

# ピッチ差によるボルト・ナットの疲労強度向上と緩み止め効果\*

## (その3: 緩み止め効果を表すプリベリングトルクについて)

野田 尚昭 \*\* 高瀬 康 \*\*\*

NODA, Nao-Aki and TAKASE, Yasushi

### 1 はじめに

現在でも車両や航空機等において緩みに起因する事故が散発している。そのため、緩みにくく破損しにくいボルト締結体が依然として求められており、これまでも多くの緩みの発生とその防止に関する研究がなされてきた。ここでは、ピッチ差を有するナットをボルトにねじ込む際に必要となるトルク、すなわちプリベリングトルクについて述べる。プリベリングトルクは緩み止め効果と関係するので JIS にも規定されている。

図 1 に、著者等が先の研究<sup>(1)</sup>で使用した NAS3350(National Aerospace Standard)に対応する NAS 式緩み試験の実験装置を示す。実験には JIS M16 ボルト・ナット締結体を採用し、5 種類の異なるピッチ差  $\alpha=0, 15, 33, 42, 50\mu\text{m}$  を試験した。ナットの締結力  $F$  は標準の 24kN であり、振動数は 30Hz、振動加速度は 20g である。判定条件は繰返数が 30,000 回を超えれば、緩み止め性能が十分であると規定されている。

表 1 より、 $\alpha = 33\sim 42\mu\text{m}$  では繰返数が 30,000 回を超えている。このように、NAS 式

緩み試験で求めた適切なピッチ差  $\alpha = 33\sim 42\mu\text{m}$  では、十分なプリベリングトルク  $T_p$  が生じており、 $T_p$  が緩み止め性能に大きく関係していることがわかる。

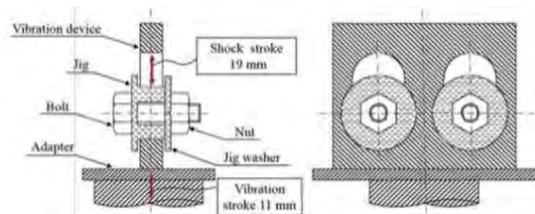


図 1 NAS 式緩み試験装置

表 1 NAS 式緩み試験結果

Pitch difference $\alpha(\mu\text{m})$	Cycles for dropping $n$	Prevailing torque $T_p$ (Nm)	Axial force $F$ (kN)
0	751 876	0	24
15	813 1528	0	24
33	30000 30000	25	14~24
42	30000 30000	67 57	1~4

\* 原稿受付: 2022 年 1 月 26 日

\*\* 九州工業大学教授

\*\*\*九州工業大学野田研究室職員

## 2 プリベリングトルクの解析と実験

プリベリングトルク  $T_p$  は、実験で測定できるが、ピッチ差などの条件を変化させたとき、それを解析で求めて、議論することが便利である。その解析には、らせん状のねじ形状をモデル化する必要があり、疲労強度の考察に用いた軸対称 FEM モデルに代わって、3次元 FEM モデルを使用する。以下では、ねじ込み過程におけるプリベリングトルクの詳細な挙動を実験的に把握するとともに、このような 3次元有限要素解析によるプリベリングトルクのシミュレーション結果も示す。

本解説では実験で耐緩み性が確認されているピッチ差付ボルト締結体の「ねじ込み過程」におけるプリベリングトルクの 3次元 FEM 解析結果も示す。ここで、ねじ込み過程は図 2 に示すように、ナットをボルトに挿入していき、被締結物に接する迄の過程であり、被締結物に接触した後の「締め付け過程」と区別して用いる。通常のボルト・ナットでは、ねじ込みに要するトルクは  $T_p = 0$  であるが、ボルト・ナットのピッチ差を大きくすると、プリベリングトルク  $T_p \neq 0$  が生じる。このようなプリベリングトルク  $T_p$  は、ナット被締結物に接触した後の締め付け過程における、締め付けトルク  $T$  とは、区別して用いる必要がある。

### 2.1 解析方法

図 3 に本研究で使用するボルト・ナット M12 の寸法を示し、図 4 にボルト・ナット間のクリアランスおよびピッチ差の説明を示す。軸方向のクリアランスは、片側  $C_x = 59\mu\text{m}$  とした。ナットには、ボルトに比べて  $\alpha$  だけ大き

いピッチを与えた。その結果、M12 ボルトのピッチ  $p = 1750\mu\text{m}$  に対して、ナットのピッチ  $1750 + \alpha\mu\text{m}$  となる(図 4 参照)。付与したピッチ差  $\alpha$  は、小さい順に  $30\mu\text{m}$ ,  $40\mu\text{m}$ ,  $50\mu\text{m}$  とする。図 5 にナットねじ込み過程におけるプリベリングトルク発生後のボルトとナットの接触状態を示す。表 2 に用いたボルト・ナットの物性値を示し、図 6 にボルト・ナットの応力ひずみ線図を示す。プリベリングトルク  $T_p$  は、ピッチ差によるボルト・ナット間ねじ同士の接触力が最大となるナット端部から順次生じ始める。図 7 に有限要素解析モデルと境界条件を示す。ナットについてはねじ込む際にトルクを作用させる六角部分を簡略化し、2 面幅を丸ナットとしてモデル化する(図 6(a))。要素分割は 3次元ソリッド要素を用いて、ボルト・ナットねじ山の螺旋形状を考慮し、ねじの螺旋部には最小  $0.048\text{mm}$  の四面体要素を用いて作成した。要素数は  $9.3 \times 10^4$  個、ノードは  $15.1 \times 10^4$  個である。解析ソフトは ANSYS16.2 を使用し、準静的、弾塑性、接触を考慮した非線形解析を用いる。図 6(b) に示すように境界条件はボルト頭部を拘束し、ナットを時計回り(締め付け方向)に回す。

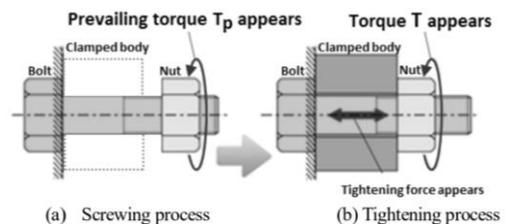


図 2 ねじ込み過程と締め付け過程の説明

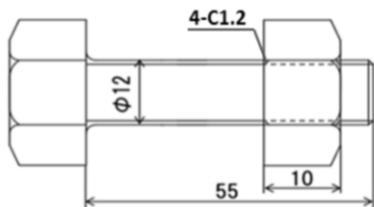


図3 ピッチ差付きボルト・ナット締結体

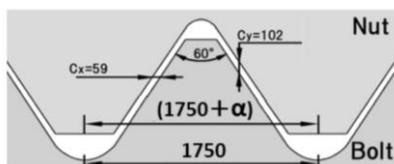


図4 ピッチ差とボルト・ナット間のクリアランス(μm)

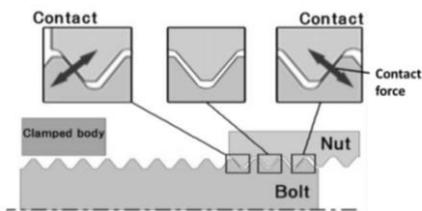


図5 プリベリントルク発生時のボルト・ナットの接触状態

表2 ボルト・ナット材料の機械的性質

	Young's modulus $E$ (GPa)	Poisson's ratio $\nu$	Yield strength $\sigma_y$ (MPa)	Tensile strength $\sigma_B$ (MPa)
SCM435 (Bolt)	206	0.3	800	1200
S45C (Nut)	206	0.3	530	980

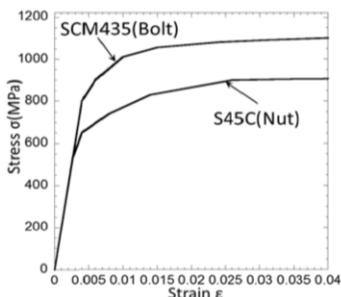
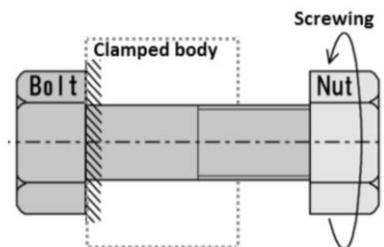


図6 ボルト・ナットの応力ひずみ線図



(a) FEM model M12 bolt and nut



(b) Boundary conditions

図7 FEM 解析モデルと境界条件

### 3 ねじ込み過程におけるプリベリントルクの実験と解析の比較

#### 3.1 試験片と実験条件

ねじ込み試験に用いる JIS M12 のボルト・ナットは、ボルトは強度区分 8.8 の SCM435、黒染処理材、ナットは強度区分 8 の S45C 材で、精密切削にて精度 $\pm 0.003\text{mm}$  を目標にねじ加工を施した。ナット高さ 10mm、ねじ山数 5.71(面取りを除き 4.34 山)のものを用いる。試験方法は、JIS B1056 に規定されている(JIS B 1056: 2011)が、ここでは、図 8 に示すように、ダイヤル式トルクレンチ(株)東日製作所製 DB50N)を用い、ボルト・ナット端面のねじ開始位置を合わせ(回転角  $0^\circ$ )、そこからナット回転数とトルク  $T_p$  の関係をピッチ差  $\alpha$  毎に計測する。45°回転させる毎にトルクを読み取り記録した。ナット全高(ねじ山数約 5.7)がボルトにねじ込まれた後、さらに回転させ計

8 回転させた。潤滑油には二硫化モリブデン グリーススプレーPRO((株)エーゼット製)を用いた。

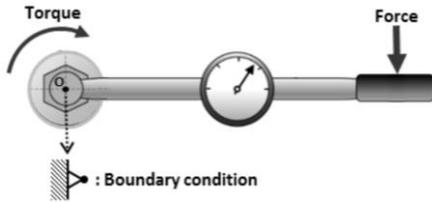
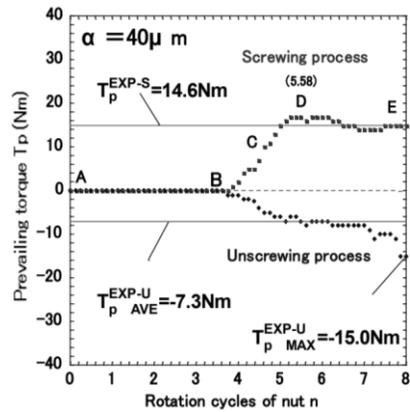


図 8 ダイアル式トルクレンチ

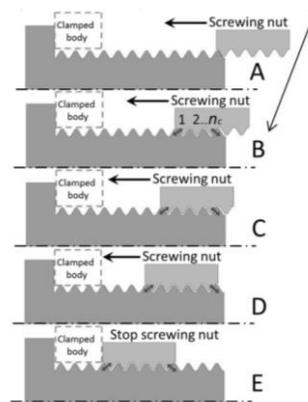
### 3.2 プリベリングトルクの実験結果

図 9(a)に実験で求めたプリベリングトルク  $T_p$  の結果を、ナットの回転数との関係として示す。ここで、図 9(a)中の A→B→C→D→E は、図 9(b)に示すねじ込み過程のナットの位置である。すなわち点 A はナットがボルトに初めて接触した位置、点 B はプリベリングトルク  $T_p$  が初めて発生する位置、点 C は  $T_p$  が増加している途中の位置、点 D はナットのねじ山が全部ねじ込まれた位置、点 E はナットが 8 周した位置である。図 9(a)にはナットねじ込み過程のトルクに加え、ナットねじ戻し過程、E→D→C→B→A のトルクも示している。図 9 に示すように、プリベリングトルク  $T_p$  はねじ込み過程の進行に応じて変化する。まず、ねじ込み方向のプリベリングトルクは、7 周から 8 周にかけてほぼ一定となるので、その平均値に注目し  $T_p^{EXP-S}$  とする。一方、ねじ戻し方向のプリベリングトルクは、5 周から 7 周の平均値に注目し  $T_p^{EXP-U}$ 、ねじ戻し初期の値に注目し  $T_p^{EXP-U}$  とする。ねじ戻し過程では、プリベリングトルク  $T_p^{EXP-U}$  がねじ込み

過程のこの  $T_p^{EXP-S}$  とほぼ一致している。プリベリングトルクの変動を見ると、点 B から点 D にかけて線形的に増加している。これは、点 B 時点における未ねじ込み部(図 9(b)の点 B 参照)のピッチ差により、点 D まで接触面と接触圧力が増加しているためと考えられる。また、点 D 以降のトルクの変動は、接触面に介在する摩耗片の生成、変形、脱落による現象と考えられる。



(a)  $\alpha=40\mu\text{m}$

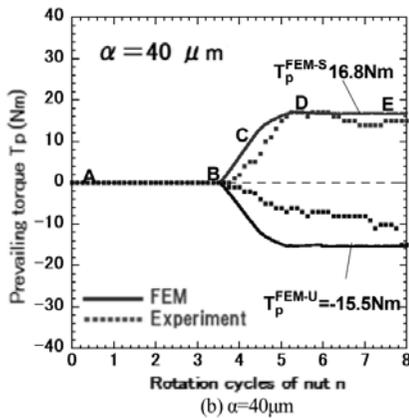


(b) Screwing process of nut

図 9 (a) プリベリングトルクの実験結果 ( $\alpha=40\mu\text{m}$ ) と (b) ナットのねじ込み位置

### 3.3 プリベリングトルクの解析結果

実験と同様、FEM シミュレーションで A→B→C→D→E のナットのねじ込みと、E→D→C→B→A のナットのねじ戻しを解析し、**図 10** にプリベリングトルクのナットの回転数との関係として示す。**図 10** より、ピッチ差 $\alpha=40\mu\text{m}$  では、ねじ込み方向の解析結果と実験結果がほぼ一致している。ねじ戻し過程において、プリベリングトルクの実験値はねじ込み過程と非対称的な挙動で減少しているのに対して、解析では対称的に減少している。これは、解析では摩耗片が生成されないため、摩耗片の影響によるトルクのばらつきが表現できていないと考えられる。以上の解析では、摩擦係数 $\mu=0.12$  を用いている。



**図 10** プリベリングトルクの実験と解析の比較 ( $\alpha=40\mu\text{m}$ )

### 4 プリベリングトルクに関する他の研究との比較

**表 3(a)**, **(b)** にピッチ差付ナットの結果<sup>(2)</sup> をまとめて示す。**表 3(b)** は、ウェブに掲載されている値からの引用である。すなわち、**表 3** に

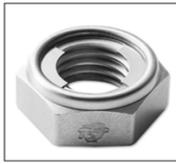
はプリベリングトルク  $T_p$  が生じる、U-ナット<sup>(3)</sup>、スーパースリットナット<sup>(4)</sup>、アウトキーキャップナット<sup>(5)</sup> が示されている。ピッチ差付ナット以外では、スーパースリットナットが最も  $T_p$  が大きい。呼び径が M16 のスーパースリットナットと M12 のピッチ差付ナットとのプリベリングトルクを比較するためにここでは、このトルクが呼び径に比例すると過程し、補正して比較する。スーパースリットナットの最大値 19Nm を補正した 14.3Nm に対してピッチ差付ナットのピッチ差 $\alpha=50\mu\text{m}$  が 60%ほど大きい。以上の結果から、他の特殊ナットとの緩み止め性能の優位性が示唆される。

**表 3** 特殊ボルト・ナット締結体のプリベリングトルクの比較

Type	Pitch difference $e$ $\alpha$ ( $\mu\text{m}$ )	Material (bolt/nut)	Yield Strength $\sigma_y$ (MPa)	Prevaling torque by experiment		Prevaling torque by FEM	
				$T_p^{\text{EXP-S}}$ (Nm)	$T_p^{\text{EXP-U}}$ (Nm)	$T_p^{\text{FEM-S}}$ (Nm)	$T_p^{\text{FEM-U}}$ (Nm)
						( $\mu=0.12$ )	( $\mu=0.12$ )
Pitch difference nut JIS M12 (This study)	30	SCM435 S45C	800 530	4.7	7.0	4.2 ( $\mu=0.12$ )	4.1 ( $\mu=0.12$ )
	40			14.6	15.0	16.8 ( $\mu=0.12$ )	15.5 ( $\mu=0.12$ )
	50			29.9	32.0	23.2 ( $\mu=0.12$ )	21.2 ( $\mu=0.12$ )
U-nut JIS M12	-	SCM435	800	1.5	0.6	not indicated	not indicated
Super slit nut JIS M16	-	S45C SGD3M	530 320	13.5	not indicated	17-19 ( $\mu=0.15$ )	15-18 ( $\mu=0.15$ )
Outer cap nut JIS M12	-	SUP9	785	not indicated	not indicated	0( $\mu=0.15$ )	1.2( $\mu=0.15$ )
	-	SUP10	1080	not indicated	not indicated	0( $\mu=0.15$ )	3.3( $\mu=0.15$ )

(b) ウェブサイトから

Nut type	Company	size	Prevailing torque (Nm)
U-Nut	Fuji Seimitsu Co., Ltd	M12	1.5
GU-Nut	Fuji Seimitsu Co., Ltd	M12	5.0
TWIN FU-Nut	Fuji Seimitsu Co., Ltd	M16	6.0
V-Nut	Comwell Fujisawa Co., Ltd.	M12	1.5
Super slit Nut	Tokyo Univ. and Daiki Industry Co., Ltd.	M16	15~19
Edge lock Nut	Osaka Forming Co., Ltd	M12	1.5
Super Lock Nut	Daiki Industry Co., Ltd	M16	12.3~18.5
Nylon insert nut	Nishi Seiko Co., Ltd	M12	7.8
Looseness-free Nut	Kawasaki Steel Corporation	M12	10~20



Uナット  
U-Nut  
(株式会社富士精密)  
Fuji Seimitsu Co., Ltd



Vナット  
V-Nut  
(株式会社コムウェルフジサワ)  
Comwell Fujisawa Co., Ltd.



ナイロんなット  
Nylon nut  
(西精工株式会社)  
Nishi Seiko Co., Ltd



フランジナット  
flange nut  
(大阪フォーミング株式会社)  
Osaka Forming Co., Ltd

5 ねじ込み過程に続く締め付け過程の解析

5.1 通常のボルト・ナット ( $\alpha=0$ ) におけるトルク T の数値解析と理論計算式の比較

通常のボルト・ナットにおける被締結体を締め付ける際に生じる締め付けトルク T の計算式を式(1), (2), (3)に示す<sup>(6)</sup>。

$$T = KdF \quad (1)$$

$$T = \frac{F}{2} \left( \frac{d_2}{\cos \beta} \mu + \frac{p}{\pi} + d_w u_w \right) \quad (2)$$

$$d_w = \frac{2(d_0^3 - d_h^3)}{3(d_0^2 - d_h^2)} \quad (3)$$

ここで、締め付けトルク T、締結力 F、ねじの呼び径 d、トルク係数 K、ねじの有効径 2d、ねじのピッチ p、座面における摩擦の等価直径  $w_d$ 、ねじ山の半角  $\beta$ 、ボルト座面外径  $d_0$ 、ボルト孔径  $d_h$  である。表 4 に M12 ボルト・ナットにおけるそれぞれの値を示している。

式(2)のように、締め付けトルクはねじ面摩擦

トルク  $F/2 \cdot d_2/\cos \beta \cdot \mu$ 、軸力トルク  $F/2 \cdot p/\pi$ 、座面摩擦トルク  $F/2 \cdot d_w \mu_w$  の3つから構成される。図 11 に計算式(2)で求められる  $\alpha=0$  の締め付けトルクの他に、解析で求められた締め付けトルク T と締結力 F の関係を同時に示す。通常の  $\alpha=0$  においては締め付けトルク T 計算式(2)と FEM 解析結果とは誤差 5% 以内で一致する。

表 4 FEM の解析条件

Pitch diameter $d_2$ (mm)	Half angle of thread $\beta$ (°)	Friction coefficient		Pitch difference $p$ (mm)	Bolt bearing surface outer diameter $d_0$ (mm)	Bolt hole diameter $d_h$ (mm)
		thread surface $\mu$	bearing surface $\mu_w$			
10.863	30	0.12	0.12	1.75	18	13.2

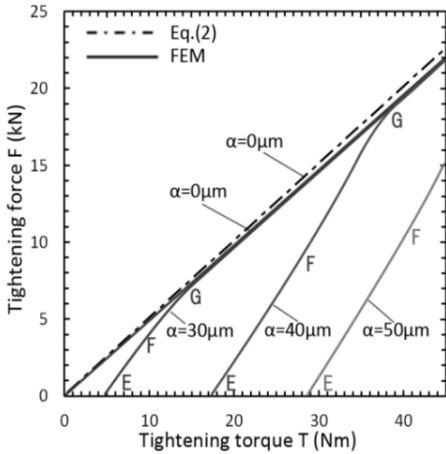


図 11 締め付けトルク T と締結力 F の関係

### 5.2 締め付け過程の解析結果 ( $\alpha > 0$ )

図 11 より、ピッチ差付ナットにおける締め付け過程の解析では、締め付けトルク T がプリベリングトルク  $T_p^{FEM-S}$  を超えてから締結力が発生し始める。そのため、通常のナットと比べると、同じトルクの大きさで締め付けたとき、締結力が小さくなる。また、ピッチ差が大きくなると、締結力を付加するために必要なトルクが大きくなるので、同じトルクの大きさでは、ピッチ差が大きいほど、締結力が小さくなる。通常のナットと比べ、ピッチ差付ナットではトルク T に対する締結力増加の傾きが大きい。また、ピッチ差  $\alpha=30, 40\mu\text{m}$  で、トルク T を大きくすると、通常のナット  $\alpha=0\mu\text{m}$  の挙動と一致する。ピッチ差付加によるこれらの変化は、締め付けにより、接触していたナットの両端のねじ山の接触状態が変化し、ナット頭部側のねじ山の接触圧力が小さくなり、その分が軸力に加算される。その後ナット頭部側のねじ面接触力がなくなることによって、通常のナットと同様の挙動になる。

これらから、実際の締め付けでは降伏点の 60~70%まで締め付けることを考慮すると<sup>(6)</sup>、ピッチ差付ナットでも高い締結力を得ることができると考えられる。

## 6 ピッチ差の製造誤差を検出して修正するための 3 次元 FEM シミュレーション

### 6.1 ピッチ差の加工誤差

一般に目標とするピッチ差を与えようとしても、加工誤差が生じる。図 12 に M12 ボルト・ナットのピッチ差  $\alpha$  を変化させて制作した一例を、プリベリングトルク  $T_p$  とピッチ差  $\alpha$  の関係として示す。実線は、3 次元 FEM シミュレーションによって得られた結果  $T_p^{FEM}(\alpha)$  であり、■は実験結果  $T_p^{Exp}(\alpha)$  である。ピッチ差  $\alpha=30\mu\text{m}$  の  $T_p^{FEM}(30)$  と  $T_p^{Exp}(30)$  の違いが大きいが、他の結果は、よく一致している。これは、ナットのピッチ差の製造誤差によるものである。これを確認して修正するために、次の実験を行う。

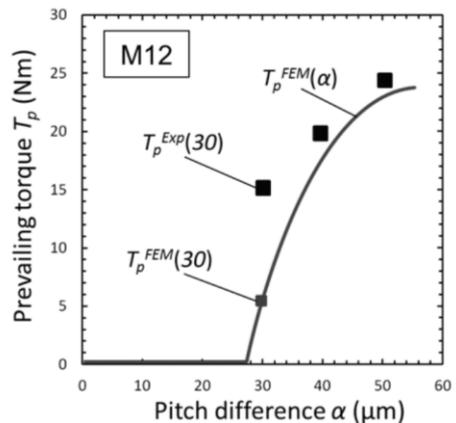


図 12 プリベリングトルク  $T_p$  とピッチ差  $\alpha$  の関係

## 6.2 接触ねじ山数 $n_c$ によるピッチ差の修正

接触ねじ山数  $n_c$  は図9のねじ込み過程一における位置Bのナットが接触するねじ山の番号( $n_c=1$  でない方)である。図7(a)のメッシュ作成の際に用いる3D CADにより、ピッチ差  $\alpha$  のナットを何回転させれば接触が生じるかが、幾何学的関係から求まり、そのときの接触ねじ山数が  $n_c^{Real}$  として与えられる。図13に、このようにして求めたM12ボルト・ナットの接触ねじ山数  $n_c^{Real}$  とピッチ差  $\alpha$  の関係を示す、図13には、図9(a)に示すような、ねじ込み実験より求めた接触ねじ山数  $n_c^{Exp}$  (プリベリングトルクが生じ始めるとき)と比較して示す。

図13に示すように、ピッチ差  $\alpha=30\mu\text{m}$  における  $n_c^{Real}(30)=4.0$  と  $n_c^{Exp}(30)=3.5$  には違いがあるが、これはピッチ差  $\alpha=30\mu\text{m}$  に加工誤差が生じているためと考えられる。すなわち、 $n_c^{Exp}(30)=3.5$  が実際には  $n_c^{Real}(34)=4.0$  であり、実際のピッチ差  $\alpha'=34\mu\text{m}$  であるためと考えられる。表5にこのようにして求めた修正後のピッチ差  $\alpha'$  をまとめて示す。

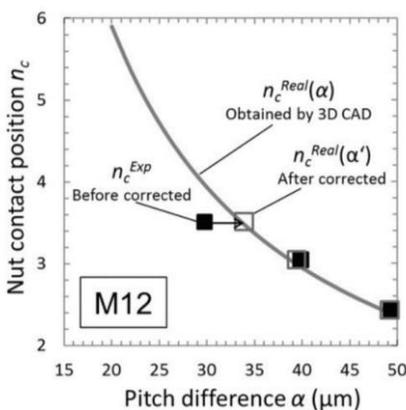


図13 接触ねじ山数  $n_c$  とピッチ差  $\alpha$  の関係

表5 加工時に目標としたピッチ差  $\alpha$  と接触ねじ山数  $n_c$  により修正した実際のピッチ差  $\alpha'$

Target $\alpha$	Real $\alpha'$	$n_c^{Exp}(\alpha) = n_c^{Real}(\alpha')$
30	34	3.5
40	39	3.1
50	50	2.4

## 6.3 プリベリングトルク $T_p^{FEM}(\alpha)$ による実際のピッチ差の確認

表5に示すように、実際のピッチ差  $\alpha'$  は  $n_c^{Real}(\alpha')$  から得られるので、もしこの  $\alpha'$  が正確であれば、その  $\alpha'$  を用いたFEMの結果  $T_p^{Real}(\alpha')$  は補正前の  $T_p^{FEM}(\alpha)$  と同じ値になると考えられる。すなわち  $\alpha'$  の妥当性は、 $T_p^{Real}(\alpha')$  と  $T_p^{FEM}(\alpha)$  の一致から確認できる。

図14はピッチ差  $\alpha$  を変えたときのプリベリングトルクの解析値  $T_p^{FEM}(\alpha)$  (実線)と実験結果  $T_p^{Exp}(\alpha)$  (■)に、表5の  $\alpha'$  による実験結果の修正値  $T_p^{Real}(\alpha')$  を加えた図である。実験結果の修正値  $T_p^{Real}(\alpha')$  は記号 □(After corrected)で示されている。

図14に示すように、M12の場合、 $T_p^{FEM}(30)$  と  $T_p^{Exp}(30)$  の間に違いが見られるが、3D CADにより得られたピッチ差  $\alpha'=34\mu\text{m}$  より、 $T_p^{Exp}(30)$  を  $T_p^{Real}(34)$  に修正すると、 $T_p^{Real}(34)$  は  $T_p^{FEM}(\alpha)$  とよく一致する。図14には、他の  $\alpha$  の ■ ( $T_p^{Exp}(\alpha)$ ) を、 $T_p^{Real}(\alpha')$  に修正したプロット点 □ も示している。

上記の説明では、プリベリングトルク  $T_p$  が、 $T_p > 0$  となる  $T_p = 0^+$  のときの接触ねじ山数  $n_c$  からピッチ差  $\alpha$  を修正した。その妥当性を安定したプリベリングトルク  $T_p$  が得られた  $T_p = T_p^{Exp-S}$  から確認した。実験では、 $T_p = 0^+$  と

なる図 9 のナット位置 B を求めるより、 $T_p = T_p^{EXP-S}$  となる図 9 のナット位置 D, E を求める方が容易である。よって、 $T_p = T_p^{EXP-S}$  から、ピッチ差  $\alpha$  を修正し、その妥当性を  $T_p^{0+}$  から確認する方が望ましい。

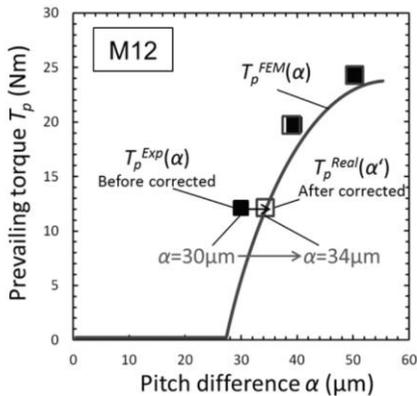


図 14 プリベリングトルクの修正値  $T_p^{Real}(\alpha')$  7 おわりに

本稿では、ピッチ差付きボルト・ナット締結体のねじ込み過程におけるプリベリングトルクの詳細な挙動を実験的に把握するとともに、3次元有限要素解析によるプリベリングトルクのシミュレーション結果を示した。その結果、プリベリングトルクの発生の過程とその大きさを求め、実験と比較してピッチ差による影響を明らかにした。また、ピッチ差の製造誤差を検出して修正する方法を示した。

## 参考文献

- (1) 野田尚昭, 佐野義一, 高瀬康, 陳鑫, 丸山光, 王寰, 藤沢良太, 異なるピッチ差によって疲労寿命を向上させたボルト・ナット締結体における緩み止め性能の研究, 自動車技術会論文集, Vol.46, No.1 (2015), pp.121-126.
- (2) 劉溪, ピッチ差を有するボルト・ナット締結体のねじ込みと締め付け過程の3次元有限要素法解析, 九州工業大学, (2020) 博士学位論文.
- (3) 株式会社富士精密, U-NUT 製品情報, available from <  
<http://www.fun.co.jp/products/detail.php?no=Ng=>  
=>, (参照日 2018 年 8 月 5 日).
- (4) 泉聡志, 横山喬, 寺岡卓也, 岩崎篤, 酒井信介, 斎藤金次郎, 名川政人, 野田秀樹, ゆるみ止め性能を有するスーパースリットナットの有限要素法による機能検証, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.71, No.703 (2005), pp.380-386.
- (5) Noda, N.-A., Kuhara, M., Xiao, Y., Noma, S., Saito, K., Nagawa, M., Yumoto, A. and Ogasawara, A., Stress reduction effect and anti-loosening performance of outer cap nut by finite element method, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol.2, No.6 (2008), pp.801-811.
- (6) 山本晃, ねじ締結の理論と計算, (1970), pp.5,39,養賢堂.