singular stress distributions $\sigma_z(r)$ for butt joint under $\sigma_z^\infty = \sigma_c = K_{\sigma_c}/(F_\sigma h^{1-\lambda}) = 2.31/h^{0.3295}$. Dotted curve shows asymptotic solution $\sigma_z(r) = K_{\sigma_c}/r^{1-\lambda} = 0.817/r^{0.3295}$

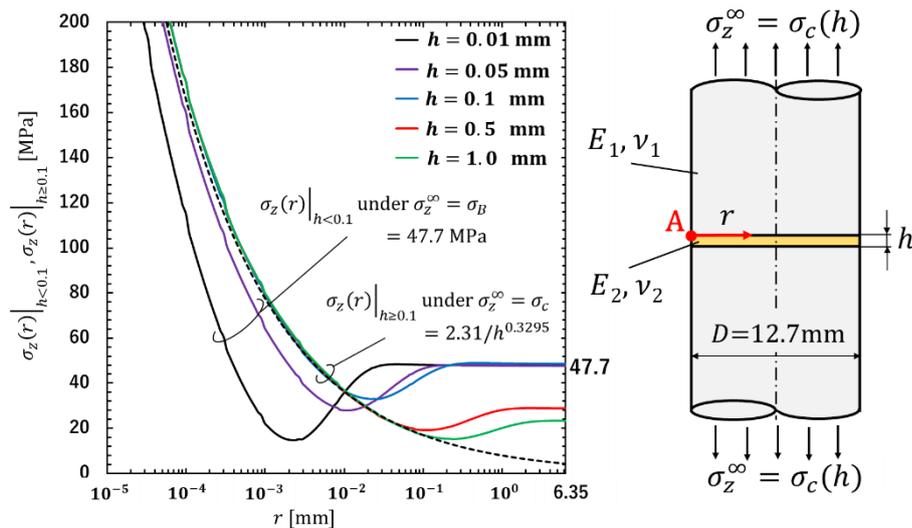


Fig.8 Critical singular stress distributions $\sigma_z(r)|_{h \geq 0.1}$ for butt joint under $\sigma_z^\infty = \sigma_c = 2.31/h^{0.3295}$ for $h \geq 0.1$ mm, and critical singular stress distribution $\sigma_z(r)|_{h < 0.1}$ for butt joint under $\sigma_z^\infty = \sigma_B = 47.7$ MPa for $h < 0.1$ mm. Dotted curve shows asymptotic solution $\sigma_z(r) = K_{\sigma_c}/r^{1-\lambda} = 0.817/r^{0.3295}$.

4・1 接着層が薄い ($h < 0.1$ mm) 場合の破断条件

図8に、JIS バット継手に作用する遠方応力を、 $h < 0.1$ mm の場合には $\sigma_z^\infty = \sigma_B = 47.7$ MPa、 $h \geq 0.1$ mm の場合には $\sigma_z^\infty = \sigma_c = 2.31/h^{0.3295}$ としたときの界面応力分布 $\sigma_z(r)|_{h < 0.1}$ 、 $\sigma_z(r)|_{h \geq 0.1}$ を示す。図8より、接着層厚さが小さい $h < 0.1$ m の場合の界面応力分布 $\sigma_z(r)|_{h < 0.1}$ は、試験片中央部の応力は、 $\sigma_z(r = 6.35)|_{h < 0.1} = \sigma_B = 47.7$ MPa であり、界面近傍の特異応力も、破線で示す $K_{\sigma c}$ 一定の漸近解よりも低い応力となっている。したがって、 $h < 0.1$ mm の特異応力場は、 $K_\sigma < K_{\sigma c}$ であり、界面端部からの破壊は生じないと考えられる。一方、試験片内部の応力は、広い範囲 ($0.1 \leq r \leq 6.35$ mm) で $\sigma_z(r)|_{h < 0.1} = \sigma_B = 47.7$ MPa となっている。そのため、接着層厚さが十分に薄い $h < 0.1$ mm の場合は、JIS バット継手の内部の応力が $\sigma_z(r)|_{h < 0.1} = \sigma_B$ となる条件で破壊すると考えられる。

4・2 接着層が厚い ($h \geq 0.1$ mm) 場合の破断条件およびプロセスゾーンの寸法

図8に示すように、 $h \geq 0.1$ mm の界面の応力分布 $\sigma_z(r)|_{h \geq 0.1}$ は、図7の $h \geq 0.1$ mm の応力分布と同じであり、界面端部付近の特異応力分布は、破線で示す $K_{\sigma c}$ 一定の漸近解と一致している。また、試験片内部の応力は、 $\sigma_z(r = 6.35)|_{h \geq 0.1} < \sigma_B = 47.7$ MPa である。したがって、接着層厚さが大きい $h \geq 0.1$ mm の場合は、通常のバット継手でよく観察される、界面端部破壊が生じる。

ここで、図9に示すように、特異応力場が生じている接着端部において、平均的な応力 $\sigma_B(h, r_B)$ が、図5の実験結果から得られた平滑材の強度 $\sigma_B = 47.7$ MPa と等しくなる領域 (プロセスゾーン) を考える。図9の青の破線で示す面積とオレンジ色で示す特異応力場が生じている面積 $\int_0^{r_B} \sigma_z(r) dr$ が等しいという条件を考えれば、破断時の平均的な応力 $\sigma_B(h, r_B)$ は、式(2)のように表される。ここで、 r_B は破壊に関与する領域である。

$$\sigma_B(h, r_B) = \frac{1}{r_B} \int_0^{r_B} \sigma_z(r)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} dr \quad (2)$$

ここで、式(2)の $\sigma_z(r)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c}$ は、 $K_{\sigma c} = \text{const.}$ から式(3)より与えられる。

$$\sigma_z(r)|_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} = \frac{K_{\sigma c}}{r^{1-\lambda}} \quad (3)$$

式(3)を式(2)に代入して、

$$\sigma_B(h, r_B) = \frac{1}{r_B} \int_0^{r_B} \frac{K_{\sigma c}}{r^{1-\lambda}} dr = \frac{K_{\sigma c}}{r_B} \left[\frac{1}{\lambda} r^\lambda \right]_0^{r_B} = \frac{K_{\sigma c}}{\lambda} r_B^{\lambda-1} \quad (4)$$

したがって、 r_B は、次式のようになる。

$$r_B = \left\{ \frac{\lambda \sigma_B(h, r_B)}{K_{\sigma c}} \right\}^{\frac{1}{\lambda-1}} \quad (5)$$

式(5)に、 $\sigma_B(h, r_B) = 47.7$ MPa、 $\lambda = 0.6705$ 、 $K_{\sigma c} = 0.817$ MPa \cdot m^{0.3295} を代入すれば、プロセスゾーンとして $r_B = 14.7$ μ m が得られる。高木ら (2020) は、正四角柱の JIS バット継手の破面観察を行い、破壊起点は表面から 20 μ m 付近であると報告している。本研究で求めた特異応力場の平均的な応力が $\sigma_B(h, r_B) = 47.7$ MPa となるように求めたプロセスゾーンの寸法 $r_B = 14.7$ μ m は、この破面観察の結果とよく一致している。弾性特異応力場の範囲は $r \leq 10 \sim 100$ μ m ($h = 0.1 \sim 1.0$ mm) であるため (図3, 図8 参照)、特異応力場で破壊が生じるとき、界面端部では平均的な応力が $\sigma_B(h, r_B) = 47.7$ MPa となっていると考えることは妥当である。したがって、バット継手では、界面端部の平均的な応力が $\sigma_B(h, r_B) = 47.7$ MPa に達したときに破壊が生じると考えられる。

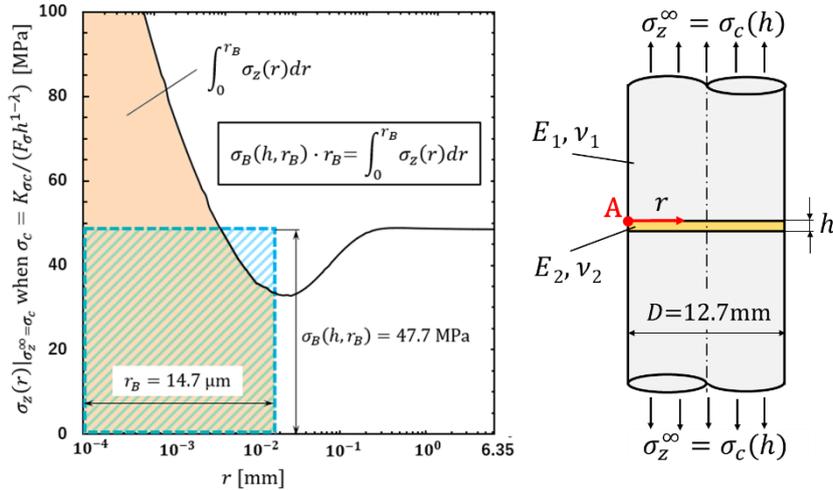


Fig.9 Estimation of process zone size r_B from Eq.(2). Since the essential adhesive strength can be expressed as $\sigma_B = 47.7$

MPa, the process zone can be estimated from $(1/r_B) \int_0^{r_B} \sigma_z(r) |_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} dr = 47.7$ MPa.

5. JIS バット継手の接着強度に対する σ_B の有用性

JIS バット継手については、これまで多くの研究者により、種々の材料組合せで、接着層厚さを変化させた接着強度 $\sigma_c(h)$ が測定されている（鈴木, 1987, Reedy and Guess, 1997, Qian and Akisanya, 1998, Akisanya and Meng, 2003, Naito et al., 2012）. 式(2)に基づけば、プロセスゾーン r_B を仮定することによって、それら従来のデータから、特異場の無い平滑材に相当する接着強度 σ_B を予測することができる. そこで、鈴木(1987)の S35C/Epoxy resin A（脆性接着剤）および S35C/Epoxy resin B（延性接着剤）を用いた正四角柱の JIS バット継手の実験結果 $\sigma_c(h)$ を用いて、平滑材の接着強度 σ_B を予測した. その結果を表 3 および表 4 に示す. プロセスゾーンは、 $r_B = 10 \sim 25 \mu\text{m}$ の範囲を仮定した. ここで、 $\sigma_B(h, r_B) = (1/r_B) \int_0^{r_B} \sigma_z(r) |_{\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)} dr$ は、 $r > 0.01 \text{ mm}$ になると応力分布 $\sigma_z(r) |_{\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)}$ が漸近解から異なってくることから（図 10 参照）、式(6)のように、積分範囲 $[0 \sim \varepsilon_0]$ は式(3)の漸近解 $\sigma_z(r) |_{\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)} = K_{\sigma_c} / r^{1-\lambda}$ を用い、積分範囲 $[\varepsilon_0 \sim r_B]$ は FEM 応力分布を数値積分して算出した. ε_0 は漸近解と一致する範囲 $r \leq 0.01 \text{ mm}$ であれば任意に設定できるが、本研究では、 $\varepsilon_0 = 10^{-4} \text{ mm}$ とした. それぞれの h に対する K_{σ_c} の値は、野田ら（2014）の解析結果を利用した.

$$\sigma_B(h, r_B) = \frac{1}{r_B} \left\{ \int_0^{\varepsilon_0} \frac{K_{\sigma_c}}{r^{1-\lambda}} dr + \int_{\varepsilon_0}^{r_B} \sigma_z(r) |_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} dr \right\} = \frac{1}{r_B} \left\{ \frac{K_{\sigma_c}}{\lambda} \varepsilon_0^\lambda + \int_{\varepsilon_0}^{r_B} \sigma_z(r) |_{\sigma_z^\infty = \sigma_c} dr \right\} \quad (6)$$

表 3 および表 4 には、このようにして求めた $\sigma_B(h, r_B)$ の予測値ならびに鈴木の実験結果のグラフも参考のため表中に示している. また、表 3 および表 4 中の赤字の数値は、実験による接着強度 $\sigma_c(h)$ が $\sigma_B(h, r_B)$ より大きい範囲 $[\sigma_c(h) > \sigma_B(h, r_B)]$ を示している. 表 3 と表 4 から分かるように、レジ A およびレジ B とともに、 $h = 0.05 \text{ mm}$ では、 $\sigma_B(h, r_B) < \sigma_c(h)$ であり、 $h = 0.1 \text{ mm}$ では、 $\sigma_B(h, r_B) \cong \sigma_c(h)$ であるけれども、 $h \geq 0.3 \text{ mm}$ では $\sigma_B(h, r_B) > \sigma_c(h)$ となる. それぞれ r_B を仮定して求めた $\sigma_B(h, r_B)$ の予測値は、レジ A およびレジ B とともに JIS バット継手のおおよその最大値となっており、また、接着層厚さ h にあまり影響されないことがわかる. このことから、従来多くの実験データが蓄積されている JIS バット継手の接着強度 $\sigma_c(h)$ を用いて、 $r_B = 15 \mu\text{m}$ 程度と仮定すれば、そのバット継手の特異場の無い接着強度 σ_B を予測することが可能であり、バット継手のおおよその最大強度を評価することができる.

Table 3 Predicted adhesive strength $\sigma_B(h, r_B)$ obtained from Eq.(6) and the average adhesive strength $\sigma_B^{ave}(r_B) = \sum_{h=0.05}^{5.0} \sigma_B(h, r_B) / 7$ for S35C/Epoxy resin A (Suzuki, 1987).

h [mm]	$\sigma_B(h, r_B) = \frac{1}{r_B} \int_0^{r_B} \sigma_z(r) _{\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)} dr$ [MPa]				$\sigma_c(h)$ [MPa]
	$r_B=10$ [μm]	$r_B=15$ [μm]	$r_B=20$ [μm]	$r_B=25$ [μm]	
0.05	52.66	49.33	47.94	46.13	< 57.2
0.1	59.73	53.98	50.61	47.34	\cong 53.3
0.3	52.32	46.60	42.84	39.33	> 32.5
0.6	52.91	47.14	43.30	39.67	> 25.9
1.0	55.33	49.37	45.37	41.58	> 22.6
2.0	58.27	52.07	47.91	43.94	> 18.4
5.0	62.00	54.57	49.84	46.46	> 13.4
$\sigma_B^{ave}(r_B)$	56.17	50.44	46.83	43.49	-

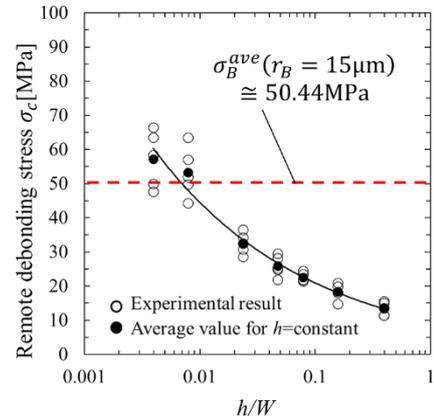


Table 4 Predicted adhesive strength $\sigma_B(h, r_B)$ obtained from Eq.(6) and the average adhesive strength $\sigma_B^{ave}(r_B) = \sum_{h=0.05}^{5.0} \sigma_B(h, r_B) / 7$ for S35C/Epoxy resin B (Suzuki, 1987).

h [mm]	$\sigma_B(h, r_B) = \frac{1}{r_B} \int_0^{r_B} \sigma_z(r) _{\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)} dr$ [MPa]				$\sigma_c(h)$ [MPa]
	$r_B=10$ [μm]	$r_B=15$ [μm]	$r_B=20$ [μm]	$r_B=25$ [μm]	
0.05	69.85	65.09	63.10	60.67	< 76.8
0.1	79.89	71.70	66.93	62.44	\cong 71.4
0.3	81.12	71.83	65.75	60.18	> 49.7
0.6	86.16	76.36	69.85	63.83	> 41.2
1.0	63.91	56.72	51.94	47.48	> 25.3
2.0	65.13	57.91	53.09	48.57	> 19.7
5.0	68.99	60.45	55.03	51.17	> 13.6
$\sigma_B^{ave}(r_B)$	73.58	65.72	60.81	56.33	-

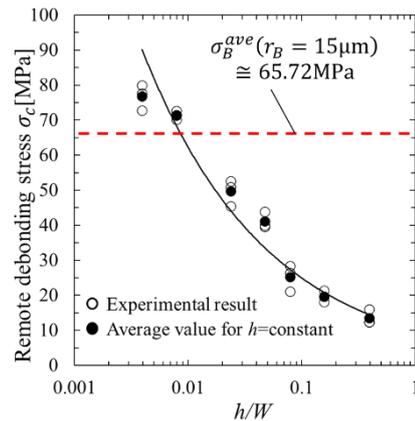


図 10 に、鈴木の実験値 $\sigma_c(h)$ を用いて FEM 解析した、レジン A、レジン B の破断時 $\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)$ の界面応力分布 $\sigma_z(r)$ を示す。図 10 より、レジン A では接着界面の内部の応力は $\sigma_z(r) \approx \sigma_c(h)$ となっていることから、 $\sigma_c(h) > \sigma_B$ の範囲、すなわち、 $h < 0.1$ mmの範囲では、界面端部ではなく、試験片内部から破断している可能性がある。また、レジン B においても同様の結果となる。このように、 σ_B を求めることで、JIS 接着強度 σ_c との比較から、破壊の生じる位置を推測することができる。

以上のように、プロセスゾーン r_B を仮定して求めた接着強度 σ_B は、バット継手の特異場の無いときの最大強度、すなわち、平滑材の接着強度 σ_B を表しており、JIS バット継手の最大強度を概ね評価することができる。また、 $\sigma_c(h) > \sigma_B$ となる接着層厚さの範囲では、試験片内部の応力で破壊する可能性のあることが予測できる。

6. 結 言

JIS 規格によるバット継手では、接着端部で特異応力場が生じるため、接着層厚さ h によって接着強度 σ_c が変化する。特異応力場が生じない接着形状であれば、接着強度は向上するものと考えられる。

本研究では、接着界面端部の特異応力場の無い突出し型バット継手を提案し、バット継手の本来の接着強度を実験により求めた。突出し型バット継手の本来の接着強度と通常のバット継手の接着強度の比較を行い、特異応

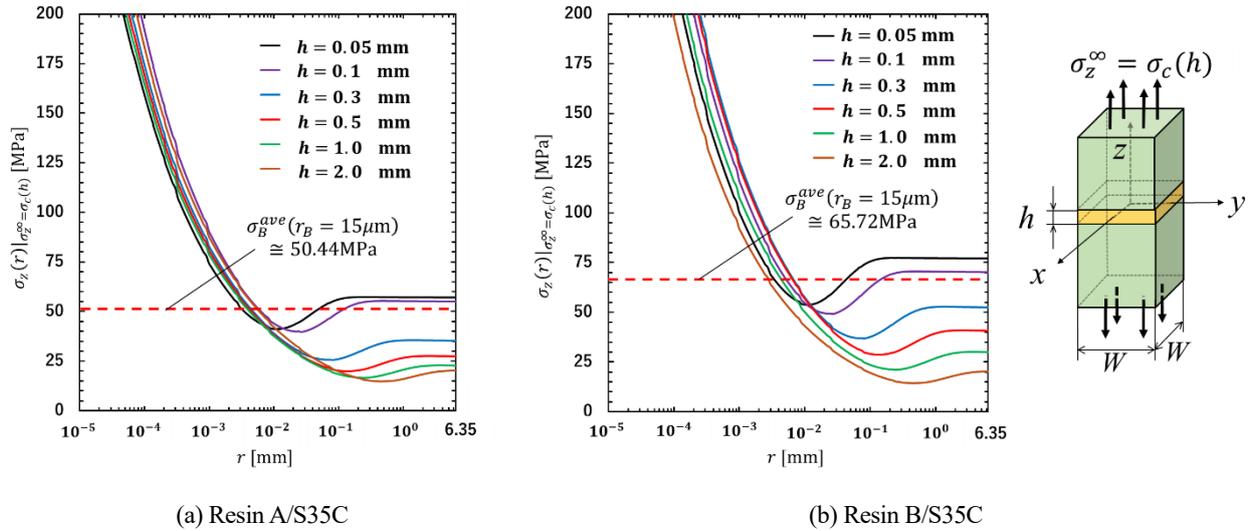


Fig.10 Critical singular stress distribution $\sigma_z(r)$ for butt joint under $\sigma_z^\infty = \sigma_c(h)$. Dotted line shows the predicted adhesive strength $\sigma_B^{ave}(r_B)$ from Eq.(6) when the process zone size $r_B = 15 \mu\text{m}$ is assumed.

力場により破壊が生じる際のプロセスゾーンに基づく接着強度の評価方法について検討した。結果は以下の通りである。

(1) 特異応力場が生じない突出し型バット継手の強度として $\sigma_B = 47.7 \text{ MPa}$ が実験により得られた。この強度は特異応力場が無いときのバット継手の強度を表すもので、応力集中の無い平滑材の強度に相当するものと考えられる。通常バット継手では特異応力場が必然的に発生し、その結果、応力集中の無い平滑材の接着強度を直接測定することは困難である。突出し型バット継手の試験片を用意することで、初めて平滑材の接着強度が得られたものと考えられる。

(2) JIS 規格で規定される通常バット継手の接着強度 σ_c^{JIS} を実験で求めたところ、その値は接着層厚さ h に依存して大きく変化し、 $h = 0.2 \text{ mm}$ では、 $\sigma_c^{JIS} = 29.5 \pm 0.5 \text{ MPa}$ 。 $h = 3 \text{ mm}$ では、 $\sigma_c^{JIS} = 10.5 \pm 0.15 \text{ MPa}$ が得られた。これらの強度は ISSF 一定の考え方より $\sigma_c^{JIS} = 2.31/h^{0.3295}$ と表される。 $\sigma_B = 47.7 \text{ MPa}$ を上限値と考えるならば、 $h < 0.1 \text{ mm}$ では、界面に沿う試験片内部応力が広い範囲 ($0.5 \leq r \leq 6.35 \text{ mm}$) で $\sigma_z(r)|_{h < 0.1} = \sigma_B = 47.7 \text{ MPa}$ となる。そのため、接着層厚さが十分に薄い $h < 0.1 \text{ mm}$ の場合は、バット継手の内部の応力が $\sigma_z(r)|_{h < 0.1} = \sigma_B$ となる条件で破壊する。

(3) 接着強度が ISSF 一定で表される $h \geq 0.1 \text{ mm}$ の場合では、接着端部の特異応力場の平均的な応力が、接着強度 $\sigma_B = 47.7 \text{ MPa}$ となる条件で破壊する。この領域 (プロセスゾーン) を求めた結果、 $r_B = 14.7 \mu\text{m}$ であった。この寸法 $r_B = 14.7 \mu\text{m}$ は、断面が正方形の JIS バット継手の破壊起点が表面から $20 \mu\text{m}$ 付近であるとする破面観察の結果とよく一致しており、バット継手では界面端部の平均的な応力が $\sigma_B = 47.7 \text{ MPa}$ となる場合に破壊が生じると考えられる。

(4) 従来多くの実験データが蓄積されている、JIS バット継手の接着強度 σ_c を用いて、特異応力場のない接着強度 σ_B を求めた。 $r_B = 15 \mu\text{m}$ 程度と仮定して求めた JIS バット継手の σ_B は、ほとんどの h で $\sigma_B > \sigma_c$ であり、おおよそその最大強度を与える。また、 $\sigma_c > \sigma_B$ となる接着層厚さの範囲では、試験片内部の応力で破壊する可能性がある。

謝 辞

本研究は、JSPS 科研費 JP21K0318 の助成を受けた。また、本研究の実験において、鈴木靖昭 博士 (鈴木接着研究所)、宮崎達二郎 教授 (琉球大学)、高木 怜 准教授 (日本文理大学) には貴重な助言を賜った。試験片作製には、竹尾真理華氏 (大分大学大学院修了生) の協力を得た。ここに記して、感謝の意を表す。

文 献

- Akisanya, A. R. and Meng, C. S., Initiation of fracture at the interface corner of bi-material joints, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.51, Issue1 (2003), pp. 27-46.
- 陳玳珩, 西谷弘信, 板状接合試験片における特異応力場の強さ, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.59, No.567 (1993), pp.2682-2686.
- 日本産業規格, 接着剤の引張り接着強さ試験方法, JIS K6849 (1994).
- 金子堅司, 奈良橋一也, 複合応力下の接着強度評価基準に関する研究, *日本機械学会論文集 (A 編)*, Vol. 73, No.726 (2007), pp. 201-208.
- 久保司郎, 大路清嗣, 自由縁応力特異性を消失させるための異種材料接合部端の幾何学的条件, *日本機械学会論文 A 編*, Vol. 57, No. 535 (1991), pp.632-636.
- Naito, K., Onta, M. and Kogo, Y., The effect of adhesive thickness on tensile and shear strength of polyimide adhesive, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 36 (2012), pp. 77-85.
- 宮崎達二郎, 野田尚昭, 王 澤鋒, 佐野義一, 異種材料接合丸棒の特異応力場の強さの解析と異種材料接合板との比較について, *日本機械学会論文集*, Vol. 81, No. 829 (2015), p. 15-00210.
- 野田尚昭, 高木怜, 小田和広, 鈴木靖昭, 引張接着強さの接着部の幾何形状寸法依存性について (特異応力場の強さ ISSF に基づく考察), *自動車技術会論文集*, Vol. 55, No. 1 (2024), pp. 205-212.
- 野田尚昭, 蘭欣, 道中健吾, 張玉, 小田和広, 任意の材料組み合わせを考慮した縁界面き裂を有する接合半無限板の応力拡大係数, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 76, No. 770 (2010), pp. 1270-1277.
- 野田尚昭, 張玉, 高石謙太郎, 蘭欣, 小田和広, 単純重ね合わせ接着継手の特異応力場の強さ, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 78, No.789 (2012), pp. 651-655.
- 野田尚昭, 宮崎達二郎, 内木場卓巳, 李戎, 佐野義一, 高瀬康, 接着接合板における特異応力の強さをを用いた接着強度の簡便な評価法について, *エレクトロニクス実装学会誌*, Vol. 17, No. 2 (2014), pp. 132-142.
- Noda, N.-A., Ren, F., Takaki, R., Wang, Z., Oda, K., Miyazaki, T. and Sano, Y., Intensity of singular stress field over the entire bond line thickness range useful for evaluating the adhesive strength for plate and cylinder butt joints, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 85 (2018), pp. 234-250.
- 小田和広, 神杉一吉, 野田尚昭, 比例法による界面き裂の応力拡大係数解析, *日本機械学会論文集 (A 編)*, Vol. 75, No. 752 (2009), pp. 476-752.
- 小田和広, 高畑洋介, 野田尚昭, 堤紀子, 接着接合板の端部特異応力場の強さと微小界面縁き裂の応力拡大係数との関係, *日本機械学会論文集*, Vol.82, No.839 (2016), DOI:10.1299/transjsme.15-00557.
- 小田和広, 竹尾真理華, 井手一希, 堤紀子, 野田尚昭, 付加切欠きによる干渉効果の重複作用による突合せ継手の接着強度向上について, *設計工学*, Vol.60, No.3 (2024), pp.149-162.
- Qian, Z. and Akisanya, A. R., An experimental investigation of failure initiation in bonded joints, *Acta Materialia*, Vol.46, Issue 14 (1998), pp.4895-4904.
- Reedy, E. D. and Guess, T. R., Interface corner failure analysis of joint strength: Effect of adherend stiffness, *International Journal of Fracture*, Vol. 88 (1997), pp. 305-314.
- 鈴木靖昭, 鋼のスクーフおよびバット継手の引張接着強度 (第3報, 接着層の厚さと接着強度の関係), *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.53, No.487(1987), pp.514-522.
- 高木怜, 野田尚昭, 佐野義一, 高瀬康, 鈴木靖昭, 趙振綱, 張季婷, 角柱突き合わせ継手の破壊起点の位置と特異応力場の強さとの関係について, *エレクトロニクス実装学会誌*, Vol. 23, No. 159(2020), pp.507-515.
- 立野昌義, 福沢康, 永沢茂, 高橋治道, 佐久田博司, 安富義幸, 応力特異性指数に基づく異材接合体強度の簡易評価, *日本機械学会論文集 (A 編)*, Vol. 60, No.577 (1994), pp. 1920-1926.
- 吉田瞬, 高橋拓也, 縹鳴, 木原幸一郎, 接着面の縁に丸みを施した丸棒突合せ接着継手の強度評価, *日本接着学会誌*, Vol.55, No.2 (2019), pp.57-63.

References

- Akisanya, A. R. and Meng, C. S., Initiation of fracture at the interface corner of bi-material joints, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.51, Issue1 (2003), pp. 27-46.
- Chen, D.-H. and Nisitani, H., Intensity of singular stress field near the interface edge point of a bonded strip, *Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.59, No.567 (1993), pp.2682-2686 (in Japanese) .
- Japanese Industrial Standards, Testing methods for tensile strength of adhesive bonds, JIS K6849-1994 (1994) (in Japanese).

- Kaneko, K. and Narahashi, K., Study on adhesive strength criterion under complex stresses, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.73, No.726 (2007), pp. 201-208 (in Japanese).
- Kubo, S. and Ohji, K., Geometrical conditions of no free-edge stress singularities in edge-bonded elastic dissimilar wedges, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 57, No. 535 (1991), pp.632-636 (in Japanese) .
- Miyazaki, T., Noda, N.-A., Wang, Z. and Sano, Y., Analysis of intensity of singular stress field for bonded cylinder in comparison with bonded plate, Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 81, No. 829 (2015), pp. 15-00210 (in Japanese) .
- Naito, K., Onta, M. and Kogo, Y., The effect of adhesive thickness on tensile and shear strength of polyimide adhesive, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 36 (2012), pp. 77-85.
- Noda, N.-A., Takaki, R., Oda, K. and Suzuki, Y., Variation of tensile adhesive strength prescribed by JIS depending on the adhesive geometries, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 85 (2018), pp. 234-250.
- Noda, N.-A., Lan, X., Michinaka, K., Zhang, Y. and Oda, K., Stress intensity factor of an edge interface crack in a bonded semi-infinite plate, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 76, No. 770 (2010), pp. 1270-1277 (in Japanese).
- Noda, N.-A., Zhang, Y., Takaishi, K.-T., Lan, X. and Oda, K., Intensity of singular stress for single-lap joints, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 78, No.789 (2012), pp. 651-655 (in Japanese).
- Noda, N.-A., Miyazaki, T., Uchikoba, T., Li, R., Sano, Y. and Takase, Y., Convenient debonding strength evaluation based on the intensity of singular stress for adhesive joints, Transactions of The Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.17, No.2 (2014), pp.132-142 (in Japanese).
- Noda, N.-A., Ren, F., Takaki, R., Wang, Z., Oda, K., Miyazaki, T. and Sano, Y., Intensity of singular stress field over the entire bond line thickness range useful for evaluating the adhesive strength for plate and cylinder butt joints, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 85 (2018), pp. 234-250.
- Oda, K., Kamisugi, K. and Noda, N.-A., Analysis of stress intensity factor for interface cracks based on proportional method, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.75, No.752 (2009), pp.476-482 (in Japanese).
- Oda, K., Takahata, Y., Noda, N.-A. and Tsutsumi, N., Relation between intensity of singular stress at interface edge and stress intensity factor of small edge interface crack in butt joint, Transactions of JSME (in Japanese), Vol.82, No.839 (2016), DOI:10.1299/transjsme.15-00557.
- Oda, K., Takeo, M., Ide, K., Tsutsumi, N. and Noda, N.-A., Adhesive strength improvement of butt joint due to duplicated interaction of additional notch, Journal of Japan Society for Design Engineering, Vol.60, No.3 (2024), pp.149-162 (in Japanese).
- Qian, Z. and Akisanya, A. R., An experimental investigation of failure initiation in bonded joints, Acta Materialia, Vol.46, Issue 14 (1998), pp.4895-4904.
- Reedy, E. D. and Guess, T. R., Interface corner failure analysis of joint strength: Effect of adherend stiffness, International Journal of Fracture, Vol. 88 (1997), pp. 305-314.
- Suzuki, Y., Adhesive tensile strengths of scarf and butt joint of steel plates (3rd report, relation between adhesive layer thicknesses and adhesive strengths of joint), Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.53, No.487 (1987), pp.514-522 (in Japanese).
- Takaki, R., Noda, N.-A., Sano, Y., Takase, Y., Suzuki, Y., Chao, C.-K. and Chang, C., Fracture origin of prismatic butt joints in relation to the intensity of singular stress field (ISSF), Transactions of the Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.76, No.159(2020), pp.507-515 (in Japanese).
- Tateno, M., Fukuzawa, Y., Nagasawa, S., Takahashi, H., Sakuta, H. and Yasutomi, Y., Convenient evaluation method for bonding strength of dissimilar materials with index of stress singularity, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.60, No.577(1994), pp.1920-1926 (in Japanese).
- Yoshida, S., Takahashi, T., Ming, T. and Kihara, K., Strength evaluation of round bar butt joint with round edged adhesive surface, Journal of Adhesion Society, Japan, Vol. 55, No.2 (2019), pp.57-63 (in Japanese).